

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>	
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>	
Nazwa w języku polskim <b>WSTĘP DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA</b>	
Nazwa w języku angielskim <b>INTRODUCTION TO PROBABILITY THEORY</b>	
Kierunek studiów (jeśli dotyczy): <b>Matematyka</b>	
Specjalność (jeśli dotyczy):	
Stopień studiów i forma:	<b>I stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>
Rodzaj przedmiotu:	<b>obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany*</b>
Kod przedmiotu	<b>MAP1122</b>
Grupa kursów	<b>TAK / NIE*</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	150				
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	5				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3				

#### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych.
2. Zna najważniejsze pojęcia abstrakcyjnej teorii miary, wie co to są zbiory i funkcje borelowskie.
3. Zna konstrukcję miary produktowej i  $n$ -wymiarowej miary Lebesgue'a
4. Zna i umie stosować twierdzenie Fubinięgo.

#### CELE PRZEDMIOTU

- C1 Poznanie aksjomatyki rachunku prawdopodobieństwa.
- C2 Zaznajomienie się z klasycznymi modelami tej aksjomatyki: prawdopodobieństwem klasycznym i prawdopodobieństwem geometrycznym.
- C3 Nabycie umiejętności obliczania prawdopodobieństw zdarzeń w różnych modelach.
- C4 Zapoznanie się z językiem zmiennych losowych.
- C5 Poznanie najważniejszych rozkładów prawdopodobieństwa.
- C6 Poznanie najważniejszych nierówności pomocnych przy szacowaniu prawdopodobieństw
- C7 Poznanie funkcji charakterystycznych jako ważnego narzędzia dowodowego.
- C8 Zaznajomienie się z Prawem Wielkich Liczb i Centralnym Twierdzeniem Granicznym.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna konstrukcję podstawowych modeli probabilistycznych

PEK\_W02 rozumie i potrafi stosować język zmiennych losowych

PEK\_W03 zna najważniejsze rozkłady prawdopodobieństwa

PEK\_W04 ma podstawową wiedzę dotyczącą funkcji charakterystycznych

PEK\_W05 zna Prawa Wielkich Liczb i Centralne Twierdzenie Graniczne, rozumie ich znaczenie teoretyczne i potrafi zastosować do obliczeń

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi obliczać prawdopodobieństwa w modelu klasycznym i geometrycznym

PEK\_U02 potrafi obliczać prawdopodobieństwa warunkowe

PEK\_U03 umie korzystać z nierówności do szacowania prawdopodobieństw

PEK\_U04 potrafi sprawdzić, czy dane zdarzenia lub zmienne losowe są niezależne

PEK\_U05 potrafi obliczać rozkłady sum zmiennych losowych o danym rozkładzie łącznym

PEK\_U06 potrafi szacować prawdopodobieństwa zdarzeń dotyczących sum niezależnych zmiennych losowych za pomocą Centralnego Twierdzenia Granicznego

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przestrzeń probabilistyczna. Prawdopodobieństwo jako miara, własności prawdopodobieństwa. Przykłady przestrzeni probabilistycznych m.in. prawdopodobieństwo klasyczne i geometryczne.	2
Wy2	Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór Bayesa.	2
Wy3	Niezależność stochastyczna układów zdarzeń. Lemat Borela-Cantelli`ego. Prawo 0-1 Kołmogorowa. Produkty przestrzeni probabilistycznych. Schemat Bernoulliego.	4
Wy4	Zmienne losowe. Rozkład zmiennej losowej i sigma-ciało generowane przez zmienną. Niezależność zmiennych.	2
Wy5	Dystrybuanta i jej własności. Klasyfikacja rozkładów, rozkład Lebesgue`a. Rozkłady dyskretne i rozkłady absolutnie ciągłe. Gęstość. Najważniejsze przykłady rozkładów obu typów.	4
Wy6	Wartość oczekiwana i momenty zmiennej losowej. Własności wartości oczekiwanej i wariancji. Kwantyle.	2
Wy7	Funkcje zmiennych losowych i wyznaczanie ich rozkładów.	2
Wy8	Wektory losowe, dystrybuanta, gęstość, rozkłady brzegowe, momenty. Charakteryzacja niezależności zmiennych losowych w języku wektorów losowych. Funkcje wektorów losowych.	2
Wy9	Rozkład sumy zmiennych losowych. Splot rozkładów.	2
Wy10	Nierówność Czebyszewa, nierówność Kołmogorowa. Prawa Wielkich	4

	Liczb (słabe i mocne).	
Wy11	Funkcje charakterystyczne i ich podstawowe własności.	2
Wy12	Słaba zbieżność. Centralne Twierdzenie Graniczne dla zmiennych o jednakowych rozkładach.	2
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Prawdopodobieństwo klasyczne: obliczanie prawdopodobieństw z użyciem metod kombinatorycznych, stosowanie wzoru włączeń i wyłączeń	4
Ćw2	Obliczanie prawdopodobieństw warunkowych, badanie niezależności zdarzeń, stosowanie schematu Bernoulliego i rozkładu Poissona	4
Ćw3	Zmienne losowe - wyznaczanie dystrybuanty, wartości oczekiwanej, wariancji i wyższych momentów	4
Ćw4	Stosowanie nierówności Czebyszewa do oszacowań prawdopodobieństw, stosowanie lematu Borela-Cantelli'ego, badanie czy dany ciąg zmiennych losowych spełnia Prawo Wielkich Liczb	4
Ćw 5	Obliczanie rozkładów brzegowych wielowymiarowych wektorów losowych. Badanie niezależności współrzędnych wektora losowego i obliczanie rozkładów sum i iloczynów zmiennych, gdy dany jest rozkład łączny	8
Ćw6	Obliczanie funkcji charakterystycznych najważniejszych rozkładów, stosowanie Centralnego Twierdzenia Granicznego do szacowania prawdopodobieństw dotyczących sum niezależnych zmiennych losowych	6
	Suma godzin	<b>30</b>

#### **STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE**

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_U05, PEK_U06, PEK_K02	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_W04, PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_U05, PEK_U06, PEK_K01, PEK_K02	Kolokwium zaliczeniowe
P=0,4*F1+0,6*F2		

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT, Warszawa 2001.
- [2] P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i miara, PWN, Warszawa, 1987.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] A. A. Borowkow, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN, Warszawa, 1975.
- [2] W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, tomy I i II, PWN, Warszawa, 1971.
- [3] J. Lamperti, Probability, New York, 1966.
- [4] B. Fristedt, L. Gray, A Modern Approach to Probability Theory, Birkhäuser, 1997.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Dr hab. Tomasz Żak, prof. PWr. (Tomasz. Zak@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01 (wiedza)</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W06	C1, C2	Wy1, Wy2, Wy3	1,3
<b>PEK_W02</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W06	C3, C4	Wy4, Wy5, Wy6, Wy7	1,3
<b>PEK_W03</b>	K1MAT_W06, K1MAT_W12	C3, C5	Wy5, Wy6, Wy7, Wy8	1,3
<b>PEK_W04</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W06, K1MAT_W12	C6	Wy11	1,3
<b>PEK_W05</b>	K1MAT_W06, K1MAT_W12	C6, C7	Wy9, Wy10, Wy12	1,3
<b>PEK_U01 (umiejętności)</b>	K1MAT_U17	C1, C2	Ćw1, Ćw2	2, 3, 4
<b>PEK_U02</b>	K1MAT_U17	C2, C3	Ćw2	2, 3, 4
<b>PEK_U03</b>	K1MAT_U17	C4, C5	Ćw3, Ćw4	2, 3, 4
<b>PEK_U04</b>	K1MAT_U18	C3, C4	Ćw2, Ćw5	2, 3, 4
<b>PEK_U05</b>	K1MAT_U18	C3, C4, C5	Ćw5	2, 3, 4
<b>PEK_U06</b>	K1MAT_U18	C5, C6, C7	Ćw6	2, 3, 4
<b>PEK_K01 (kompetencje)</b>	K1MAT_K01, K1MAT_K05	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8	Wy1-Wy12, Ćw1-Ćw 6	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K02</b>	K1MAT_K03, K1MAT_K05	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8	Wy1-Wy12, Ćw1-Ćw 6	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej