

| | |
|--|-----------------------------|
| WYDZIAŁ MATEMATYKI | |
| KARTA PRZEDMIOTU | |
| Nazwa w języku polskim Całka stochastyczna i teoria martyngałów | |
| Nazwa w języku angielskim Stochastic integral and the theory of martingales | |
| Kierunek studiów (jeśli dotyczy): | |
| Specjalność (jeśli dotyczy): | |
| Stopień studiów i forma: | III stopień |
| Rodzaj przedmiotu: | Przedmiot podstawowy |
| Kod przedmiotu | MAT1309 |
| Grupa kursów | TAK/ NIE* |

| | Wykład | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU) | 30 | | | | |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS) | 90 | | | | |
| Forma zaliczenia | Egzamin / zaliczenie na ocenę* | Egzamin / zaliczenie na ocenę* | Egzamin / zaliczenie na ocenę* | Egzamin / zaliczenie na ocenę* | Egzamin / zaliczenie na ocenę* |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X) | | | | | |
| Liczba punktów ECTS | 3 | | | | |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P) | 2 | | | | |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 1 | | | | |

*niepotrzebne skreślić

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Znajomość rachunku prawdopodobieństwa i podstaw procesów stochastycznych
2. Kompetencje w docieraniu do uzupełniających obszarów wiedzy i umiejętności

CELE PRZEDMIOTU

- C1 Student zapozna się z wybranymi pojęciami i wynikami w teorii całkowania stochastycznego i teorii martyngałów.
- C2 Student nabeździe umiejętność posługiwania całką stochastyczną i martyngalami w analizie stochastycznej.
- C3 Student nabeździe umiejętność stosowania zaprezentowanych na wykładzie twierdzeń do pracy naukowej w matematyce lub fizyce teoretycznej.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK_W01 Posiada wiedzę dotyczącą martyngałów i całki stochastycznej.

PEK_W02 Ma wiedzę dotyczącą stosowania martyngałów i całki stochastycznej w analizie stochastycznej.

Z zakresu umiejętności:

PEK_U01 Ma umiejętności związane z metodyką i metodologią badań naukowych

PEK_U02 Potrafi kreować i samodzielnie prowadzić badania naukowe

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK_K01 Jest świadomy roli współpracy, w tym międzynarodowej

PEK_K02 Ma świadomość wagi prowadzenia oryginalnej działalności naukowej

TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykład | | Liczba godzin |
|----------------------|--|---------------|
| Wy1 | Filtracja, warunkowa wartość oczekiwana, martyngał | 2 |
| Wy2 | Zbieżność martyngałów | 2 |
| Wy3 | Nierówności Burkholdera-Gundy'ego | 2 |
| Wy4 | Losowe miary Poissona | 2 |
| Wy5 | Wzór Mecke-Palma | 2 |
| Wy6 | Martyngały definiowane przez całki względem miar Poissona | 2 |
| Wy7 | Konstrukcja Lévy'ego-Itô procesów Lévy'ego | 2 |
| Wy8 | Proces Wienera | 2 |
| Wy9 | Biały szum i Wielomiany Hermite'a | 2 |
| Wy10 | Ortogonalne miary losowe | 2 |
| Wy11 | Całkowanie stochastyczne względem miar losowych | 2 |
| Wy12 | Elementu rachunku Malliavina dla procesów skokowych | 2 |
| Wy13 | Elementy rachunku Malliavina dla procesu Wienera | 2 |
| Wy14 | Stochastyczne równania różniczkowe i rozwinięcia Wagnera-Platena | 2 |
| Wy15 | System Lévy'ego dla procesów Markowa | 2 |
| | Suma godzin | 30 |

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 wykład

N2 konsultacje

N3 prace pisemne: rozwiązywanie zadań i problemów

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1 | PEK_U01, PEK_U02, PEK_W01, PEK_W02 | uczestnictwo w wykładzie |
| F2 | PEK_W01, PEK_W02, PEK_U01, PEK_U02, PEK_K01, PEK_K02 | rozwiązywanie zadań i problemów |
| $P=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$ | | |

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] Revuz, Daniel; Yor, Marc. Continuous martingales and Brownian motion. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 293. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
- [2] Schilling, René. Measures, Integrals and Martingales. Cambridge University Press, Cambridge, 2010.
- [3] Schilling, René. An Introduction to Lévy and Feller Processes (Advanced Courses in Mathematics - CRM Barcelona 2014). Preprint (<http://www.math.tu-dresden.de/sto/schilling>, Birkhäuser Verlag)

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] Bogdan, Krzysztof ; Byczkowski, Tomasz ; Kulczycki, Tadeusz ; Ryznar, Michal ; Song, Renming ; Vondraček, Zoran. Potential analysis of stable processes and its extensions. Lecture Notes in Mathematics, 1980. Springer, 2009.
- [2] Kallenberg, Olav. Foundations of Modern Probability, Springer, 2002.
- [3] Kingman, J.F.H.. Procesy Poissona. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2002.
- [4] Ikeda, Nobuyuki; Watanabe, Shinzo. Stochastic Differential Equations and Diffusion Processes, North-Holland, 1981.
- [5] Nualart, David. The Malliavin Calculus and Related Topics, Springer, 2006.
- [6] Platen, Eckhard, Bruti-Liberati, Nicola. Numerical Solution of Stochastic Differential Equations with Jumps in Finance, Springer, 2010 (187-231).
- [7] Privault, Nicolas. Stochastic analysis in discrete and continuous settings with normal martingales. Lecture Notes in Mathematics, 1982. Springer, 2009.
- [8] Sato, Ken-iti. Lévy processes and infinitely divisible distributions. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 68. Cambridge University Press, 2013.

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

PROF. DR HAB. INŻ. KRZYSZTOF BOGDAN, krzysztof.bogdan@pwr.edu.pl

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU
STOCHASTIC INTEGRAL AND THE THEORY OF MARTINGALES
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU
I SPECJALNOŚCI**

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)** | Cele przedmiotu*** | Treści programowe*** | Numer narzędzia dydaktycznego*** |
|---------------------------------------|--|---------------------------|-----------------------------|---|
| PEK_W01 (wiedza) | I3_W06 | C1,C2 | Wy1-15 | N1, N2, N3 |
| PEK_W02 | I3_W06 | C1,C2 | Wy1-15 | N1, N2, N3 |
| PEK_U01 (umiejętności) | I3_U02 | C2 | Wy1-15 | N2, N3 |
| PEK_U02 | I3_U05 | C2,C3 | Wy1-15 | N2, N3 |
| PEK_K01 (kompetencje) | I3_K01 | C3 | Wy1-15 | N2, N3 |
| PEK_K02 | I3_K04 | C3 | Wy1-15 | N2, N3 |

** - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

*** - z tabeli powyżej