

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU**Nazwa w języku polskim: *Chaos, losowość, układy dynamiczne*Nazwa w języku angielskim: *Chaos, randomness, dynamical systems*Kierunek studiów (jeśli dotyczy): *Matematyka i Statystyka*Stopień studiów i forma: **I / II stopień\***, stacjonarna / **niestacjonarna\***Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy** / wybieralny / **ogólnouczelniany\***Kod przedmiotu: **MAT001618**Grupa kursów: **TAK / NIE\***

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120				
Forma zaliczenia	<b>Egzamin</b> / zaliczenie na ocenę*				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	<b>X</b>				
Liczba punktów ECTS	<b>4</b>				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	2				

\*niepotrzebne skreślić

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH**

Program kursu Analiza matematyczna M1, ze szczególnym uwzględnieniem granic ciągów oraz ciągłości funkcji, oraz program kursu Algebra M1, zwłaszcza liczby zespolone.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Wyjaśnienie podstawowych pojęć związanych z układami dynamicznymi.
- C2 Poznanie podstawowych narzędzi służących do badania układów dynamicznych.
- C3 Zaznajomienie z klasycznymi przykładami układów dynamicznych.
- C4 Rozróżnianie zjawisk chaosu i losowości.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, słuchacz kursu:

PEK\_W01 Zna definicję układu dynamicznego, stanu, orbity oraz podstawowe fakty z teorii.

PEK\_W02 Zna pojęcia punktu stałego i punktu powracającego.

PEK\_W03 Rozumie konstrukcję układu Kroneckera (obrotu niewymiernego).

PEK\_W04 Rozróżnia modele chaotyczne i losowe

PEK\_W05 Zna twierdzenie Szarkowskiego o strukturze okresów dla układów na odcinku.

Z zakresu umiejętności, słuchacz kursu:

PEK\_U01 Umie rozpoznawać pojęcia określone abstrakcyjnymi definicjami w kontekście wybranych przykładów układów dynamicznych.

PEK\_U02 Potrafi rozpoznać i stosować klasyczne twierdzenia o powracaniu w przykładach.

PEK\_U03 Potrafi rozpoznać i stosować klasyczne twierdzenia o uśrednianiu w przykładach.

PEK\_U04 Umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z układów dynamicznych.

Z zakresu kompetencji społecznych, słuchacz kursu:

PEK\_K01 Potrafi prezentować swoje rozumowania i przekazywać posiadaną wiedzę.

PEK\_K02 Rozumie konieczność systematycznej pracy nad opanowaniem wiedzy.

PEK\_K03 Potrafi korzystać z literatury naukowej i samodzielnie pracować z materiałami naukowo-dydaktycznymi.

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykład		Liczba godzin
Wy1	Podstawowe pojęcia: układ dynamiczny, iteraty, orbity, punkty stałe, punkty powracające, punkty tranzytywne, sprzężenie układów.	2
Wy2	Część ułamkowa liczby a punkt na okręgu. Twierdzenie Kroneckera. Układ Kroneckera (obrotu niewymierny).	2
Wy3	Twierdzenie Weyla. Chaos – wrażliwość na warunki początkowe.	3
Wy4	Rozwinięcia przy zadanej bazie. Podstawowe definicje i fakty z teorii miary i rachunku prawdopodobieństwa (m.in. zbiory miary zero, długość odcinka jako miara, niezależność zdarzeń) – przypadek odcinka. Funkcje Rademachera.	3
Wy5	Twierdzenie Borela o typowości jednostajnego rozkładu zer i jedynek w rozwinięciu dwójkowym. Liczby normalne względem danej podstawy. Związane układy dynamiczne.	4
Wy6	Transformacje zachowujące miarę. Powracanie. Twierdzenie Poincare. Lemat Kaca.	4
Wy7	Zbiory niezmiennicze. Ergodyczność. Mieszanie. Twierdzenie ergodyczne Birkhoffa. Związki z dowodzonymi wcześniej twierdzeniami Weyla i Borela.	6
Wy8	Układy dynamiczne na odcinku. Twierdzenie Szarkowskiego	6
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Ćwiczenia ilustrujące poszczególne tematy wykładu według list zaproponowanych przez wykładowcę. Możliwe krótkie referaty wygłaszane przez studentów.	28
Ćw2	Kolokwium zaliczeniowe	2

Suma godzin	<b>30</b>
-------------	-----------

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_W05, PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_K01	Kolokwium zaliczeniowe.
F2	PEK_W01, PEK_W04, PEK_U04 PEK_K01, PEK_K02, PEK_K03	Kartkówki i odpowiedzi ustne na ćwiczeniach.
<b>P = 0,7 F1+ 0,3 F2</b>		

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] R.Nilsen „Randomness and Recurrence in Dynamical Systems”, MAA, 2010  
 [2] L.Alseda, J.Llibre, M.Misiurewicz „Combinatorial Dynamics and Entropy in Dimension One”, World Scientific Pub. Co. Inc., 1993

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] P.Walters „Introduction to Ergodic Theory”, Springer, 2000  
 [2] K.Petersen „Ergodic Theory”, Cambridge University Press, 1990  
 [3] H.Furstenberg „Recurrence in Ergodic Theory and Combinatorial Number Theory”, Princeton University Press, 2014

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

*dr inż. Bartosz Frej, Bartosz.Frej@pwr.edu.pl*  
*dr inż. Paulina Frej, Paulina.Frej@pwr.edu.pl*  
*dr inż. Dawid Huczek, Dawid.Huczek@pwr.edu.pl*

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU CHAOS,  
LOSOWOŚĆ, UKŁADY DYNAMICZNE  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)**	Cele przedmiotu***	Treści programowe***	Numer narzędzia dydaktycznego***
PEK_W01 (wiedza)	K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05, K1MIS_W07, K1MIS_W20_MAT	C1,C2	Wy1,Wy3, Wy5,Wy6, Wy7	1,3
PEK_W02	K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT	C1,C2	Wy1,Wy8	1,3
PEK_W03	K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W20_MAT	C1,C3	Wy2,Wy3	1,3
PEK_W04	K1MIS_W02, K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W20_MAT	C1,C3,C4	Wy3,Wy4	1,3
PEK_W05	K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT	C1,C3	Wy8	
PEK_U01 (umiejętności)	K1MIS_U01, K1MIS_U23, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT	C2,	Ćw1	2,3,4
PEK_U02	K1MIS_U02, K1MIS_U10, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT	C2,C3	Wy6,Wy7, Ćw1	2,3,4
PEK_U03	K1MIS_U02, K1MIS_U10, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT	C2,C3	Wy6,Wy7, Ćw1	2,3,4
PEK_U04	K1MIS_U01, K1MIS_U03, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT	C2,	Ćw1	2,3,4
PEK_K01 (kompetencje)	K1MIS_K02, K1MIS_K05, K1MIS_K07	C1-C4	Wy1-Wy8, Ćw1-Ćw-2	1,2,3,4
PEK_K02	K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06	C1-C4	Wy1-Wy8, Ćw1-Ćw-2	1,2,3,4
PEK_K03	K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06	C1-C4	Wy1-Wy8, Ćw1	1,2,3,4

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej