

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** ALGEBRA M1

**Nazwa w języku angielskim** ALGEBRA M1

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001593

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 210     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 7       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 4       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 4       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna podstawy algebry i trygonometrii w zakresie programu szkoły średniej.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie ciała liczb zespolonych, ich własności i zastosowań do rozwiązywania równań
- C2 Zdobyć podstawowej wiedzy w zakresie wielomianów zmiennej rzeczywistej i zmiennej zespolonej
- C3 Poznanie struktury przestrzeni liniowej i podstawowych własności przestrzeni liniowych i ich podprzestrzeni
- C4 Zdobyć podstawowej wiedzy o macierzach i rachunku macierzowym
- C5 Zastosowanie rachunku macierzowego do rozwiązywania układów równań liniowych
- C6 Zastosowanie przestrzeni liniowych do opisu zbioru rozwiązań układów równań liniowych
- C7 Poznanie pojęcia wyznacznika macierzy kwadratowej, jego własności i zastosowań
- C8 Zdobyć podstawowej wiedzy w zakresie geometrii analitycznej na płaszczyźnie i w przestrzeni trójwymiarowej

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, student:

PEK\_W01 zna własności zbioru liczb zespolonych i podstawowe twierdzenia o liczbach zespolonych

PEK\_W02 rozumie rolę przestrzeni liniowych i rachunku macierzowego w wyznaczaniu zbioru rozwiązań układu równań liniowych i badaniu jego własności

PEK\_W03 zna podstawowe twierdzenia dotyczące wielomianów rzeczywistych i zespolonych jednej zmiennej (Zasadnicze Twierdzenie Algebry), układów równań liniowych (Twierdzenie Kroneckera-Capelliego z dowodem, wzory Cramera), wyznaczników (Twierdzenie Laplace'a z dowodem, Twierdzenie Cauchy'ego)

PEK\_W04 dobrze rozumie znaczenie pojęć takich jak liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni liniowej

PEK\_W05 zna podstawy geometrii analitycznej na płaszczyźnie i w przestrzeni trójwymiarowej

Z zakresu umiejętności, student:

PEK\_U01 zna własności liczb zespolonych i potrafi je stosować do rozwiązywania równań

PEK\_U02 potrafi znajdować pierwiastki wielomianów rzeczywistych i zespolonych

PEK\_U03 posługuje się pojęciem przestrzeni liniowej i podprzestrzeni

PEK\_U04 potrafi wyznaczać bazę i wymiar przestrzeni liniowej

PEK\_U05 potrafi posługiwać się rachunkiem macierzowym

PEK\_U06 umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności

PEK\_U07 rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach, umie wyznaczyć przestrzeń rozwiązań układu

PEK\_U08 potrafi rozwiązywać zagadnienia z geometrii analitycznej na płaszczyźnie i w przestrzeni trójwymiarowej

Z zakresu kompetencji społecznych, student:

PEK\_K01 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury naukowej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę

PEK\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania

PEK\_K03 rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej, postępuje uczciwie

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Liczyby zespolone. Postać algebraiczna liczby zespolonej, sprzężenie, moduł, argument. Postać trygonometryczna, wzór de Moivre'a. Pierwiastkowanie liczb zespolonych. Równania kwadratowe. Postać wykładnicza, wzory Eulera. | 6             |
| Wy2                   | Wielomiany. Zasadnicze twierdzenie algebry. Pierwiastki wielomianów rzeczywistych. Funkcje wymierne, rozkład na ułamki proste.   | 2             |
| Wy3                   | Przestrzenie liniowe. Liniowa niezależność wektorów. Baza i wymiar. Podprzestrzenie.   | 4             |
| Wy4                   | Macierze. Macierz układu równań liniowych. Działania na macierzach. Metoda eliminacji Gaussa. Układy jednorodnie. Rząd macierzy. Przestrzeń rozwiązań dla układu równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capelli'ego.       | 6             |

|     |  |           |
|-----|--|-----------|
| Wy5 | Wyznaczniki. Operacje na wierszach i kolumnach. Rozwinięcie Laplace'a. Wzory Cramera. Macierz odwrotna. Twierdzenie Cauchy'ego.  | 6         |
| Wy6 | Geometria analityczna. Równania prostej. Równania ogólne, parametryczne i wyznacznikowe płaszczyzny. Orientacja przestrzeni, iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany. Krzywe stożkowe. | 6         |
|     | Suma godzin  | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                            | Postać algebraiczna liczby zespolonej, działania na liczbach zespolonych, część rzeczywista i urojona, moduł, rozwiązywanie prostych równań i nierówności z liczbami zespolonymi przy pomocy postaci algebraicznej  | 2                    |
| Ćw2                            | Postać trygonometryczna i postać wykładnicza liczby zespolonej, argument, argument główny, działania, potęgowanie liczb zespolonych, wzór de Moivre'a, interpretacja geometryczna, rozwiązywanie prostych równań i nierówności przy pomocy postaci trygonometrycznej lub wykładniczej | 2                    |
| Ćw3                            | Pierwiastkowanie liczb zespolonych, zastosowania pierwiastków zespolonych do rozwiązywania równań   | 2                    |
| Ćw4                            | Wielomiany zmiennej rzeczywistej i wielomiany zmiennej zespolonej, rozkład wielomianów na czynniki nierozkładalne, pierwiastki wielomianów  | 3                    |
| Ćw5                            | Rozkład funkcji wymiernych rzeczywistych i zespolonych na ułamki proste   | 1                    |
| Ćw6                            | Przestrzenie i podprzestrzenie liniowe, domknięcia liniowe  | 2                    |
| Ćw7                            | Pojęcie liniowej niezależności wektorów na przykładach, baza i wymiar przestrzeni liniowej  | 4                    |
| Ćw8                            | Macierze, wykonywanie działań na macierzach, obliczanie rzędów macierzy   | 3                    |
| Ćw9                            | Zastosowanie metody eliminacji Gaussa do rozwiązywania układów równań liniowych, rozwiązywanie układów Cramera.   | 3                    |
| Ćw10                           | Zastosowanie twierdzenia Kroneckera-Capelliego, znajdowanie przestrzeni rozwiązań układów jednorodnych  | 3                    |
| Ćw11                           | Obliczanie i stosowanie własności wyznaczników. Stosowanie rozwinięcia Laplace'a. Obliczanie macierzy odwrotnej.  | 3                    |
| Ćw12                           | Rozwiązywanie zadań z geometrii analitycznej w przestrzeni dwuwymiarowej i trójwymiarowej.  | 2                    |
|                                | Suma godzin   | 30                   |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>   |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna</li> <li>2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna</li> <li>3. Konsultacje</li> <li>4. Praca własna studenta -przygotowanie do ćwiczeń</li> </ol> |

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_U06<br>PEK_U07<br>PEK_U08<br>PEK_K02<br>PEK_K03   | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_U06<br>PEK_U07<br>PEK_U08<br>PEK_K01<br>PEK_K02<br>PEK-K03 | egzamin                                     |
| P=0,5*F1+0,5*F2  |  |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Białynicki-Birula, Algebra, PWN 1971.
- [2] B. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2002.
- [3] Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN 1970.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, 2, Przykłady i zadania, GiS 1999.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. inż. Romuald Lenczewski ( Romuald.Lenczewski@pwr.wroc.pl)**



MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ALGEBRA M1  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu**               | Treści programowe** | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|--------------------------------|---|---------------------------------|---------------------|---------------------------------|
| PEK_W01 (wiedza)               | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W05   | C1                              | Wy1,Wy2             | 1,3                             |
| PEK_W02                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W05  | C3,C4,C5,<br>C6                 | Wy3,Wy4             | 1,3                             |
| PEK_W03                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W05   | C2,C6,C7                        | Wy2,Wy5             | 1,3                             |
| PEK_W04                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W05   | C3                              | Wy3                 | 1,3                             |
| PEK_W05                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W05   | C8                              | Wy6                 | 1,3                             |
| PEK_U01 (umiejętności)         | K1MIS_U01,K1MIS_U17   | C1                              | Ćw1,Ćw2,<br>Ćw3     | 2,3,4                           |
| PEK_U02                        | K1MIS_U01,K1MIS_U02   | C1                              | Ćw4,Ćw5             | 2,3,4                           |
| PEK_U03                        | K1MIS_U01,K1MIS_U03   | C2,C3                           | Ćw6                 | 2,3,4                           |
| PEK_U04                        | K1MIS_U01,K1MIS_U03   | C2,C3                           | Ćw7                 | 2,3,4                           |
| PEK_U05                        | K1MIS_U01,K1MIS_U10   | C4                              | Ćw8                 | 2,3,4                           |
| PEK_U06                        | K1MIS_U01,K1MIS_U10   | C7                              | Ćw11                | 2,3,4                           |
| PEK_U07                        | K1MIS_U01,K1MIS_U26   | C5,C6                           | Ćw9,Ćw10            | 2,3,4                           |
| PEK_U08                        | K1MIS_U01,K1MIS_U27   | C8                              | Ćw12                | 2,3,4                           |
| PEK_K01 (kompetencje)          | K1MIS_K06   | C1,C2,C3,<br>C4,C5,C6,<br>C7,C8 | Wy1-Wy6<br>Ćw1-Ćw12 | 1,2,3,4                         |
| PEK_K02                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02  | C1,C2,C3,<br>C4,C5,C6,<br>C7,C8 | Wy1-Wy6<br>Ćw1=Ćw12 | 1,2,3,4                         |
| PEK_K03                        | K1MIS_K04, K1MIS_K05  | C1,C2,C3,<br>C4,C5,C6,<br>C7,C8 | Wy1-Wy6<br>Ćw1=Ćw12 | 1,2,3,4                         |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Analiza Matematyczna M1

**Nazwa w języku angielskim** Mathematical Analysis M1

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy~~ / ~~wybieralny~~ / ~~ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001594

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 60      | 60        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 300     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 10      |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 5       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 5       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Zna pojęcie funkcji i rozróżnia podstawowe klasy funkcji.
2. Posiada umiejętność sprawnego przekształcania wyrażeń algebraicznych .
3. Zna pojęcie ciągu i jego granicy.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych własności i technik obliczania granic ciągów i granic funkcji.  
 C2 Poznanie pojęcia ciągłości funkcji i podstawowych własności funkcji ciągłych.  
 C3 Poznanie podstawowych pojęć rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej.  
 C4 Poznanie pojęcia całki nieoznaczonej i nabycie umiejętności jej wyznaczania.  
 C5 Poznanie pojęcia całki oznaczonej i technik jej wyliczania.  
 C6 Nabycie umiejętności stosowania pojęć rachunku różniczkowego i całkowego do rozwiązywania prostych zagadnień z fizyki, geometrii i mechaniki.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna pojęcia kresów zbiorów, granicy ciągu liczbowego i granicy funkcji

PEK\_W02 zna i rozumie pojęcie ciągłości funkcji i zna własności funkcji ciągłych

PEK\_W03 ma podstawową wiedzę dotyczącą rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej

PEK\_W04 rozumie pojęcie całki nieoznaczonej i oznaczonej, zna zastosowania rachunku całkowego w zagadnieniach fizyki, mechaniki i geometrii

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi efektywnie wyliczać kresy zbiorów, granice ciągów liczbowych i granice funkcji jednej zmiennej

PEK\_U02 potrafi stosować twierdzenia dotyczące funkcji ciągłych

PEK\_U03 potrafi wyliczać pochodne i stosować aparat rachunku różniczkowego w zagadnieniach fizyki i mechaniki

PEK\_U04 potrafi obliczać całki nieoznaczone i oznaczone i stosować rachunek całkowy w zagadnieniach fizyki, mechaniki i geometrii

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK\_K02 rozumie konieczność samodzielnej i systematycznej pracy nad opanowaniem materiału kursu

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Zbiór liczb rzeczywistych: aksjomatyka i wybrane własności, indukcja matematyczna, kresy zbioru liczbowego.   | 4             |
| Wy2                   | Ciągi liczbowe: ciągi zbieżne i ich własności, ciągi rozbieżne do nieskończoności, warunek Cauchy'ego, podciągi, punkty skupienia, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa, granica dolna i górna, ważniejsze granice i techniki ich wyznaczania.                              | 10            |
| Wy3                   | Granice funkcji jednej zmiennej rzeczywistej: pojęcie granicy, własności granic, granice jednostronne, granice niewłaściwe, granice w nieskończoności, granica górna i dolna.   | 8             |
| Wy4                   | Ciągłość funkcji jednej zmiennej rzeczywistej: charakteryzacje ciągłości, własności funkcji ciągłych, ciągłość jednostronna, ciągłość funkcji złożonej i odwrotnej, ciągłość jednostajna, ciągłość funkcji elementarnych.   | 8             |
| Wy5                   | Pochodne funkcji jednej zmiennej rzeczywistej: definicja i interpretacje pochodnych, pochodne jednostronne, różniczkowalność, różniczkowalność funkcji złożonej i odwrotnej, twierdzenia o wartości średniej, twierdzenie Taylora, zastosowania rachunku różniczkowego. | 12            |
| Wy6                   | Całka nieoznaczona: funkcja pierwotna, istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji ciągłej (informacja), metody całkowania różnych klas funkcji elementarnych.   | 8             |

|     |  |           |
|-----|--|-----------|
| Wy7 | Całka oznaczona: interpretacja geometryczna, wzór Newtona-Leibniza, podstawowe własności, twierdzenia o wartości średniej dla całek, funkcja górnej granicy całkowania i jej własności, zastosowania geometryczne i fizyczne całki oznaczonej. | 10        |
|     | Suma godzin  | <b>60</b> |

| Forma zajęć - ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Stosowanie indukcji matematycznej, obliczanie kresów zbiorów liczbowych.                     | 6             |
| Ćw2                     | Badanie zbieżności ciągów liczbowych, obliczanie granic dolnych i górnych.                   | 10            |
| Ćw3                     | Badanie zbieżności funkcji w punkcie, obliczanie granic dolnych i górnych.                   | 7             |
| Ćw4                     | Badanie ciągłości funkcji jednej zmiennej rzeczywistej                                       | 7             |
| Ćw5                     | Obliczanie pochodnych, stosowanie metod rachunku różniczkowego do badania ekstremów funkcji. | 10            |
| Ćw6                     | Wyznaczanie całek nieoznaczonych   | 9             |
| Ćw7                     | Obliczanie całek oznaczonych i zastosowanie do zagadnień fizyki, mechaniki i geometrii.      | 9             |
| Ćw8                     | Kolokwia sprawdzające wiedzę i umiejętności.   | 2             |
|                         | Suma godzin  | <b>60</b>     |

| STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE   |
|---|
| 1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna<br>2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna<br>3. Konsultacje<br>4. Praca własna studenta-przygotowanie do ćwiczeń |

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_U01,<br>PEK_U02,<br>PEK_U03,<br>PEK_U04,<br>PEK_K02   | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01,<br>PEK_W02,<br>PEK_W03,<br>PEK_W04,<br>PEK_U01,<br>PEK_U02,<br>PEK_U03,<br>PEK_U04,<br>PEK_K01,<br>PEK_K02 | egzamin                                     |
| P=0,3*F1 + 0,7*F2  |   |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, t.I i II, Wyd. Naukowe UAM, Poznań 1993.
- [2] K. Kuratowski, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 1973.
- [3] G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t.I-II, PWN, Warszawa 1995.
- [4] F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, PWN, Warszawa 1977.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] W. Rudin, Postawy analizy matematycznej, PWN, Warszawa 1996.
- [2] J. Banaś i S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WNT, Warszawa 1996.
- [3] B. P. Demidowicz, Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej, cz. 1, 2 i 3, Wyd. Naukowa Książka, Lublin 1992-93 (lub oryginał w języku rosyjskim).

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Zbigniew Olszak (Zbigniew.Olszak@pwr.edu.pl)**  
**Prof. dr hab. Krzysztof Stempak (Krzysztof.Stempak@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA MATEMATYCZNA M1  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W05   | C1, C3                   | Wy1, Wy2, Wy3              | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03  | C2, C3                   | Wy4                        | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03  | C3, C6                   | Wy5                        | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03  | C4, C5, C6               | Wy6, Wy7                   | 1, 3                                   |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U05   | C1, C3                   | Ćw1, Ćw2, Ćw3              | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U05   | C2, C3                   | Ćw4                        | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U05, K1MIS_U24  | C4, C3, C6               | Ćw6, Ćw5                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U05, K1MIS_U24  | C5, C6                   | Ćw7                        | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K05, K1MIS_K07   | C1-C6                    | Wy1-Wy7, Ćw1-Ćw8           | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K05   | C1-C6                    | Wy1-Wy7, Ćw1-Ćw8           | 1,2,3,4                                |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Wstęp do logiki i teorii mnogości

**Nazwa w języku angielskim** Introduction to Logic and Set Theory

**Kierunek studiów:** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001607

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 210     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 7       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 3       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 4       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Kurs matematyki w zakresie szkoły średniej

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Opanowanie języka Logiki Matematycznej

C2 Opanowanie podstawowych pojęć Teorii Mnogości

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01: Zna podstawowe pojęcia rachunku zdań

PEK\_W02: Zna podstawowe pojęcia rachunku predykatów

PEK\_W03: Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii mnogości

PEK\_W04: Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii mocy

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01: Umie posługiwać się pojęciem tautologii

PEK\_U02: Umie wykonywać proste obliczenia na zbiorach

PEK\_U03: Umie przeprowadzać rozumowania indukcyjne

PEK\_U04: Umie wyznaczać moce zbiorów

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01: Potrafi precyzyjnie formułować swoje rozumowania

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć – wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Rachunek zdań I. Tautologie   | 2             |
| Wy2                   | Rachunek zdań II. Reguły wnioskowania i przykłady wnioskowań.       | 2             |
| Wy3                   | Algebra zbiorów   | 2             |
| Wy4                   | Kwantyfikatory. Wnioskowania z użyciem kwantyfikatorów              | 2             |
| Wy5                   | Aksjomaty teorii mnogości   | 2             |
| Wy6                   | Arytmetyka Peano i zasada indukcji matematycznej                    | 2             |
| Wy7                   | Sumy i iloczyny nieskończone. Produkt kartezyjski i pojęcie relacji | 2             |
| Wy8                   | Relacje dwuargumentowe. Porządki częściowe i liniowe                | 2             |
| Wy9                   | Relacje równoważności i zasada abstrakcji.                          | 2             |
| Wy10                  | Funkcje i operacje na funkcjach. Obraz i przeciwobraz               | 2             |
| Wy11                  | Pojęcie równoliczności i zbiory przeliczalne                        | 2             |
| Wy12                  | Twierdzenia Cantora. Liczby kardynalne                              | 2             |
| Wy13                  | Działania na liczbach kardynalnych                                  | 2             |
| Wy14                  | Aksjomat wyboru i lemat Kuratowskiego-Zorna                         | 2             |
| Wy15                  | Powtórzenie   | 2             |
|                       | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć – ćwiczenia |                                    | Liczba godzin |
|-------------------------|------------------------------------|---------------|
| Ćw1                     | Tautologie                         | 2             |
| Ćw2                     | Analiza prostych dowodów           | 2             |
| Ćw3                     | Działania na zbiorach              | 2             |
| Ćw4                     | Działania na zbiorach-cd.          | 2             |
| Ćw5                     | Kwantyfikatory                     | 2             |
| Ćw6                     | Zasada indukcji matematycznej      | 2             |
| Ćw7                     | Działania nieskończone na zbiorach | 2             |



|      |   |           |
|------|---|-----------|
| Ćw8  | Kolokwium                               | 2         |
| Ćw9  | Relacje dwuargumentowe i porządki       | 2         |
| Ćw10 | Relacje równoważności                   | 2         |
| Ćw11 | Własności funkcji. Obraz i przeciwobraz | 2         |
| Ćw12 | Równoliczność i zbiory przeliczalne     | 2         |
| Ćw13 | Arytmetyka liczb kardynalnych           | 2         |
| Ćw14 | Lemat Kuratowskiego-Zorna               | 2         |
| Ćw15 | Kolokwium                               | 2         |
|      | Suma godzin                             | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. wykład tradycyjny
2. rozwiązywanie zadań z list

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--------------------------|---|
| F1   | PEK_W01, PEK_W02         | Kolokwium 1                                 |
| F2   | PEK_W03, PEK_W04         | Kolokwium 2                                 |
| F3   | Wszystko                 | Egzamin                                     |
| $P = 0.25 * F1 + 0.25 * F2 + 0.5 * F3$   |                          |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, PWN, Warszawa 2001
- [2] J. Cichoń, *Wykłady ze Wstępu do Matematyki*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2003 (dostępna online)

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] W. Marek, J. Onyszkiewicz, *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach*, PWN, 2010
- [2] D. J. Velleman, *How to Prove It*, CUP, 1994
- [3] E. D. Bloch, *Proofs and Fundamentals*, Springer 2011

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr Marek Zakrzewski (marek.zakrzewski@pwr.edu.pl)**

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**Wstęp do Logiki i Teorii Mnogości**  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe** | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|--------------------------------|---|-------------------|---------------------|---------------------------------|
| PEK_W01                        | K1MIS_W02   | C1                | Wy1,Wy2             | 1                               |
| PEK_W02                        | K1MIS_W02   | C1                | Wy3..Wy5            | 1                               |
| PEK_W03                        | K1MIS_W05   | C2                | Wy6-Wy11            | 1                               |
| PEK_W04                        | K1MIS_W05   | C2                | Wy12-W15            | 1                               |
| PEK_U01                        | K1MIS_U01   | C1                | Cw1,Cw2             | 2                               |
| PEK_U02                        | K1MIS_U03   | C1                | Cw3..Cw5            | 2                               |
| PEK_U03                        | K1MIS_U02   | C2                | Cw6-Cw11            | 2                               |
| PEK_U04                        | K1MIS_U03   | C2                | Cw12-Cw15           | 2                               |
| PEK_K01                        | K1MIS_K01   | C1                | Cw1..Cw15           | 2                               |

\*\* - z tabeli powyżej

|  |   |
|--|---|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>                |   |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>                  |   |
| <b>Nazwa w języku polskim</b>            | <b>Wstęp do informatyki i programowania</b>             |
| <b>Nazwa w języku angielskim</b>         | <b>Introduction to computer science and programming</b> |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy):</b> | <b>Matematyka i Statystyka</b>                          |
| <b>Stopień studiów i forma:</b>          | <b>I stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>        |
| <b>Rodzaj przedmiotu:</b>                | <b>obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany*</b>     |
| <b>Kod przedmiotu</b>                    | <b>INT001331</b>  |
| <b>Grupa kursów</b>                      | <b>TAK / NIE*</b>                                       |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 90                  |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 3                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Brak wstępnych wymagań

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1** Zapoznanie się z podstawowymi zagadnieniami informatyki.  
**C2** Opanowanie wiedzy z zakresu podstawowych technik programowania.  
**C3** Pozyskanie umiejętności praktycznego zastosowania poznanej wiedzy, w szczególności implementacji prostych algorytmów.  
**C4** Przekonanie się o istotności programowania w pracy matematyka.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W1 Student zna dobrze podstawy wybranego języka programowania.

PEK\_W2 Student zna podstawowe pojęcia informatyki, takie jak program, algorytm lub złożoność obliczeniowa.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U1 Student potrafi zaimplementować prosty algorytm w wybranym języku programowania.

PEK\_U2 Student potrafi znajdować i usuwać błędy w prostych programach.

PEK\_U3 Student potrafi zmierzyć czas wykonania programu i porównać go z wyznaczoną złożonością obliczeniową.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K1 Student jest przygotowany do zdobywania nowych kompetencji w zakresie informatyki i jej zastosowań w matematyce.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| <b>Forma zajęć – wykłady</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|------------------------------|---|----------------------|
| Wy1                          | Informatyka w życiu matematyka; Kultura i styl programowania; Algorytmy i programy; Interaktywne dokumenty;                     | 2                    |
| Wy2                          | Język programowania jako kalkulator; Liczbowe typy danych i operacje na nich; Pojęcie zmiennej;                                 | 2                    |
| Wy3                          | Napisy; Uporządkowane złożone typy danych (krótki, listy);  | 2                    |
| Wy4                          | Instrukcje warunkowe; Pętle;  | 2                    |
| Wy5                          | Tworzenie fragmentów kodu wielokrotnego użytku; Funkcje i wyrażenia lambda; Używanie bibliotek standardowych;                   | 2                    |
| Wy6                          | Programowanie za pomocą produktowania list i zbiorów; Nieuporządkowane złożone typy danych (zbiory, tablice asocjacyjne);       | 2                    |
| Wy7                          | Używanie instalowanych bibliotek; Przygotowywanie wykresów;   | 2                    |
| Wy8                          | Proste algorytmy: sortowanie;   | 2                    |
| Wy9                          | Proste algorytmy: szukanie liczb pierwszych;  | 2                    |
| Wy10                         | Rodzaje błędów; Metody szukania błędów; Mierzenie czasu wykonywania programu; Statyczna analiza kodu; Techniki unikania błędów; | 2                    |
| Wy11                         | Złożoność obliczeniowa: teoria i metody wyznaczania;  | 2                    |
| Wy12                         | Złożoność obliczeniowa: badanie złożoności prostych algorytmów;   | 2                    |
| Wy13                         | Odczytywanie i zapisywanie plików tekstowych;   | 2                    |
| Wy14                         | Wejście i wyjście w programach i interaktywnych dokumentach;  | 2                    |
| Wy15                         | Podsumowanie wykładu  | 2                    |
|                              | <b>Suma godzin</b>  | <b>30</b>            |

| <b>Forma zajęć – laboratorium</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|-----------------------------------|--|----------------------|
| La1                               | Środowisko interaktywnych dokumentów. Pierwszy program.                            | 2                    |
| La2                               | Omówienie sposobu zapisu wartości podstawowych typów danych.                       | 2                    |
| La3                               | Konstruowanie złożonych wyrażeń. Język programowania jako kalkulator.              | 2                    |
| La4                               | Korzystanie z biblioteki funkcji matematycznych, pisanie własnych funkcji.         | 2                    |
| La5                               | Środowisko interaktywnych dokumentów: wykonywanie interaktywnych wykresów funkcji. | 2                    |
| La6                               | Metody szukania maksimum i miejsca zerowego funkcji.                               | 2                    |
| La7                               | Ilustracja rekurencji: liczby Fibonacciego, algorytm Euklidesa.                    | 2                    |
| La8                               | Ćwiczenia operacji na napisach: palindromy, szyfr Cezara.                          | 2                    |
| La9                               | Proste algorytmy szukania liczb pierwszych.  | 2                    |
| La10                              | Ćwiczenia z wykorzystania słowników: drzewa zdarzeń.                               | 2                    |
| La11                              | Proste algorytmy sortowania, sortowanie elementów z wagami.                        | 2                    |
| La12                              | Korzystanie z plików tekstowych do zapisu danych tabelarycznych.                   | 2                    |
| La13                              | Ćwiczenia z szukania i usuwania błędów w programach.                               | 2                    |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
| La14 | Porównanie złożoności obliczeniowej dwóch algorytmów. | 2         |
| La15 | Podsumowanie laboratorium.                            | 2         |
|      | Suma godzin   | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład tradycyjny
2. Wykład multimedialny
3. Rozwiązywanie zadań programistycznych
4. Konsultacje
5. Praca własna studentów

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia           | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|------------------------------------|---|
| F1   | PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_K01 | Kolokwium w ostatnim tygodniu zajęć         |
| F2   | PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_K01 | Kontrola realizacji list zadań              |
| P = 60%*F1 + 40%*F2  |                                    |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] S. Alagić, M.A. Arbib. Projektowanie programów poprawnych i dobrze zbudowanych, WNT, Warszawa 1982.
- [2] A. B. Downey, Think Python, O'Reilly, 2012
- [3] M. Pilgrim, Dive Into Python, APress Media, LLC 2004.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [4] D. Harrell, Rzecz o istocie informatyki. Algorytmika, WNT, Warszawa 2000.
- [5] M. Kotowski. Wysokie C. LUPUS, Warszawa, 1998.
- [6] A. Hunt, D. Thomas. Pragmatyczny programista. Od czeladnika do mistrza. WNT, Warszawa, 2002.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr inż. Andrzej Giniewicz (andrzej.giniewicz@pwr.edu.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO INFORMATYKI I PROGRAMOWANIA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W16,  | C1, C2                   | Wy1-Wy15                   | 1 2 4 5                                |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W16,  | C1, C2                   | Wy1-Wy15                   | 1 2 4 5                                |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W16,  | C1, C2                   | Wy1-Wy15                   | 1 2 4 5                                |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U10, K1MIS_U13, K1MIS_U14, K1MIS_U26   | C2, C3                   | La1-La5                    | 3 4 5                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U10, K1MIS_U13, K1MIS_U14, K1MIS_U26   | C2, C3                   | La1-La5                    | 3 4 5                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U10, K1MIS_U13, K1MIS_U14, K1MIS_U26   | C3                       | La1-La5                    | 3 4 5                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K04, K1MIS_K05   | C1                       | Wy1-Wy15, La1-La5          | 1 2 3 4 5                              |

\*\* - z tabeli powyżej

## WYDZIAŁ MATEMATYKI

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim Technologie informacyjne

Nazwa w języku angielskim Information Technology

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): MATEMATYKA I STATYSTYKA

Stopień studiów i forma: I / II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*

Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\*

Kod przedmiotu INT001330

Grupa kursów TAK / NIE\*

|   | Wykład                                    | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                       |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | <del>Egzamin</del> / zaliczenie na ocenę* |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2   |           |              |         |            |

\*niepotrzebne skreślić

## WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Student zna dobrze podstawy wybranego języka programowania — *Wstęp do informatyki i programowania.*

## CELE PRZEDMIOTU

- C1** Poznanie budowy oraz obsługi komputera w stopniu podstawowym, pozwalającym na samodzielny dobór jego komponentów oraz swobodne korzystanie z funkcjonalności systemu operacyjnego.
- C2** Poznanie zasad bezpiecznego korzystania z komputera oraz sieci Internet.
- C3** Opanowanie narzędzi informatycznych ułatwiających pracę w grupie.
- C4** Opanowanie podstawowych narzędzi informatycznych ułatwiających naukę matematyki oraz prowadzenie badań matematycznych.
- C5** Opanowanie podstawowych metod prezentacji wyników matematycznych.
- C6** Opanowanie zaawansowanych technik pracy z arkuszem kalkulacyjnym.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

**PEK\_W1** Student zna podstawy budowy komputera i obsługi systemów operacyjnych.

**PEK\_W2** Student zna najważniejsze zasady bezpieczeństwa komputerowego.

**PEK\_U1** Student potrafi pracować w grupie z pomocą narzędzi informatycznych, korzystając z nich w sposób bezpieczny.

**PEK\_U2** Student potrafi efektywnie i bezpiecznie wyszukiwać informacje w Internecie.

**PEK\_U3** Student potrafi przygotować prosty raport oraz prezentację zawierającą wzory matematyczne, zgodne z podstawowymi zasadami składu.

**PEK\_U4** Student potrafi przygotować stronę internetową zawierającą wzory matematyczne.

**PEK\_U5** Student opanował pracę w arkuszu kalkulacyjnym w stopniu zaawansowanym.

**PEK\_K1** Student jest przygotowany do samodzielnego wyszukiwania informacji oraz prezentacji własnych wyników, potrafi cytować źródła.

**PEK\_K2** Student jest przygotowany do zdobywania nowych kompetencji w zakresie informatyki i jej zastosowań w matematyce.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykład |   | Liczba godzin |
|----------------------|---|---------------|
| Wy1                  | Elementy komputera: sprzęt i oprogramowanie;  | 2             |
| Wy2                  | Bezpieczeństwo komputerowe; Podpis cyfrowy; Szyfrowanie;  | 2             |
| Wy3                  | Zasady pracy w grupie; Rozproszone systemy kontroli wersji;   | 2             |
| Wy4                  | Metody wyszukiwania informacji; Wyszukiwanie archiwalnych informacji w sieci Internet; Zasady podawania źródeł;     | 2             |
| Wy5                  | Podstawy typografii cyfrowej;   | 2             |
| Wy6                  | Podstawy systemu składu tekstu LATEX;   | 2             |
| Wy7                  | Skład wzorów matematycznych w LATEXu;   | 2             |
| Wy8                  | Tworzenie własnych komend w LATEXu; Umieszczanie tabel i rysunków; Praca z bibliografią; Przygotowanie prezentacji; | 2             |
| Wy9                  | Podstawy tworzenia stron internetowych w HTML;  | 2             |
| Wy10                 | Dodawanie stylu do stron w CSS;   | 2             |
| Wy11                 | Interaktywne elementy stron: JavaScript;  | 2             |
| Wy12                 | Korzystanie z arkusza kalkulacyjnego;   | 2             |
| Wy13                 | Makra arkusza kalkulacyjnego w języku Visual Basic;   | 2             |
| Wy14                 | Makra arkusza kalkulacyjnego w języku Python;   | 2             |
| Wy15                 | Podsumowanie wykładu;   | 2             |
| <b>Suma godzin</b>   |   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - laboratorium |  | Liczba godzin |
|----------------------------|--|---------------|
| La1                        | Wykonywanie podstawowych czynności w systemie operacyjnym w trybie graficznym i tekstowym;                                   | 2             |
| La2                        | Generowanie par kluczy; Przygotowanie zaszyfrowanej i podpisanej wiadomości; Odszyfrowanie wiadomości i weryfikacja podpisu; | 2             |
| La3                        | Praca w rozproszonym systemie kontroli wersji;   | 2             |



|                    |   |           |
|--------------------|---|-----------|
| La4                | Wyszukiwanie aktualnych i archiwalnych informacji w sieci Internet;<br>Korzystanie z baz artykułów naukowych;     | 2         |
| La5                | Korzystanie z narzędzi do zarządzania bibliografią; Ćwiczenia z pracy w grupach: budowanie bazy bibliograficznej; | 2         |
| La6                | Ćwiczenia z podstaw systemu LATEX;  | 2         |
| La7                | Ćwiczenia ze składu wzorów w systemie LATEX;  | 2         |
| La8                | Zaawansowane ćwiczenia w systemie LATEX;  | 2         |
| La9                | Projektowanie treści strony internetowej; Ćwiczenia w języku HTML;  | 2         |
| La10               | Projektowanie wyglądu strony internetowej; Ćwiczenia w języku CSS;  | 2         |
| La11               | Interaktywne elementy stron w JavaScript;   | 2         |
| La12               | Ćwiczenia z korzystania z arkusza kalkulacyjnego;   | 2         |
| La13               | Pisanie makr arkusza kalkulacyjnego: Visual Basic;  | 2         |
| La14               | Pisanie makr arkusza kalkulacyjnego: Python;  | 2         |
| La15               | Podsumowanie laboratorium;  | 2         |
| <b>Suma godzin</b> |   | <b>30</b> |

|  |
|--|
| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>   |
| N1 Wykład multimedialny.<br>N2 Laboratorium komputerowe.<br>N3 Zadania domowe. |

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                             | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia                                      |
|--|--|--|
| F1   | PEK_U2, PEK_U3,<br>PEK_K1, PEK_K2                    | Zadanie domowe samodzielne — „przygotowanie raportu”                             |
| F2   | PEK_W2, PEK_U1,<br>PEK_U2, PEK_U4,<br>PEK_K1, PEK_K2 | Zadanie domowe w grupie — „przygotowanie strony internetowej”                    |
| F3   | PEK_U5, PEK_K2                                       | Zaliczenie laboratorium — kartkówka z arkusza kalkulacyjnego                     |
| F4   | PEK_W1, PEK_W2,<br>PEK_K2                            | Zaliczenie wykładu — test z najważniejszych informacji w ostatnim tygodniu zajęć |
| <b><math>P=0,3 \cdot F1+0,3 \cdot F2+0,3 \cdot F3+0,1 \cdot F4</math></b>          |  |  |

|  |
|--|
| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>   |
| <b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b><br>[1] A.S. Tanenbaum, <i>Systemy operacyjne</i> , Helion 2010, wydanie 4.<br>[2] S. Chacon, B. Straub, <i>Pro Git</i> , Apress 2014, wydanie 2.<br>[3] R. Bringhurst, <i>Elementarz stylu w typografii</i> , Design Plus 2007, wydanie 3.<br>[4] L. Lamport, <i>L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X: System opracowywania dokumentów. Podręcznik i przewodnik użytkownika</i> , WNT 2004, wydanie 2.<br>[5] M. MacDonald, <i>HTML5. Nieoficjalny podręcznik</i> , Helion 2014, wydanie 2.<br>[6] J. Walkenbach, <i>Excel 2010 PL. Najlepsze sztuczki i chwytaki</i> , Helion 2013. |
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>   |
| Dr inż. Andrzej Giniewicz  |

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Technologie informacyjne**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)**</b> | <b>Cele przedmiotu***</b> | <b>Treści programowe***</b>             | <b>Numer narzędzia dydaktycznego***</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|---|---|
| <b>PEK_W1</b>                         | K1MIS_W11,   | <b>C1</b>                 | Wy1                                     | <b>N1</b>                               |
| <b>PEK_W2</b>                         | K1MIS_W11  | <b>C2</b>                 | Wy1, Wy2,<br>La2, La3                   | <b>N1, N2</b>                           |
| <b>PEK_U1</b>                         | K1MIS_U36,   | <b>C2, C3</b>             | Wy3, La3, La5                           | <b>N1, N2</b>                           |
| <b>PEK_U2</b>                         | K1MIS_U01,   | <b>C2, C4</b>             | Wy2, Wy4,<br>La4, La5                   | <b>N1, N2</b>                           |
| <b>PEK_U3</b>                         | K1MIS_U01,   | <b>C4, C5</b>             | Wy6 – Wy8,<br>La6 – La8                 | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_U4</b>                         | K1MIS_U01,   | <b>C4, C5</b>             | Wy9 – Wy11,<br>La9 – La11               | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_U5</b>                         | K1MIS_U28,<br>K1MIS_K02,   | <b>C4, C6</b>             | Wy12–Wy14,<br>La12–La14                 | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_K1</b>                         | K1MIS_K06,<br>K1MIS_K04,<br>K1MIS_K01,   | <b>C2, C4, C5</b>         | Wy4–Wy11,<br>Wy15,<br>La5–La11,<br>La15 | <b>N1, N2</b>                           |
| <b>PEK_K2</b>                         | K1MIS_K03,   | <b>C1-C4</b>              | Wy1–Wy5,<br>Wy15,<br>La1–La5, La15      | <b>N1, N2</b>                           |

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim ALGEBRA M2****Nazwa w języku angielskim ALGEBRA M2****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka****Stopień studiów i forma: I stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*****Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\*****Kod przedmiotu MAT001596****Grupa kursów TAK / NIE\***

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 180     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 6       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 4       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna liczby zespolone i wielomiany zmiennej rzeczywistej i zespolonej.

Zna i umie stosować rachunek macierzowy.

Zna podstawy teorii przestrzeni liniowych.

Potrafi obliczać wyznaczniki różnymi metodami i zna ich zastosowania.

Potrafi rozwiązywać układy równań liniowych i analizować zbiór ich rozwiązań.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstaw teorii przekształceń liniowych.

C2 Nabycie umiejętności wyznaczania wektorów i wartości własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń.

C3 Zdobycie podstawowej wiedzy o formach dwuliniowych i kwadratowych, metodach sprowadzania form kwadratowych do postaci kanonicznej i badania ich dodatniej określoności.

C4 Nabycie umiejętności sprowadzania macierzy do postaci kanonicznej Jordana.

C5 Poznanie pojęcia iloczynu skalarnego i struktury przestrzeni liniowych z iloczynem skalarnym oraz opanowanie procedury znajdowania baz ortogonalnych w tych przestrzeniach.

C6 Poznanie podstaw teorii operatorów na przestrzeniach z iloczynem skalarnym.

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, student:

PEK\_W01 zna podstawowe pojęcia z teorii przekształceń liniowych

PEK\_W02 potrafi wyznaczać wektory i wartości własne przekształceń liniowych

PEK\_W03 zna podstawy teorii form dwuliniowych i kwadratowych

PEK\_W04 zna metodę znajdowania postaci kanonicznej Jordana macierzy kwadratowych

PEK\_W05 zna pojęcie iloczynu skalarnego i jego zastosowań do konstrukcji baz ortogonalnych w przestrzeniach z iloczynem skalarnym

PEK\_W06 zna podstawy teorii operatorów na przestrzeniach z iloczynem skalarnym

Z zakresu umiejętności, student:

PEK\_U01 potrafi badać własności przekształcenia liniowego i wyznaczać jego jądro i obraz

PEK\_U02 potrafi wyznaczać wartości i wektory własne przekształceń liniowych

PEK\_U03 potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej i zbadać jej dodatnią lub ujemną określoność

PEK\_U04 potrafi sprowadzić macierz kwadratową do postaci kanonicznej Jordana

PEK\_U05 potrafi wyznaczać bazy ortogonalne przestrzeni liniowych metodą Grama-Schmidta i znajdować rzuty ortogonalne wektorów na podprzestrzeń

PEK\_U06 potrafi badać podstawowe typy operatorów liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej

PEK\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Przekształcenia liniowe. Obraz, jądro, macierz i rząd przekształcenia. Składanie przekształceń. Przekształcenia odwrotne. Odwracalność operatora. Zmiana bazy. Podobieństwo macierzy, macierz przejścia, macierze przekształcenia w różnych bazach. Izomorfizm przestrzeni liniowych. Suma prosta przestrzeni liniowych. Podprzestrzenie niezmiennicze, wartości i wektory własne, wielomian charakterystyczny. | 8             |
| Wy2                   | Formy dwuliniowe i kwadratowe. Przestrzeń sprzężona, odwzorowanie sprzężone. Postać kanoniczna formy kwadratowej, dodatnia określoność i sygnatura formy, kryterium Sylwestra dodatniej określoności, twierdzenie Sylwestra o bezwładności.   | 6             |
| Wy3                   | Twierdzenie Jordana. Postać Jordana macierzy. Operatory nilpotentne. Rozkład operatora na część nilpotentną i odwracalną.   | 4             |
| Wy4                   | Iloczyn skalarny. Przestrzenie euklidesowe i unitarne. Nierówność Schwarz'a, norma, przestrzenie unormowane. Ortogonalność. Baza ortonormalna, proces ortogonalizacji Grama - Schmidta. Wyznacznik Grama. Rzut ortogonalny na podprzestrzeń.  | 4             |
| Wy5                   | Operator sprzężony w przestrzeniach z iloczynem skalarnym; operatory symetryczne i hermitowskie, ortogonalne i unitarne, dodatnie i normalne. Projektory ortogonalne. Spektrum operatora i jego własności. Twierdzenia spektralne w przestrzeniach skończonego wymiarowych. Postaci kanoniczne macierzy symetrycznych i hermitowskich, ortogonalnych i unitarnych.  | 8             |
|                       | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Badanie przekształceń liniowych i ich własności, wyznaczenie jądra i obrazu przekształcenie liniowego  | 4             |
| Ćw2                     | Wyznaczanie macierzy przekształcenia liniowego   | 2             |
| Ćw3                     | Wyznaczanie wartości i wektorów własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń   | 4             |
| Ćw4                     | Sprowadzanie form kwadratowych do postaci kanonicznej i badanie ich dodatniej lub ujemnej określoności   | 5             |
| Ćw5                     | Sprowadzanie macierzy kwadratowych do postaci kanonicznej Jordana  | 6             |
| Ćw6                     | Badanie przestrzeni z iloczynem skalarnym i znajdowanie baz ortogonalnych tych przestrzeni metodą Grama-Schmidta   | 5             |
| Ćw7                     | Badanie podstawowych typów przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym (sprzężonych, hermitowskich, ortogonalnych, unitarnych, normalnych) | 4             |
|                         | Suma godzin  | <b>30</b>     |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_U01 PEK_U02<br>PEK_U03 PEK_U04<br>PEK_U05 PEK_U06<br>PEK_K02 PEK_K03   | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01 PEK_W02<br>PEK_W03 PEK_W04<br>PEK_W05 PEK_W06<br>PEK_U01 PEK_U02<br>PEK_U03 PEK_U04<br>PEK_U05 PEK_U06<br>PEK_K01 PEK_K02<br>PEK_K03 | egzamin                                     |
| P=0,5*F1+0,5*F2  |  |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] A. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.2 Algebra liniowa, PWN 2004
- [2] A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN 1970.
- [3] B. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2002.

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, 2, Przykłady i zadania, GiS 1999.
- [2] I. M. Gelfand, Wykłady z algebry liniowej, PWN 1975.
- [3] A. Białynicki-Birula, Algebra, PWN 1971.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. inż. Romuald Lenczewski ( Romuald.Lenczewski@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ALGEBRA M2**

**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu</b> | <b>Treści programowe</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego</b> |
|---------------------------------------|--|------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C1,C2                  | Wy1                      | 1,3                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C1,C2                  | Wy1                      | 1,3                                  |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C3                     | Wy2                      | 1,3                                  |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C4                     | Wy3                      | 1,3                                  |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C5                     | Wy4                      | 1,3                                  |
| <b>PEK_W06</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C6                     | Wy5                      | 1,3                                  |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U02   | C1                     | Ćw1,Ćw2                  | 2,3,4                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U10   | C2                     | Ćw3                      | 2,3,4                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U27   | C3                     | Ćw4                      | 2,3,4                                |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U01  | C4                     | Ćw5                      | 2,3,4                                |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U01  | C5                     | Ćw6                      | 2,3,4                                |
| <b>PEK_U06</b>                        | K1MIS_U01  | C6                     | Ćw7                      | 2,3,4                                |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K02   | C1-C8                  | Wy1-Wy5<br>Ćw1-Ćw7       | 1,2,3,4                              |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS-K02  | C1-C8                  | Wy1-Wy5<br>Ćw1-Ćw7       | 1,2,3,4                              |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K04  | C1-C8                  | Wy1-Wy5<br>Ćw1-Ćw7       | 1,2,3,4                              |

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim: Analiza Matematyczna M2**  
**Nazwa w języku angielskim: Mathematical Analysis M2**  
**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka**  
**Stopień studiów i forma: I stopień, stacjonarna**  
**Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy**  
**Kod przedmiotu: MAT001597**  
**Grupa kursów: TAK**

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 60      | 45        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 270     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 9       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 4       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 5       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

**Analiza Matematyczna M1**

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Konstrukcja i podstawowe własności całki Riemanna-Stieltjesa.
- C2 Szeregi liczbowe oraz ciągi i szeregi funkcyjne.
- C3 Całki niewłaściwe i całki z parametrem.
- C4 Podstawy teorii szeregów Fouriera i jej zastosowań.
- C5 Podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych oraz podstawowe narzędzia do wyznaczania ekstremalnych wartości funkcji.
- C6 Stosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

- PEK\_W01 zna konstrukcję całki Riemanna-Stieltjesa i jej własności, zna pojęcie całki niewłaściwej i jej własności
- PEK\_W02 ma podstawową wiedzę z teorii szeregów liczbowych i funkcyjnych, zna kryteria zbieżności, zna twierdzenia dotyczące rozwijania funkcji w szeregi potęgowe i Fouriera
- PEK\_W03 zna podstawy rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych i jego zastosowań w badaniu ekstremalnych wartości funkcji

Z zakresu umiejętności student:

- PEK\_U01 potrafi obliczać i interpretować całkę, potrafi stosować kryteria zbieżności dla całek, umie różniczkować i całkować pod znakiem całki
- PEK\_U02 potrafi stosować kryteria zbieżności dla szeregów, potrafi rozwijać funkcje w szeregi potęgowe i Fouriera, umie wykorzystywać otrzymane rozwinięcia do obliczeń przybliżonych
- PEK\_U03 potrafi obliczać pochodne cząstkowe, kierunkowe, gradient funkcji wielu zmiennych i wyznaczać ekstrema funkcji wielu zmiennych

Z zakresu kompetencji społecznych student:

- PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu
- PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Całka Riemanna-Stieltjesa: sumy aproksymacyjne, całki dolna i górna, własności całki Riemanna-Stieltjesa, zbiór miary zero, kryteria całkowalności.   | 8             |
| Wy2                   | Szeregi liczbowe: zbieżność szeregu, własności szeregów zbieżnych, warunek Cauchy'ego, wybrane kryteria zbieżności (porównawcze, d'Alemberta, Cauchy'ego, Cauchy'ego o zagęszczaniu, Dirichleta), zbieżność bezwzględna i warunkowa, informacja o twierdzeniu Riemanna, iloczyn Cauchy'ego szeregów i jego własności, iloczyny nieskończone.  | 8             |
| Wy3                   | Ciągi i szeregi funkcyjne: zbieżność punktowa i jednostajna, kryteria Weierstrassa i Dirichleta zbieżności jednostajnej szeregu funkcyjnego, ciągłość i różniczkowalność granicy ciągu i szeregu funkcyjnego, różniczkowanie i całkowanie szeregu wyraz za wyrazem, szeregi potęgowe, promień zbieżności i twierdzenia Hadamarda, rozwijanie funkcji w szeregi potęgowe, przykład funkcji ciągłej nigdzie nieróżniczkowalnej, aproksymacja funkcji ciągłych wielomianami. | 8             |
| Wy4                   | Całki niewłaściwe: zbieżność całek niewłaściwych, podstawowe kryteria, kryterium całkowe zbieżności szeregu, obliczenie pewnych całek niewłaściwych (w tym Poissona i Dirichleta), funkcja Gamma Eulera i jej własności. Kryterium całkowe zbieżności szeregu liczbowego.   | 6             |



|     |   |    |
|-----|---|----|
| Wy5 | Całki właściwe i niewłaściwe z parametrem: ciągłość, różniczkowanie i całkowanie całek właściwych z parametrem, jednostajna zbieżność całek niewłaściwych z parametrem, ciągłość, różniczkowanie i całkowanie całek niewłaściwych z parametrem.   | 6  |
| Wy6 | Szeregi Fouriera: współczynniki Fouriera, przykłady rozwinięć funkcji w szereg Fouriera, wzór Parsewala (dowód dla funkcji ciągłych), kryteria zbieżności punktowej Lipschitza i Dirichleta (bez dowodu), zastosowanie szeregów Fouriera do zagadnienia drgającej struny i przepływu ciepła w pręcie jednowymiarowym. | 8  |
| Wy7 | Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: poziomice funkcji, pochodne cząstkowe i ich własności, pochodne cząstkowe wyższych rzędów, równość pochodnych mieszanych, różniczkowanie funkcji złożonych, pochodne kierunkowe, twierdzenie o funkcji uwikłanej.   | 8  |
| Wy8 | Ekstrema funkcji wielu zmiennych: wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych, warunki konieczne i dostateczne występowania ekstremum, macierz Hessego, ekstrema warunkowe i ekstrema funkcji uwikłanych, metoda mnożników Lagrange'a.   | 8  |
|     | Suma godzin   | 60 |

| Forma zajęć - ćwiczenia |   | Liczba godzin |
|-------------------------|---|---------------|
| Ćw1                     | Konstrukcja całki Riemanna-Stieltjesa: obliczanie sum dolnych i górnych, identyfikacja zbiorów miary zero, stosowanie kryteriów całkowalności.  | 4             |
| Ćw2                     | Obliczanie sumy szeregów liczbowych. Badanie zbieżności warunkowej i bezwarunkowej szeregów liczbowych. Stosowanie kryteriów poznanych na wykładzie. Badanie zbieżności iloczynów nieskończonych.   | 6             |
| Ćw3                     | Badanie zbieżności punktowej i jednostajnej szeregów funkcyjnych. Całkowanie i różniczkowanie szeregów funkcyjnych. Rozwijanie funkcji w szeregi potęgowe i określanie zbioru zbieżności. Stosowanie rozwinięć do obliczeń przybliżonych. | 8             |
| Ćw4                     | Obliczanie całek niewłaściwych pierwszego i drugiego rodzaju. Badanie zbieżności całek niewłaściwych.   | 6             |
| Ćw5                     | Badanie zbieżności całek właściwych i niewłaściwych z parametrem. Sprawdzanie ciągłości, istnienia pochodnej i całki względem parametru.  | 5             |
| Ćw6                     | Rozwijanie funkcji w szereg Fouriera i badanie zbieżności otrzymanych rozwinięć. Stosowanie kryteriów zbieżności poznanych na wykładzie. Przykłady zastosowań analizy Fouriera (np. zagadnienie drgającej struny).                        | 6             |
| Ćw7                     | Obliczanie pochodnych cząstkowych. Sprawdzanie istnienia pełnej pochodnej funkcji wielu zmiennych i jej obliczanie.   | 4             |
| Ćw8                     | Znajdowanie ekstremów lokalnych i globalnych funkcji wielu zmiennych, funkcji uwikłanych, ekstremów warunkowych. Rozwiązywanie geometrycznych i fizycznych problemów związanych z ekstremami funkcji wielu zmiennych.                     | 6             |
|                         | Suma godzin   | 45            |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta-przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_K02   | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_K01<br>PEK_K02 | egzamin                                     |

$P=0,4 \cdot F1+0,6 \cdot F2$

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, t. I i II, Wyd. Naukowe UAM, Poznań 1993.
- [2] G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. I-III, PWN, Warszawa 1995.
- [3] W. Rudin, Postawy analizy matematycznej, PWN, Warszawa 1996.
- [4] F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, WNT, Warszawa 1977.
- [5] W.J. Kaczor i M.T. Nowak, Zadania z analizy matematycznej, T. 1 – 3, Wyd. Naukowe PWN, 2006 i 2006.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] M. Moskowitz i F. Paliogiannis, Functions of several real variables, World Scientific, 2011.
- [2] A. Birkholc, Analiza matematyczna, funkcje wielu zmiennych, PWN, Warszawa 2002.
- [3] B. P. Demidowicz, Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej, cz. 1, 2 i 3, Wyd. Naukowa Książka, Lublin 1992-93 (lub oryginał w języku rosyjskim).
- [4] J. Banaś i S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WNT, Warszawa

1996.

[5] P. Biler, A. Witkowski, Problems in mathematical analysis, CRC, 1990.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

prof. dr hab. Zbigniew Olszak ([Zbigniew.Olszak@pwr.edu.pl](mailto:Zbigniew.Olszak@pwr.edu.pl))

prof. dr hab. Krzysztof Stempak ([Krzysztof.Stempak@pwr.edu.pl](mailto:Krzysztof.Stempak@pwr.edu.pl))

dr hab. Tomasz Żak ([Tomasz.Zak@pwr.edu.pl](mailto:Tomasz.Zak@pwr.edu.pl))

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA MATEMATYCZNA M2  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b>  | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b><br>(wiedza)            | K1MIS_W03  | C1, C3, C6                | Wy1, Wy4,<br>Wy5           | 1,3                                    |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W03  | C2, C4, C6                | Wy2, Wy3,<br>Wy6           | 1,3                                    |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W03  | C5, C6                    | Wy7, Wy8                   | 1,3                                    |
| <b>PEK_U01</b><br>(umiejętności)      | K1MIS_U05  | C1, C3, C6                | Ćw1, Ćw4,<br>Ćw5           | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U05  | C2, C4, C6                | Ćw2, Ćw3,<br>Ćw6           | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U05  | C5, C6                    | Ćw7, Ćw8                   | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_K01</b><br>(kompetencje)       | K1MIS_K01<br>K1MIS_K05   | C1, C2, C3, C4,<br>C5, C6 | Wy1-Wy8,<br>Ćw1-Ćw8        | 1, 2, 3, 4                             |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01<br>K1MIS_K05   | C1, C2, C3, C4,<br>C5, C6 | Wy1-Wy8,<br>Ćw1-Ćw8        | 1, 2, 3, 4                             |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Matematyka Dyskretna

**Nazwa w języku angielskim** Discrete Mathematics

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*

**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy

**Kod przedmiotu** MAT001600

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 15        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | x       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Zalecana znajomość matematyki odpowiadająca maturze na poziomie podstawowym

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstawowych pojęć matematycznych: zbiór, funkcja, relacja; nabycie umiejętności posługiwania się tymi pojęciami.

C2 Poznanie aparatu rachunkowego kombinatoryki i nabycie umiejętności zliczania struktur i obiektów kombinatorycznych.

C3 Umiejętność posługiwania się matematyką dyskretną w rozumowaniach typu egzystencjalnego.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 ma podstawową wiedzę w zakresie logiki

PEK\_W02 ma podstawową wiedzę w zakresie pojęć kombinatorycznych

PEK\_W03 zna najważniejsze podstawowe twierdzenia kombinatoryki

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 umie dostrzegać zagadnienia kombinatoryczne w problemach matematycznych

PEK\_U02 umie rozwiązywać podstawowe problemy kombinatoryczne typu rachunkowego i egzystencjalnego

PEK\_U03 umie posługiwać się metodami analizy kombinatorycznej w innych dziedzinach matematyki

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi przekazać posiadaną wiedzę, zwłaszcza uzasadniając stosowanie metod matematyki dyskretnej w zagadnieniach matematycznych

PEK\_K02 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do właściwych materiałów naukowo-dydaktycznych

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Zbiory, funkcje, relacje: pojęcie funkcji i relacji, porządki częściowe, diagram Hassego, element największy, element maksymalny, rozmieszczenia                         | 2             |
| Wy2                   | Liczby naturalne, indukcja matematyczna: Pojęcie ciągu jako funkcji określonej na liczbach naturalnych. Zasada indukcji matematycznej. Przykłady rozumowań indukcyjnych. | 2             |
| Wy3                   | Podstawowe pojęcia kombinatoryki: wariacje, permutacje, kombinacje. Liczba wariacji, permutacji i kombinacji danego zbioru.  | 2             |
| Wy4                   | Permutacje: rozkład permutacji na cykle, generowanie permutacji. Liczby Stirlinga pierwszego rodzaju   | 4             |
| Wy5                   | Kombinacje: Dwumian Newtona, trójkąt Pascala, współczynnik wielomianowy.   | 2             |
| Wy6                   | Zbiory z powtórzeniami, zasada włączania-wyłączania.   | 2             |
| Wy7                   | Podział zbioru, liczby Stirlinga drugiego rodzaju, liczby Bella.   | 2             |
| Wy8                   | Rekurencja: Ciągi definiowane rekurencyjnie, ciąg Fibonnacciego, metoda równania charakterystycznego.  | 2             |
| Wy9                   | Funkcje tworzące i ich zastosowania.   | 2             |
| Wy10                  | Eksponencjalne funkcje tworzące, podziały liczby.  | 2             |
| Wy11                  | Liczby Catalana, drzewa binarne.   | 2             |
| Wy12                  | Twierdzenie Halla o systemach reprezentantów, liczba systemów reprezentantów, macierz bistochastyczna. Zastosowania.   | 4             |
| Wy13                  | Metoda szufladkowa, interpretacje probabilistyczne, paradoks urodzinowy.   | 2             |
|                       | Suma godzin  | <b>30</b>     |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|--|----------------------|
| Ćw1                            | Przykłady relacji i porządków częściowych w różnych kontekstach: geometrycznym, analitycznym, algebraicznym.                     | 1                    |
| Ćw2                            | Zadania na dowodzenie twierdzeń przy pomocy indukcji matematycznej: tożsamości arytmetyczne, nierówności, fakty kombinatoryczne. | 1                    |
| Ćw3                            | Elementarne zadania na zliczanie obiektów kombinatorycznych z zastosowaniem wariacji, permutacji i kombinacji.                   | 2                    |
| Ćw4                            | Użycie trójkąta Pascala i jego własności w obliczeniach z zastosowaniem dwumianów Newtona.                                       | 2                    |
| Ćw5                            | Zadania na zliczanie z użyciem zasady włączeń-wyłączeń   | 1                    |
| Ćw6                            | Zadania z użyciem liczb podziałowych (liczby Stirlinga drugiego rodzaju, liczby Bella).  | 1                    |
| Ćw7                            | Zadania o ciągach rekurencyjnych z użyciem równania charakterystycznego i funkcji tworzących.                                    | 2                    |
| Ćw8                            | Użycie liczb Catalana w zagadnieniach zliczania obiektów kombinatorycznych i geometrycznych.                                     | 2                    |
| Ćw9                            | Zastosowanie twierdzenia Halla w kombinatorycznych twierdzeniach egzystencjalnych.   | 1                    |
| Ćw10                           | Elementarne zadania z rachunku prawdopodobieństwa z użyciem kombinatoryki.   | 2                    |
|                                | Suma godzin  | <b>15</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>   |
|--|
| 1. Wykład – metoda tradycyjna<br>2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna<br>3. Konsultacje<br>4. Praca własna studenta. |

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))</b> | <b>Numer efektu kształcenia</b>  | <b>Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia</b> |
|---|--|--|
| F1  | <b>PEK_U01</b><br><b>PEK_U02</b><br><b>PEK_U03</b><br><b>PEK_K01</b><br><b>PEK_K02</b>   | <b>kolokwia, kartkówki, odpowiedzi ustne.</b>      |
| F2  | <b>PEK_W01</b><br><b>PEK_W02</b><br><b>PEK_W03</b><br><b>PEK_U01</b><br><b>PEK_U02</b><br><b>PEK_U03</b><br><b>PEK_K01</b><br><b>PEK_K02</b> | <b>egzamin</b>                                     |
| <b><math>P=0,4 \cdot F1 + 0,6 \cdot F2</math></b>   |  |  |

|  |
|--|
| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b> |
|--|

|                                      |
|--------------------------------------|
| <b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b> |
|--------------------------------------|

- |  |
|--|
| [1] W. Lipski, W. Marek, Analiza kombinatoryczna, PWN 1986.  |
| [2] R. Graham, D. Knuth, O. Patashnik, Matematyka konkretna, Wydawnictwa Naukowe PWN, Warszawa 2003. |
| [3] Z. Palka, A. Ruciński, Wykłady z kombinatoryki   |

|   |
|---|
| <b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b> |
|---|

- |  |
|--|
| [1] K. A. Ross, C. R. B. Wright, Matematyka dyskretna, PWN 1986. |
| [2] V. Bryant, Aspekty kombinatoryki, WNT 1977.                  |

|  |
|--|
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b> |
|--|

|  |
|--|
| <b>dr Malgorzata Kuchta ( Malgorzata.Kuchta@pwr.wroc.pl)</b> |
|--|



**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
MATEMATYKA DYSKRETNA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W02, K1MIS_W05   | C1                       | Wy1, Wy2                   | 1, 2, 3, 4                             |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C2                       | Wy3-Wy11, Wy13             | 1, 2, 3, 4                             |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W02, K1MIS_W12, K1MIS_W13  | C3                       | Wy4 -Wy6, Wy8, Wy12        | 1, 2, 3, 4                             |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U04, K1MIS_U26  | C1                       | Ćw1, Ćw3 - Ćw10            | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U04, K1MIS_U26  | C2                       | Ćw3 - Ćw10                 | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U26, K1MIS_U27  | C2, C3                   | Ćw2, Ćw8, Ćw10             | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K05, K1MIS_K06  | C1, C2, C3               | Wy1-Wy13, Ćw1- Ćw10        | 1, 2, 3, 4                             |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K05, K1MIS_K06  | C1, C2, C3               | Wy1-Wy13, Ćw1- Ćw10        | 1, 2, 3, 4                             |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim**      **Wstęp do topologii**  
**Nazwa w języku angielskim**    **Introduction to Topology**  
**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** **Matematyka i Statystyka**  
**Stopień studiów i forma:**    **I stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\***  
**Rodzaj przedmiotu:**        **obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\***  
**Kod przedmiotu**                **MAT001611**  
**Grupa kursów**                 **TAK**

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Całkowita liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                             | 15                  | 15        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość pojęć i twierdzeń dotyczących granic ciągów i ciągłości funkcji jednej zmiennej. Znajomość rachunku zbiorów.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych pojęć topologii metrycznej
- C2 Zrozumienie pojęcia zbieżności i ciągłości w abstrakcyjnym sensie
- C3 Poznanie podstawowych narzędzi topologicznych

**EFEKTY KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**

W wyniku przeprowadzonych zajęć student winien:

PEK\_W01 znać definicje i podstawowe typy przestrzeni metrycznych, rozumieć pojęcia zbieżności i ciągłości,

PEK\_W02 znać podstawowe przykłady przestrzeni metrycznych, fundamentalne twierdzenia topologii metrycznej i rozumieć ich dowody.

W zakresie umiejętności student winien:

PEK\_U01 umieć badać podstawowe własności przestrzeni metrycznych, w szczególności

ośrodkowość, zupełność i zwartość, oraz wykorzystywać ich konsekwencje,  
 PEK\_U02 umieć badać zbieżność ciągów punktów oraz funkcji, badać ciągłość funkcji,  
 PEK\_U03 stosować podstawowe twierdzenia topologii metrycznej w przykładowych  
 zagadnieniach.

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi prezentować swoje rozumowania

| <b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>     |   |                      |
|------------------------------|---|----------------------|
| <b>Forma zajęć – wykłady</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
| Wy1                          | pojęcie metryki, przestrzeń metryczna   | 1                    |
| Wy2                          | kule, zbiory otwarte, zbiory domknięte, zbieżność ciągów w przestrzeniach metrycznych | 1                    |
| Wy3                          | ciągłość i jednostajna ciągłość funkcji, zbieżność jednostajna                        | 2                    |
| Wy4                          | podprzestrzenie, ograniczoność, zupełność, ośrodkowość,                               | 2                    |
| Wy5                          | pojęcia homeomorfizmu i izometrii, równoważność metryk,                               | 2                    |
| Wy6                          | ciągi podstawowe, zupełność, nie zachowywanie zupełności przez homeomorfizm           | 2                    |
| Wy7                          | warunek Lipschitza, tw. Banacha o odwzorowaniu zbijającym, zastosowania               | 2                    |
| Wy8                          | ciągowa zwartość, własności funkcji ciągłych na przestrzeniach zwartych               | 2                    |
| Wy9                          | zbiór Cantora i jego własności  | 1                    |
|                              | Suma godzin   | <b>15</b>            |

| <b>Forma zajęć – ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                            | Powtórka z analizy:<br>granica ciągu liczbowego, ciągłość funkcji z $\mathbb{R}$ w $\mathbb{R}$                       | 1                    |
| Ćw2                            | przykłady metryk w różnych przestrzeniach, własności  | 1                    |
| Ćw3                            | przykłady kul, zbiorów otwartych i domkniętych, równoważność metryk na płaszczyźnie                                   | 1                    |
| Ćw4                            | własności domknięcia zbioru, równoważność różnych definicji ciągłości, przykłady zbiorów gęstych                      | 2                    |
| Ćw5                            | badanie zupełności przykładowych przestrzeni metrycznych (funkcyjnych, ciągowych, itp)                                | 2                    |
| Ćw6                            | sprawdzanie, które z poznanych własności są zachowywane przez homeomorfizm lub dziedziczą się na podprzestrzenie      | 2                    |
| Ćw7                            | przykłady zastosowań tw. Banacha do obliczania granic ciągów rekurencyjnych, metoda iteracyjna obliczania pierwiastka | 2                    |
| Ćw8                            | przykłady zbiorów zwartych, zadania dotyczące zwartości i ośrodkowości  | 3                    |
| Ćw9                            | różne reprezentacje i zastosowania zbioru Cantora   | 1                    |
|                                | Suma godzin   | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>       |
|--|
| 1. wykład problemowy – metoda tradycyjna     |
| 2. ćwiczenia problemowe – metoda tradycyjna. |

3. konsultacje  
4. praca własna studenta

### OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                                       | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_K01 | odpowiedzi ustne, kartkówki,                |
| F2   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_K01 | kolokwia                                    |
| P = 0.4*F1+0.6*F2  |  |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] R. Engelking, K. Sieklucki, Wstęp do topologii, Warszawa 1986.  
[2] Kazimierz Kuratowski: Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. Mioduszewski, Wykłady z topologii. Topologia przestrzeni euklidesowych, Katowice 1994  
[2] J. Jędrzejewski, W. Wilczyński, Przestrzenie metryczne w zadaniach, Wyd. UŁ, Łódź 2007.

#### **PROWADZĄCY PRZEDMIOT (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**prof. dr hab. Tomasz Downarowicz (Tomasz.Downarowicz@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO TOPOLOGII  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b>         | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|------------------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W08, K1MIS_W12   | C1                       | Wy1, Wy2,<br>Wy3, Wy4,<br>Wy5, Wy6 | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W08, K1MIS_W12   | C2, C3                   | Wy7, Wy8,<br>Wy9                   | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U12  | C1                       | Ćw2, Ćw3<br>Ćw4                    | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U12  | C2                       | Ćw1, Ćw5,<br>Ćw7                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U12  | C3                       | Ćw6, Ćw8,<br>Ćw9,                  | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K04   | C1, C2, C3               | Ćw1—Ćw9                            | 2,3,4                                  |

\*\* - z tabeli powyżej

## WYDZIAŁ MATEMATYKI

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim Pakiety matematyczne

Nazwa w języku angielskim Mathematical Packages

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka

Stopień studiów i forma: I / II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*

Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\*

Kod przedmiotu INT001329

Grupa kursów TAK / NIE\*

|   | Wykład                              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|-------------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 15                                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 90                                  |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin/<br>zaliczenie<br>na ocenę* |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 3                                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                                   |           |              |         |            |

\*niepotrzebne skreślić

## WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Student zna dobrze podstawy wybranego języka programowania — *Wstęp do informatyki i programowania*.
2. Student posiada podstawową wiedzę z analizy matematycznej (dotyczącą rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej oraz pojęć całki nieoznaczonej i oznaczonej) — *Analiza matematyczna I* lub *Analiza matematyczna M1*.
3. Student potrafi stosować metody algebraiczne w rozwiązywaniu problemów i zadań praktycznych — *Algebra liniowa i geometria analityczna* lub *Algebra M1*.

## CELE PRZEDMIOTU

- C1** Poznanie struktury liczb maszynowym oraz wpływu błędów zaokrągleń na precyzję obliczeń.
- C2** Poznanie zaawansowanych narzędzi wizualizacji w pakietach matematycznych.
- C3** Zdobywanie umiejętności rozwiązywania prostych zadań matematycznych w pakietach matematycznych.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

**PEK\_W1** Student zna ograniczenia i niepewność obliczeń maszynowych w arytmetyce zmiennoprzecinkowej.

**PEK\_W2** Student zna metody numeryczne i symboliczne służące rozwiązaniu pod-stawowych problemów matematycznych za pomocą pakietów.

**PEK\_U1** Student potrafi obsłużyć przynajmniej jeden pakiet numeryczny i jeden pakiet symboliczny.

**PEK\_U2** Student potrafi zaimplementować rozwiązania prostych zadań matematycznych.

**PEK\_K1** Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze i dokumentacji.

**PEK\_K2** Student jest przygotowany do zdobywania nowych kompetencji w zakresie informatyki i jej zastosowań w matematyce.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykład |  | Liczba godzin |
|----------------------|--|---------------|
| Wy1                  | Różnice pomiędzy pakietem matematycznym a językiem programowania, pakietami symbolicznymi a numerycznymi;      | 1             |
| Wy2                  | Przegląd pakietów matematycznych;  | 1             |
| Wy3                  | Wykonywanie wykresów funkcji i figur płaskich;   | 1             |
| Wy4                  | Wykonywanie wykresów funkcji dwóch zmiennych;  | 1             |
| Wy5                  | Wykonywanie wykresów zadanych równaniami parametrycznymi;  | 1             |
| Wy6                  | Obliczenia macierzowe i wektorowe w pakietach;   | 1             |
| Wy7                  | Reprezentacja liczb w komputerze; Błędy zaokrąglenia; Metody szacowania błędów arytmetyki zmiennoprzecinkowej; | 2             |
| Wy8                  | Metody iteracyjne w pakietach numerycznych; Obliczanie i graficzne wyznaczenie rzędu metody;                   | 2             |
| Wy9                  | Przykłady metod: numeryczne szukanie miejsc zerowych   | 1             |
| Wy10                 | Przykłady metod: numeryczne obliczanie pochodnych;   | 1             |
| Wy11                 | Przykłady metod: numeryczne całkowanie;  | 1             |
| Wy12                 | Przykłady metod: symulacje Monte Carlo - obliczanie pól powierzchni;   | 1             |
| Wy13                 | Podsumowanie wykładu;  | 1             |
| <b>Suma godzin</b>   |  | <b>15</b>     |

| Forma zajęć - laboratorium |   | Liczba godzin |
|----------------------------|---|---------------|
| La1                        | Uruchomienie i informacje o pakietach matematycznych  | 2             |
| La2                        | Wykonywanie prostych obliczeń i rysunków w pakietach opartych na języku Python (Spyder, Sage);  | 2             |
| La3                        | Składnia pakietu Matlab i porównanie z pakietem Spyder;   | 2             |
| La4                        | Składnia pakietu Mathematica i porównanie z pakietem Sage;  | 2             |
| La5                        | Cwiczenia z wykonywania wykresów 2D w różnych pakietach;  | 2             |
| La6                        | Ćwiczenia z wykonywania wykresów zadanych równaniami;   | 2             |
| La7                        | Ćwiczenia z wykonywania wykresów funkcji dwóch zmiennych; Wykres konturowy; Wykresy przestrzenne;   | 2             |
| La8                        | Cwiczenia badające arytmetykę wykorzystywaną w wykorzystywanych pakietach; Wyznaczanie epsilon maszynowego; Omówienie wad i zalet pakietów; | 2             |
| La9                        | Ćwiczenia ilustrujące metody badania rzędu zbieżności metod iteracyjnych;   | 2             |
| La10                       | Ćwiczenia ilustrujące operacje na macierzach w różnych pakietach; Omówienie wad i zalet macierzy w pakietach symbolicznych i numerycznych;  | 2             |
| La11                       | Ćwiczenia ilustrujące metody szukania miejsc zerowych;  | 2             |
| La12                       | Ćwiczenia ilustrujące metody wyznaczania pochodnych;  | 2             |
| La13                       | Ćwiczenia ilustrujące metody całkowania;  | 2             |
| La14                       | Ćwiczenia ilustrujące zastosowanie symulacji Monte Carlo;   | 2             |

|      |                            |           |
|------|----------------------------|-----------|
| La15 | Podsumowanie laboratorium; | 2         |
|      | <b>Suma godzin</b>         | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

**N1** Wykład tradycyjny z elementami multimedialnymi.  
**N2** Laboratoria komputerowe.  
**N3** Zadanie domowe.  
**N4** Praca własna studenta.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia               | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia              |
|--|--|--|
| F1   | PEK_W1, PEK_W2, PEK_K2                 | Zaliczenie wykładu — test w ostatnim tygodniu zajęć      |
| F2   | PEK_W1, PEK_U1, PEK_U2, PEK_K1, PEK_K2 | Zaliczenie laboratorium — kontrola realizacji list zadań |
| F3   | PEK_W2, PEK_U2, PEK_K1, PEK_K2         | Zaliczenie laboratorium — zadanie domowe                 |
| <b>P=0,2*F1+0,5*F2+0,3*F3.</b>   |  |  |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] S. Wagon, *Mathematica in action: problem solving through visualization and computation*, Springer 2010, wydanie 3.
- [2] D.C. Hanselman, B.L. Littlefield, *Mastering MATLAB*, Prentice Hall 2011, wydanie 1.
- [3] G.V Bard, *Sage for Undergraduates*, American Mathematical Society 2014, wydanie 1. M. Odersky, L. Spoon, B. Venners, *Programming in Scala*, Artima Inc. 2011, wydanie 2.
- [4] S.J. Rojas G., E.A. Christensen, F.J. Blanco-Silva, *Learning SciPy for Numerical and Scientific Computing*, Packt Publishing 2015, wydanie 2.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr inż. Andrzej Giniewicz



**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Pakiety matematyczne**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)**</b> | <b>Cele przedmiotu***</b> | <b>Treści programowe***</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego***</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|-----------------------------|---|
| <b>PEK_W1</b>                         | K1MIS_W08  | <b>C1</b>                 | Wy8, La8                    | <b>N1, N2,</b>                          |
| <b>PEK_W2</b>                         | K1MIS_W08,<br>K1MIS_W09,<br>K1MIS_W16  | <b>C3</b>                 | Wy9–Wy15,<br>La9–La15       | <b>N1, N2, N3,</b>                      |
| <b>PEK_U1</b>                         | K1MIS_U25  | <b>C2, C3</b>             | Wy1–Wy7,<br>La1–La7         | <b>N1,N2, N3, N4</b>                    |
| <b>PEK_U2</b>                         | K1MIS_U08  | <b>C3</b>                 | Wy9–Wy14,<br>La9–La14       | <b>N1,N2, N3, N4</b>                    |
| <b>PEK_K1</b>                         | K1MIS_U25<br>K1MIS_K01,<br>K1MIS_K06   | <b>C3</b>                 | Wy9–Wy14,<br>La9–La14       | <b>N3, N4</b>                           |
| <b>PEK_K2</b>                         | K1MIS_K01  | <b>C3</b>                 | Wy1,Wy15,<br>La1, La15      | <b>N1, N2, N4</b>                       |

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim: Analiza Matematyczna M3**  
**Nazwa w języku angielskim: Mathematical Analysis M3**  
**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka**  
**Stopień studiów i forma: I stopień, stacjonarna**  
**Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy**  
**Kod przedmiotu: MAT001598**  
**Grupa kursów: TAK**

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 45      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 210     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 7       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 4       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

- 1. Analiza matematyczna M1**
- 2. Analiza matematyczna M2**
- 3. Algebra M2.**
- 4. Wstęp do topologii**

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Podstawowe pojęcia i twierdzenia z teorii funkcji wielu zmiennych o wartościach wektorowych.  
 C2 Całki wielokrotne (podwójne i potrójne).  
 C3 Całki krzywoliniowe (niezorientowane i zorientowane).  
 C4 Całki powierzchniowe (niezorientowane i zorientowane).  
 C5 Nabycie umiejętności stosowania teorii funkcji wielu zmiennych o wartościach wektorowych, całek wielokrotnych, całek krzywoliniowych i całek powierzchniowych do rozwiązywania zagadnień z geometrii, fizyki i mechaniki.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 ma podstawową wiedzę dotyczącą rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych o wartościach wektorowych

PEK\_W02 zna podstawy teorii całek wielokrotnych

PEK\_W03 zna podstawy teorii całek krzywoliniowych

PEK\_W04 zna podstawy teorii całek powierzchniowych

PEK\_W05 zna podstawowe twierdzenia z analizy wektorowej

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi obliczać pochodne cząstkowe i stosować w zadaniach rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych

PEK\_U02 potrafi obliczać całki wielokrotne

PEK\_U03 potrafi obliczać całki krzywoliniowe

PEK\_U04 potrafi obliczać całki powierzchniowe

PEK\_U05 potrafi stosować analizę wektorową do rozwiązywania zagadnień z fizyki, geometrii i mechaniki

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK\_K02 rozumie konieczność samodzielnej i systematycznej pracy nad opanowaniem materiału kursu

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Funkcje wielu zmiennych o wartościach wektorowych: pochodna funkcji rzeczywistej wielu zmiennych, interpretacja geometryczna, odwzorowania o wartościach wektorowych, macierz jacobianowa i jacobian, reguła łańcucha dla odwzorowań wektorowych, różniczka funkcji i zastosowania do obliczeń przybliżonych, pola wektorowe, operatory rotacji i dywergencji, twierdzenia o funkcji uwikłanej i odwrotnej. | 9             |
| Wy2                   | Całka podwójna i potrójna: całka na prostokącie, kostce, obszarach normalnych i regularnych, zamiana zmiennych, współrzędne biegunowe, walcowe i sferyczne, zastosowania geometryczne i fizyczne całek wielokrotnych.   | 12            |
| Wy3                   | Całki krzywoliniowe: łuk gładki, parametryzacja łuku, całka krzywoliniowa nieorientowana, całka krzywoliniowa zorientowana, związek pomiędzy całkami obu rodzajów i ich zamiana na całki Riemanna, potencjalne pola wektorowe i niezależność od drogi całkowania, twierdzenie Greena, zastosowania całek krzywoliniowych do zagadnień geometrii i fizyki.   | 12            |
| Wy4                   | Całki powierzchniowe: płat powierzchniowy, orientacja, całka powierzchniowa nieorientowana i zorientowana, zamiana na całki podwójne, interpretacje i zastosowania całek zorientowanych i nieorientowanych w geometrii i fizyce, wzory Stokesa i Gaussa-Ostrogradskiego, informacja o twierdzeniu Stokesa.  | 12            |

|             |           |
|-------------|-----------|
| Suma godzin | <b>45</b> |
|-------------|-----------|

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|--|----------------------|
| Ćw1                            | Wyznaczanie i stosowanie pochodnych odwzorowań i funkcji uwikłanych. Badanie własności podstawowych operatorów różniczkowych (dywergencja, rotacja). | 8                    |
| Ćw2                            | Obliczanie całek wielokrotnych (podwójnych i potrójnych) i ich zastosowanie do zagadnień geometrii i fizyki  | 7                    |
| Ćw3                            | Obliczanie całek krzywoliniowych (zorientowanych i niezorientowanych) i ich zastosowanie do zagadnień geometrii i fizyki.                            | 8                    |
| Ćw4                            | Obliczanie całek powierzchniowych (zorientowanych i niezorientowanych) i ich zastosowanie do zagadnień geometrii i fizyki.                           | 7                    |
| Suma godzin                    |  | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>  |
|---|
| 1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna<br>2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna<br>3. Konsultacje<br>4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń, kolokwiów i egzaminu |

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_K01<br>PEK_K02                                  | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05 | egzamin                                     |
| $P = 0,4 * F1 + 0,6 * F2$  |  |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, t. II, cz. 1, Wyd. Naukowe UAM, Poznań, 1993.
- [2] G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. I i III, PWN, Warszawa 1995.
- [3] F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, PWN, Warszawa 1977.
- [4] J. Musielak i L. Skrzypczak, Analiza matematyczna, t. III, cz. 1: Całki powierzchniowe, Wydawnictwa Naukowe UAM, Poznań 2006.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] A. Birkholc, Analiza matematyczna, funkcje wielu zmiennych, PWN, Warszawa 1986.
- [2] M. Moskowitz i F. Paliogiannis, Functions of several real variables, World Scientific, 2011.
- [3] J. Marsden, A. Tromba, Vector calculus, Freeman and Company, 1996.
- [4] M. Gewert i Z. Skoczylas, Elementy analizy wektorowej. Teoria, przykłady, zadania. GiS, Wrocław 2004.
- [5] J. Musielak i L. Skrzypczak, Analiza matematyczna, t. III, cz. 2: Rozmaitości i formy różniczkowe, Wydawnictwa Naukowe UAM, Poznań 2006.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**prof. dr hab. Zbigniew Olszak ([Zbigniew.Olszak@pwr.edu.pl](mailto:Zbigniew.Olszak@pwr.edu.pl))**  
**prof. dr hab. Krzysztof Stempak ( [Krzysztof.Stempak@pwr.edu.pl](mailto:Krzysztof.Stempak@pwr.edu.pl) )**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA MATEMATYCZNA M3  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| PEK_W01                               | K1MIS_W03  | C1, C5                   | Wy1                        | 1, 3, 4                                |
| PEK_W02                               | K1MIS_W03  | C2, C5                   | Wy2                        | 1, 3, 4                                |
| PEK_W03                               | K1MIS_W03  | C3, C5                   | Wy3                        | 1, 3, 4                                |
| PEK_W04                               | K1MIS_W03  | C4, C5                   | Wy4                        | 1, 3, 4                                |
| PEK_W05                               | K1MIS_W03  | C1 - C5                  | Wy1 - Wy4                  | 1, 3, 4                                |
| PEK_U01                               | K1MIS_U05  | C1, C5                   | Ćw1                        | 2, 3, 4                                |
| PEK_U02                               | K1MIS_U05  | C2, C5                   | Ćw2                        | 2, 3, 4                                |
| PEK_U03                               | K1MIS_U05  | C3, C5                   | Ćw3                        | 2, 3, 4                                |
| PEK_U04                               | K1MIS_U05  | C4, C5                   | Ćw4                        | 2, 3, 4                                |
| PEK_U05                               | K1MIS_U05<br>K1MIS_U24   | C1 - C5                  | Ćw1 - Ćw4                  | 2, 3, 4                                |
| PEK_K01                               | K1MIS_K01  | C1 - C5                  | Wy1 - Wy4<br>Ćw1 - Ćw4     | 1, 2, 3, 4                             |
| PEK_K02                               | K1MIS_K01  | C1 - C5                  | Wy1 - Wy4<br>Ćw1 - Ćw4     | 1, 2, 3, 4                             |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Teoria Miary

**Nazwa w języku angielskim** Measure Theory

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy~~ / ~~wybieralny~~ / ~~ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001606

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 45      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 210     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 7       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 3       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość pojęć i twierdzeń rachunku różniczkowego oraz przede wszystkim całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych. Znajomość rachunku zbiorów.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych własności miar – ze szczególnym uwzględnieniem miary Lebesgue’a
- C2 Zrozumienie znaczenia całki Lebesgue’a
- C3 Opanowanie pojęć zbieżności według miary oraz zasad przechodzenia z granicą pod całkę
- C4 Poznanie podstawowych narzędzi i twierdzeń abstrakcyjnej teorii miary
- C5 Nabycie umiejętności dostrzegania zjawisk teorio-miarowych w zagadnieniach z pokrewnych działach matematyki oraz w zastosowaniach praktycznych

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student powinien:

PEK\_W01 znać aksjomatykę i własności miar, przestrzeni mierzalnych i miarowych

PEK\_W02 rozumieć konstrukcję miary, w tym miary Lebesgue'a, poprzez miarę zewnętrzną i pojęcie mierzalności w sensie Caratheodory'ego

PEK\_W03 znać pojęcie mierzalności funkcji i wiedzieć o aproksymacji funkcjami prostymi

PEK\_W04 rozumieć pojęcie całki Lebesgue'a, rozumieć jej powiązania z całką Riemanna i znać twierdzenia Lebesgue'a

PEK\_W05 opanować fundamentalne narzędzia teorii miary: twierdzenie Fubini'ego, twierdzenie Radona-Nikodyma

Z zakresu umiejętności, w wyniku odbycia kursu student winien

PEK\_U01 umieć obliczać wartości miary Lebesgue'a oraz innych miar borelowskich konkretnych zbiorów na prostej i na płaszczyźnie

PEK\_U02 rozpoznawać funkcje mierzalne i przeprowadzać dowody metodą „komplikacji funkcji”, rozpoznawać zbieżność wg miary i prawie wszędzie

PEK\_U03 mieć opanowane techniki całkowania całką Lebesgue'a, w szczególności umieć przechodzić z granicą pod całkę

PEK\_U04 Potrafić stosować podstawowe twierdzenia teorii miary w przykładach i zadaniach, samodzielnie przeprowadzać proste dowody

PEK\_U05 umieć stosować narzędzia teorii miary i całki Lebesgue'a w pokrewnych dziedzinach matematyki

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z dostępnej literatury naukowej

PEK\_K02 rozumie potrzebę systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału

PEK\_K03 hartuje się w dążeniu do osiągnięcia celu (np. rozwiązania zadania) i nie zraża się początkowymi trudnościami

PEK\_K04 potrafi prezentować swoje rozumowania i dyskutować na temat wystąpień kolegów

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | operacje na zbiorach, pierścienie, ciała, rodziny monotoniczne, sigma-ciała                           | 4             |
| Wy2                   | miara Jordana na prostej, miara (nieujemna, przeliczalnie addytywna) na sigma-ciele, przykłady miar   | 4             |
| Wy3                   | zbiory borelowskie w przestrzeni metrycznej, miara zewnętrzna, miara zewnętrzna Lebesgue'a na prostej | 6             |
| Wy4                   | mierzalność w sensie Caratheodory'ego, sigma-ciało zbiorów mierzalnych, miara Lebesgue'a na prostej   | 4             |
| Wy5                   | funkcje mierzalne, (funkcje charakterystyczne, funkcje proste, aproksymacja)                          | 3             |
| Wy6                   | zbieżność prawie wszędzie i zbieżność wg miary  | 5             |
| Wy7                   | całka Lebesgue'a na przestrzeni miarowej, własności, funkcje całkowne                                 | 6             |
| Wy8                   | związki i porównanie całki Lebesgue'a z całką Riemanna  | 3             |



|      |   |           |
|------|---|-----------|
| Wy9  | dystrybuanty i miary borelowskie na prostej, całka Riemanna-Stieltjesa  | 2         |
| Wy10 | lemat Fatou i twierdzenia Lebesgue'a o zbieżności całek   | 4         |
| Wy11 | miary produktowe i tw. Fubiniego  | 2         |
| Wy12 | absolutna ciągłość miar, singularność, tw. o rozkładzie miary na część singularną i absolutnie ciągłą, tw. Radona-Nikodyma. | 4         |
|      | Suma godzin   | <b>45</b> |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                            | operacje na zbiorach, granica dolna i górna ciągu zbiorów   | 2                    |
| Ćw2                            | obliczanie miary Jordana zbiorów na prostej, przykłady miar, własności: ciągłość z dołu, ciągłość z góry  | 2                    |
| Ćw3                            | generowanie sigma-ciała zbiorów borelowskich przez różne rodziny zbiorów, sprawdzanie własności miar na podrodzinach zbiorów                      | 2                    |
| Ćw4                            | uzupełnienie sigma-ciała zbiorów borelowskich względem miary Lebesgue'a, inne własności miary Lebesgue'a: niezmienniczość na przesunięcia         | 2                    |
| Ćw5                            | funkcje mierzalne, operacje na funkcjach prostych i mierzalnych, testowanie mierzalności  | 2                    |
| Ćw6                            | przykłady ciągów funkcji zbieżnych p.w. ale nie wg. miary i na odwrót, własności obu zbieżności i związku między nimi                             | 2                    |
| Ćw7                            | własności całki Lebesgue'a w przykładach, obliczanie całek przykładowych funkcji  | 4                    |
| Ćw8                            | przykłady funkcji całkowalnych w sensie Lebesgue'a ale nie w sensie Riemanna, interpretacja całki niewłaściwej Riemanna w przykładach             | 2                    |
| Ćw9                            | własności dystrybuant, przykłady, całkowanie całką Riemanna-Stieltjesa  | 2                    |
| Ćw10                           | uogólnienie tw. Lebesgue'a dla zbieżności wg. miary, przykłady wymagające przejścia z granicą pod całkę, przykłady negatywne                      | 4                    |
| Ćw11                           | miara produktowa Lebesgue'a na płaszczyźnie, inne przykłady miar produktowych, całkowanie z zastosowaniem tw. Fubiniego                           | 2                    |
| Ćw12                           | rozkłady przykładowych miar, miary z gęstością, jednoznaczność gęstości Radona-Nikodyma, własności i zastosowania tw. Radona-Nikodyma w zadaniach | 2                    |
| Ćw13                           | powtórka materiału, lista powtórkowa  | 2                    |
|                                | Suma godzin   | <b>30</b>            |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. ćwiczenia problemowe – metoda tradycyjna.
- 3 konsultacje
- 4 praca własna studenta

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--------------------------|---|
|--|--------------------------|---|

|                                      |   |                              |
|--------------------------------------|---|------------------------------|
| – podsumowująca (na koniec semestru) |   |                              |
| F1                                   | PE_U01—PE_U05<br>PE_W01—PE_W05<br>PE_K01—PE_K04 | odpowiedzi ustne, kartkówki, |
| F2                                   | PE_U01—PE_U04<br>PE_W01—PE_W05<br>PE_K01—PE_K03 | kolokwia                     |
| F3                                   | PE_U01—PE_U05<br>PE_W01—PE_W05<br>PE_K01—PE_K03 | Egzamin                      |
| $P = 0,3 * F1 + 0,3 * F2 + 0,4 * F3$ |   |                              |

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] . Łojasiewicz, Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych, PWN, Warszawa 1976.
- [2] S. Hartman i J. Mikusiński, Teoria miary i całki Lebesgue'a, PWN, Warszawa 1957.
- [3] J. C. Oxtoby, Measure and Category, Springer, 1971.
- [4]

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Halmos, Measure Theory, Van Nostrand, New York 1950.
- [2] K. Falconer, Techniques in Fractal Geometry, Wiley & Sons, Chichester 1997.
- [3] C. A. Rogers, Hausdorff measures, Cambridge Univ. Press, 1970.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**prof. dr hab. Tomasz Downarowicz (downar@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
TEORIA MIARY  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b>    | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|-------------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03  | C1, C4                   | Wy1, Wy2                      | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05  | C1, C4                   | Wy2, Wy3, Wy4,                | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W05   | C1, C4                   | Wy5                           | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W02, K1MIS_W04, K1MIS_W05, K1MIS_W08, K1MIS_W12  | C2, C3, C4               | Wy5, Wy6, Wy7, Wy8, Wy9, Wy10 | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W02, K1MIS_W04, K1MIS_W05, K1MIS_W08, K1MIS_W12  | C4, C5                   | Wy10, Wy11, Wy12              | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03  | C1                       | Ćw1, Ćw2, Ćw3, Ćw4            | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U03, K1MIS_U05  | C1, C3                   | Ćw5, Ćw6                      | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U05, K1MIS_U08  | C2, C3                   | Ćw7, Ćw8, Ćw9, Ćw10           | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U03, K1MIS_U05  | C4                       | Ćw11, Ćw12                    | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U26, K1MIS_U27  | C5                       | Ćw11, Ćw12, Ćw13              | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06  | C1—C4                    | Wy1—Wy12                      | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K03,   | C1—C4                    | Wy1—Wy12<br>Ćw1—Ćw13          | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K03  | C4, C5                   | Ćw1—Ćw13                      | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K04</b>                        | K1MIS_K03, K1MIS_K04, K1MIS_K05, K1MIS_K06   | C1—C5                    | Ćw1—Ćw13                      | 1,2,3,4                                |

\*\* - z tabeli powyżej

## WYDZIAŁ MATEMATYKI

### KARTA PRZEDMIOTU

|                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| Nazwa przedmiotu w języku polskim    | <b>Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa</b> |
| Nazwa przedmiotu w języku angielskim | <b>Introduction to Probability</b>          |
| Kierunek studiów (jeśli dotyczy)     | Matematyka i Statystyka                     |
| Stopień studiów i forma              | <b>I stopień, stacjonarna</b>               |
| Rodzaj przedmiotu                    | <b>obowiązkowy</b>                          |
| Kod przedmiotu                       | <b>MAT001609</b>                            |
| Grupa kursów                         | <b>TAK</b>                                  |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 180                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 6                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3                   |           |              |         |            |

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

Zaliczony kurs Analizy 2 dla Matematyki

### CELE KURSU

- C1. Zapoznanie z najważniejszymi pojęciami i twierdzeniami rachunku prawdopodobieństwa.
- C2. Opanowanie podstawowych algorytmów służących do obliczania wielkości numerycznych związanych ze zmiennymi losowymi.

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01: zna konstrukcję podstawowych modeli probabilistycznych

PEK\_W02: rozumie i potrafi stosować język zmiennych losowych

PEK\_W03: zna najważniejsze rozkłady prawdopodobieństwa

PEK\_W04: zna Prawa Wielkich Liczb i Centralne Twierdzenie Graniczne, rozumie ich znaczenie teoretyczne i potrafi zastosować do obliczeń

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01: potrafi obliczać prawdopodobieństwa w modelu klasycznym i geometrycznym

PEK\_U02: potrafi obliczać prawdopodobieństwa warunkowe

PEK\_U03: umie korzystać z nierówności do szacowania prawdopodobieństw

PEK\_U04: potrafi sprawdzić, czy dane zdarzenia lub zmienne losowe są niezależne

PEK\_U05: potrafi obliczać rozkłady sum zmiennych losowych o danym rozkładzie łącznym

PEK\_U06: potrafi szacować prawdopodobieństwa zdarzeń dotyczących sum niezależnych zmiennych losowych za pomocą Centralnego Twierdzenia Granicznego

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K1: uczy się systematycznej i samodzielnej pracy w celu zdobycia wiedzy.

| <b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>     |   |              |
|------------------------------|---|--------------|
| <b>Forma zajęć - wykłady</b> |   | <b>Godz.</b> |
| Wy1                          | Przykłady problemów i zadań, które są przedmiotem Rachunku Prawdopodobieństwa. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i prawdopodobieństwo geometryczne.  | 2.0          |
| Wy2                          | Algebra i sigma-algebra zbiorów, prawdopodobieństwo jako unormowana miara sigma-addytywna, przestrzeń probabilistyczna i najważniejsze własności prawdopodobieństwa (w tym wzór włączeń i wyłączeń) | 2.0          |
| Wy3                          | Prawdopodobieństwo warunkowe i wzór Bayesa.   | 2.0          |
| Wy4                          | Niezależność stochastyczna układów zdarzeń. Schemat Bernoulliego, Graniczne Twierdzenie Poissona.   | 2.0          |
| Wy5                          | Zmienne losowe, rozkład zmiennej losowej, niezależność zmiennych losowych.  | 2.0          |
| Wy6                          | Dystrybucja zmiennej losowej, własności dystrybucji. Klasyfikacja rozkładów, rozkłady dyskretne i absolutnie ciągłe. Najważniejsze przykłady rozkładów dyskretnych i rozkładów absolutnie ciągłych. | 2.0          |
| Wy7                          | Wartość oczekiwana, wariancja i momenty zmiennej losowej. Własności wartości oczekiwanej i wariancji.   | 2.0          |
| Wy8                          | Funkcje zmiennych losowych i wyznaczanie ich rozkładów.   | 2.0          |
| Wy9                          | Wektory losowe: rozkłady brzegowe, dystrybucja, gęstość, momenty. Charakterystyka niezależności zmiennych losowych w języku wektorów losowych. Kowariancja i korelacja.                             | 2.0          |
| Wy10                         | Wielowymiarowy rozkład normalny. Funkcje wektorów losowych. Rozkład chi-kwadrat.  | 2.0          |
| Wy11                         | Rozkład sumy zmiennych losowych. Splot rozkładów.   | 2.0          |
| Wy12                         | Różne rodzaje zbieżności zmiennych losowych (z prawdop.1, według prawd. oraz słaba zbieżność rozkładów)   | 2.0          |
| Wy13                         | Nierówność Czebyszewa, Słabe Prawo Wielkich Liczb, Lemat Borela-Cantelliego   | 2.0          |
| Wy14                         | Nierówność Kołmogorowa, Mocne Prawo Wielkich Liczb.   | 2.0          |
| Wy15                         | Centralne Twierdzenie Graniczne dla zmiennych o jednakowych rozkładach (bez dowodu) i (jako wniosek) Tw. de Moivre'a – Laplace'a. Zastosowania.   | 2.0          |
| <b>Suma godzin</b>           |   | <b>30</b>    |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |   | <b>Godz.</b> |
|--------------------------------|---|--------------|
| Cw1                            | Prawdopodobieństwo klasyczne: obliczanie prawdopodobieństw z użyciem metod kombinatorycznych  | 4.0          |
| Cw2                            | Podstawowe własności prawdopodobieństwa, stosowanie wzoru włączeń i wyłączeń  | 2.0          |
| Cw3                            | Obliczanie prawdopodobieństw warunkowych, badanie niezależności zdarzeń, stosowanie schematu Bernoulliego i rozkładu Poissona   | 4.0          |
| Cw4                            | Zmienne losowe - wyznaczanie dystrybuanty, wartości oczekiwanej, wariancji i wyższych momentów, sigma-ciało generowane przez zmienną  | 4.0          |
| Cw5                            | Obliczanie rozkładów brzegowych wielowymiarowych wektorów losowych. Badanie niezależności współrzędnych wektora losowego i obliczanie rozkładów sum i iloczynów zmiennych, gdy dany jest rozkład łączny | 8.0          |
| Cw6                            | Wielowymiarowy rozkład normalny i rozkład chi-kwadrat.  | 4.0          |
| Cw7                            | Stosowanie nierówności Czebyszewa do oszacowań prawdopodobieństw, stosowanie lematu Borela-Cantelli`ego, badanie czy dany ciąg zmiennych losowych spełnia Prawo Wielkich Liczb                          | 2.0          |
| Cw8                            | Kolokwium zaliczeniowe  | 2.0          |
| <b>Suma godzin</b>             |   | <b>30</b>    |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

- N1. Wykład - metoda tradycyjna
- N2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
- N3. Konsultacje
- N4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Ocena (F-formująca; P-podsumowująca) | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia           |
|--------------------------------------|--------------------------|---|
| P1                                   | PEK_U1-PEK_U6, PEK_K1    | Kolokwium na ćwiczeniach, kartkówki, odpowiedzi ustne |
| P2                                   | PEK_W1-PEK_W4            | Egzamin ??????????????????                            |

F-uzyskanie pozytywnych ocen P1 oraz P2 jest warunkiem koniecznym uzyskania pozytywnej oceny z kursu. Warunki ustalenia oceny F określa prowadzący kurs.

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### LITERATURA PODSTAWOWA

- A1. J. Jakubowski, R. Sztencel, *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Script, Warszawa, 2001
- A2 W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, tomy 1 i 2, PWN. Warszawa, 1971

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- B1. A. A. Borowkow, *Rachunek prawdopodobieństwa*, PWN, Warszawa, 1975.

### OPIEKUNOWIE PRZEDMIOTU

Dr hab. Tomasz Żak, prof. PWr. (Tomasz. [Zak@pwr.edu.pl](mailto:Zak@pwr.edu.pl))

# MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU

Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa

## Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe**     | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|--------------------------------|---|-------------------|-------------------------|---------------------------------|
| PEK_W01<br>(wiedza)            | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W06  | C1, C2            | Wy1 – Wy4,<br>Wy6, Wy10 | 1,3                             |
| PEK_W02                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W06  | C1, C2            | Wy4 – W8,<br>Wy11       | 1,3                             |
| PEK_W03                        | K1MIS_W06, K1MIS_W12  | C1, C2            | Wy4, Wy6,<br>Wy10       | 1,3                             |
| PEK_W04                        | K1MIS_W01, K1MIS_W06,<br>K1MIS_W12  | C2                | Wy11-Wy15               | 1,3                             |
|                                |   |                   |                         |                                 |
| PEK_U01<br>(umiejętności)      | K1MIS_U17   | C1, C2            | Ćw1, Ćw2                | 2, 3, 4                         |
| PEK_U02                        | K1MIS_U17   | C1, C2            | Ćw2                     | 2, 3, 4                         |
| PEK_U03                        | K1MIS_U17   | C1, C2            | Ćw3, Ćw4                | 2, 3, 4                         |
| PEK_U04                        | K1MIS_U18   | C1, C2            | Ćw2, Ćw5                | 2, 3, 4                         |
| PEK_U05                        | K1MIS_U18   | C1, C2            | Ćw6                     | 2, 3, 4                         |
| PEK_U06                        | K1MIS_U18   | C1, C2            | Ćw7                     | 2, 3, 4                         |
|                                |   |                   |                         |                                 |
| PEK_K01<br>(kompetencje)       | K1MIS_K01, K1MIS_K05  | C1, C2            | Wy1-Wy15,<br>Ćw1-Ćw 8   | 1, 2, 3, 4                      |
|                                |   |                   |                         |                                 |

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** FUNKCJE ANALITYCZNE

**Nazwa w języku angielskim** ANALYTIC FUNCTIONS

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001599

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 150     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 5       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Algebra
2. Analiza Matematyczna

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych pojęć teorii funkcji zmiennej zespolonej  
 C2 Opanowanie i zrozumienie podstawowych narzędzi teorii  
 C3 Umiejętność stosowania poznanych pojęć  
 C4 Zastosowanie teorii w rozwiązywaniu problemów z innych działów matematyki  
 C5 Poznanie zastosowań w naukach technicznych

\*niepotrzebne skreślić



### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna podstawowe funkcje elementarne zmiennej zespolonej

PEK\_W02 posiada podstawową wiedzę o ciągach i szeregach zespolonych

PEK\_W03 posiada wiedzę o pochodnej funkcji zespolonej

PEK\_W04 rozumie pojęcie całki zespolonej i potrafi się nim posługiwać

PEK\_W05 zna podstawowe twierdzenia o funkcjach analitycznych i rozumie ich znaczenie

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi badać zbieżność ciągów i szeregów zespolonych

PEK\_U02 potrafi posługiwać się pojęciem pochodnej zespolonej

PEK\_U03 potrafi stosować poznane twierdzenia o całkach zespolonych

PEK\_U04 potrafi stosować wiedzę o funkcjach analitycznych do obliczania całek

PEK\_U05 dostrzega potrzebę znajomości analizy zespolonej w rozwoju innych działów matematyki oraz w naukach technicznych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi uzupełniać wiedzę w oparciu o dostępne źródła

PEK\_K02 rozumie potrzebę zdobywania wiedzy

PEK\_K03 dostrzega znaczenie systematyczności w pracy

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Funkcje elementarne, ciągi i szeregi liczb zespolonych, szeregi potęgowe.          | 4             |
| Wy2                   | Pochodna, równania Cauchy- Riemanna, pochodne formalne, odwzorowania konforemne.   | 2             |
| Wy3                   | Całki zespolone, twierdzenie i wzór Cauchy`ego, tw. Morery, zastosowania.          | 6             |
| Wy4                   | Zera i osobliwości izolowane funkcji holomorficzných. Klasyfikacja.                | 2             |
| Wy5                   | Tw. o wartości średniej, o maksimum modułu, zasada maksimum.                       | 2             |
| Wy6                   | Nierówności Cauchy`ego, funkcje całkowite, tw. Liouville`a, zas. tw, algebry.      | 2             |
| Wy7                   | Ciągi i szeregi funkcji holomorficzných. Zbieżność niemal jednostajna i w $L(p)$ . | 2             |
| Wy8                   | Funkcje meromorficzne, residua, tw. o residuach, metody obliczania.                | 2             |
| Wy9                   | Zastosowania do obliczania całek rzeczywistých.                                    | 2             |
| Wy10                  | Zasada argumentu, tw. o odwzorowaniu otwartym, tw, o odwzorowaniu odwrotnym        | 4             |
| Wy11                  | Funkcje holomorficzne w pierścieniu, szeregi Laurenta.                             | 2             |
|                       | Suma godzin  | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Badanie zbieżności ciągów i szeregów zespolonych               | 2             |
| Ćw2                     | Badanie holomorficznosci i przykładowe odwzorowania konforemne | 2             |
| Ćw3                     | Zastosowania wzoru i tw. Cauchy`ego                            | 4             |
| Ćw4                     | Analiza zer i osobliwości                                      | 4             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
| Ćw5  | Rozwinięcia w szeregi potęgowe                | 4         |
| Ćw6  | Rozwinięcia w szeregi Laurenta                | 2         |
| Ćw7  | Metody obliczania reszduów                    | 2         |
| Ćw8  | obliczanie całek przy pomocy reszduów         | 4         |
| Ćw9  | rozkłady na ułamki proste                     | 2         |
| Ćw10 | Przykładowe zastosowania w innych dziedzinach | 4         |
|      | Suma godzin                                   | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Tradycyjny wykład
2. Rozwiązywanie problemów i ćwiczenia rachunkowe
3. Samodzielna prezentacja przez studentów
4. Konsultacje

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_K01<br>PEK_K03   | Odpowiedzi ustne, prezentacja, kolokwia     |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_K02 | egzamin                                     |
| P=0,4*F1+0.6*F2  |   |   |

|  |
|--|
| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>   |
| <b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b><br>[1] W. Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona.<br>[2] F. Leja, Funkcje zespolone.  |
| <b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b><br>[1] B. W. Szabat, Wstep do analizy zespolonej.<br>[2] J. Krzyż, J. Ławrynowicz, Elementy analizy zespolonej.<br>[3] L. V. Ahlfors, Complex Analysis.<br>[4] J.B. Conway, Functions of One Complex Variable. |
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>   |
| <b>Dr inż. Jerzy Ryczaj (Jerzy.Ryczaj@pwr.wroc.pl)</b>   |

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
FUNKCJE ANALITYCZNE  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W04   | C1                       | Wy1                        | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W04   | C2                       | Wy1, Wy2                   | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W04   | C2, C3                   | Wy2, Wy3, Wy4              | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03  | C3, C4                   | Wy5, Wy6, Wy8, Wy9         | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03  | C3, C4, C5               | Wy7, Wy10, Wy11            | 1,4                                    |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U06,  | C1                       | Ćw1                        | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U06,  | C2                       | Ćw2, Ćw3                   | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U06, K1MIS_U24  | C2, C3                   | Ćw3, Ćw4, Ćw5              | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U05, K1MIS_U06  | C3, C4                   | Ćw6, Ćw7, Ćw8              | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U05, K1MIS_U06, K1MIS_U24   | C4, C5                   | Ćw8, Ćw9, Ćw10             | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K05, K1MIS_K07   | C1, C2, C3, C4, C5       | Wy1 – Wy11<br>Ćw1 - Ćw10   | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K05, K1MIS_K07   | C1, C2, C3, C4, C5       | Wy1 – Wy11<br>Ćw1 - Ćw10   | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K04, K1MIS_K05  | C1, C2, C3, C4, C5       | Wy1 – Wy11<br>Ćw1 - Ćw10   | 1,2,3,4                                |

\*\* - z tabeli powyżej

## WYDZIAŁ MATEMATYKI

### KARTA PRZEDMIOTU

|                                      |                                    |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu w języku polskim    | <b>Rachunek Prawdopodobieństwa</b> |
| Nazwa przedmiotu w języku angielskim | <b>Theory of Probability</b>       |
| Kierunek studiów (jeśli dotyczy)     | <b>Matematyka i Statystyka</b>     |
| Stopień studiów i forma              | <b>I stopień, stacjonarna</b>      |
| Rodzaj przedmiotu                    | <b>obowiązkowy</b>                 |
| Kod przedmiotu                       | <b>MAT001603</b>                   |
| Grupa kursów                         | <b>TAK</b>                         |

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 5       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2       |           |              |         |            |

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

Zaliczony kurs *Wstępu do Rachunku Prawdopodobieństwa*

### CELE KURSU

- C1. Przedstawienie najważniejszych metod i narzędzi dowodowych, stosowanych w Rachunku Prawdopodobieństwa, w tym funkcji charakterystycznych.
- C2. Poznanie własności warunkowej wartości oczekiwanej i jej zastosowań.
- C3. Zapoznanie z ważnymi rozkładami służącymi do modelowania zjawisk rzeczywistych: rozkłady maksimów i rozkłady występujące w twierdzeniach granicznych.
- C4. Omówienie błędzeń losowych po kratkach w  $R^d$  oraz klasycznych twierdzeń związanych z błędzeniem po Z: Prawo Arcusa Sinusa i Prawo Iterowanego Logarytmu.

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01: znaj metodę funkcji charakterystycznych

PEK\_W02: ma podstawową wiedzę z zakresu warunkowej wartości oczekiwanej

PEK\_W03: zna najważniejsze rozkłady prawdopodobieństwa występujące w twierdzeniach granicznych

PEK\_W04: rozumie własności błędzenia losowego

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01: potrafi korzystać z metody funkcji charakterystycznych

PEK\_U02: umie korzystać z własności warunkowej wartości oczekiwanej

PEK\_U03: potrafi wykorzystywać rozkłady maksimów do obliczeń przybliżonych

PEK\_U04: umie obliczać prawdopodobieństwa dotyczące błędzeń losowych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01: potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK\_K2: uczy się systematycznej i samodzielnej pracy w celu zdobycia wiedzy.

| <b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>       |  |              |
|--------------------------------|--|--------------|
| <b>Forma zajęć - wykłady</b>   |  | <b>Godz.</b> |
| Wy1                            | Funkcje charakterystyczne i ich podstawowe własności.  | 2.0          |
| Wy2 i 3                        | Twierdzenie Levy'ego-Cramera i dowód CTG Lindeberga-Fellera.   | 4.0          |
| Wy4                            | Dalsze własności funkcji charakterystycznych: twierdzenie Bochnera i twierdzenia o odwracaniu.   | 2.0          |
| Wy5 i 6                        | Warunkowa wartość oczekiwana i jej najważniejsze własności.  | 4.0          |
| Wy7                            | Warunkowa wartość oczekiwana $E(X Y)$ i sposoby jej obliczania.  | 2.0          |
| Wy8                            | Rozkłady maksimów i twierdzenia graniczne dla maksimów (informacyjnie).  | 2.0          |
| Wy9                            | Błądzenie losowe po $Z$ , zasada odbicia i twierdzenie o głosowaniu.   | 2.0          |
| Wy10                           | Prawo Arcusa Sinusa dla prowadzeń i zmian znaku w błędzeniu po $Z$ .   | 2.0          |
| Wy11                           | Prawo Iterowanego Logarytmu dla błędzenia losowego (informacyjnie), Symetryczne błędzenie po kracie $n$ -wymiarowej. Twierdzenie o powracaniu.   | 2.0          |
| Wy12 i 13                      | Symetryzacja i nierówności symetryzacyjne. Nierówność Levy'ego. Zbieżność szeregów niezależnych zmiennych losowych. Twierdzenie Kołmogorowa o trzech szeregach.  | 4.0          |
| Wy14                           | Rozkłady stabilne i niekończenie podzielne na prostej, ich rola w twierdzeniach granicznych (informacyjnie).   | 2.0          |
| Wy15                           | Układy trójkątne i najogólniejsza postać CTG. Wzór Levy'ego-Chinczyna (bez dowodu).  | 2.0          |
| <b>Suma godzin</b>             |  | <b>30</b>    |
| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |  | <b>Godz.</b> |
| Cw1-3                          | Obliczanie funkcji charakterystycznych najważniejszych rozkładów, stosowanie Centralnego Twierdzenia Granicznego do szacowania prawdopodobieństw dotyczących sum niezależnych zmiennych losowych.        | 6.0          |
| Cw4                            | Badanie warunków dostatecznych dla funkcji charakterystycznych i Twierdzenie Polyi; sprawdzanie czy dana funkcja jest funkcją charakterystyczną.   | 2.0          |
| Cw5 i 6                        | Obliczanie warunkowej wartości oczekiwanej $E(X Y)$ jako funkcji borelowskiej zmiennej $Y$ .   | 4.0          |
| Cw7 i 8                        | Obliczanie rozkładów maksimów i minimów, stosowanie rozkładu podwójnie wykładniczego i rozkładów Weibulla.   | 4.0          |
| Cw9-12                         | Obliczanie prawdopodobieństw różnych zdarzeń związanych z symetrycznym błędzeniem losowym po liczbach całkowitych i po kracie $d$ -wymiarowej, stosowanie zasady odbicia, powracalność błędzenia w $R^d$ | 8.0          |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
| Cw13 | Badanie równoważności różnych definicji miary gaussowskiej w przestrzeni $n$ -wymiarowej, sprawdzanie czy dany rozkład jest stabilny lub nieskończenie podzielny. | 2.0       |
| Cw14 | Badanie zbieżności szeregów losowych.   | 2.0       |
| Cw15 | Kolokwium zaliczeniowe  | 2.0       |
|      | <b>Suma godzin</b>  | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

- N1. Wykład - metoda tradycyjna  
 N2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna  
 N3. Konsultacje  
 N4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Ocena (F-formująca; P-podsumowująca) | Numer efektu kształcenia        | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia           |
|--------------------------------------|---------------------------------|---|
| P1                                   | PEK_U1-PEK_U4,<br>PEK_K1,PEK_U2 | Kolokwium na ćwiczeniach, kartkówki, odpowiedzi ustne |
| P2                                   | PEK_W1-PEK_W4                   | Egzamin   |

F-uzyskanie pozytywnych ocen P1 oraz P2 jest warunkiem koniecznym uzyskania pozytywnej oceny z kursu. Warunki ustalenia oceny F określa prowadzący kurs.

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### LITERATURA PODSTAWOWA

- A1. J. Jakubowski, R. Sztencel, *Wstęp do teorii prawdopodobieństwa*, Script, Warszawa, 2001  
 A2 W. Feller, *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa*, tomy 1 i 2, PWN. Warszawa, 1971

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- B1. A. A. Borowkow, *Rachunek prawdopodobieństwa*, PWN, Warszawa, 1975.

### OPIEKUNOWIE PRZEDMIOTU

Dr hab. Tomasz Żak, prof. PWr. (Tomasz. Zak@pwr.edu.pl)

# MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU

Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa

## Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe**    | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|--------------------------------|---|-------------------|------------------------|---------------------------------|
| PEK_W01<br>(wiedza)            | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W03  | C1                | Wy1 – Wy4              | 1,3                             |
| PEK_W02                        | K1MIS_W12   | C2                | Wy5 – W7               | 1,3                             |
| PEK_W03                        | K1MIS_W06, K1MIS_W12  | C3                | Wy8, Wy14,<br>Wy15     | 1,3                             |
| PEK_W04                        | K1MIS_W01, K1MIS_W06,<br>K1MIS_W12  | C4                | Wy9-Wy11               | 1,3                             |
|                                |   |                   |                        |                                 |
| PEK_U01<br>(umiejętności)      | K1MIS_U17   | C1                | Ćw1- Ćw4               | 2, 3, 4                         |
| PEK_U02                        | K1MIS_U17   | C2                | Ćw5-Cw6                | 2, 3, 4                         |
| PEK_U03                        | K1MIS_U17   | C3                | Ćw7, Ćw8               | 2, 3, 4                         |
| PEK_U04                        | K1MIS_U18   | C4                | Ćw8 – Ćw12             | 2, 3, 4                         |
|                                |   |                   |                        |                                 |
| PEK_K01<br>(kompetencje)       | K1MIS_K01, K1MIS_K05  | C1 – C4           | Wy1-Wy15,<br>Ćw1-Ćw 14 | 1, 2, 3, 4                      |



**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE

Nazwa w języku angielskim ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień, stacjonarna

**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy

**Kod przedmiotu** MAT001604

**Grupa kursów** TAK

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 150     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 6       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Zna rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej i wielu zmiennych
2. Zna podstawowe fakty z topologii przestrzeni metrycznych, w szczególności zna sformułowanie i dowód twierdzenia Banacha o punkcie stałym
3. Zna podstawowe fakty z teorii macierzy

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstawowych pojęć z zakresu równań różniczkowych zwyczajnych i równań różniczkowych cząstkowych

C2 Nabycie umiejętności szukania rozwiązań podstawowych klas równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych

C3 Stosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych opisywanych równaniami różniczkowymi zwyczajnymi i cząstkowymi, stosowanych w różnych dziedzinach nauki i praktyki

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna podstawowe pojęcia równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych

PEK\_W02 zna twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań dla równań różniczkowych zwyczajnych

PEK\_W03 zna podstawowe wzory na rozwiązania wybranych klas równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi rozwiązywać podstawowe rodzaje równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych

PEK\_U02 potrafi podać interpretację geometryczną równań różniczkowych zwyczajnych i układów takich równań

PEK\_U03 potrafi podać zastosowania równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych do typowych zagadnień praktycznych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

PEK\_K03 potrafi być osobą odpowiedzialną i zdobywać wiedzę w sposób uczciwy

PEK\_K04 przestrzega obyczajów i zasad obowiązujących w środowisku akademickim

PEK\_K05 potrafi współpracować ze specjalistami z innych dziedzin nauki oraz praktykami przy konstrukcji i analizie modeli opisywanych przy pomocy równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Równania różniczkowe zwyczajne rzędu pierwszego. Zagadnienie początkowe. Równania różniczkowe zwyczajne liniowe rzędu pierwszego.   | 2             |
| Wy2                   | Równania różniczkowe zwyczajne o zmiennych rozdzielonych.   | 2             |
| Wy3                   | Twierdzenie Picarda-Lindelöfa o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia początkowego dla równania pierwszego rzędu. Dowód twierdzenia Picarda-Lindelöfa.  | 2             |
| Wy4                   | Równania różniczkowe zupełne. Całki równań różniczkowych.   | 2             |
| Wy5                   | Interpretacja geometryczna równania różniczkowego zwyczajnego (pola kierunków, krzywe całkowe, izokliny).   | 2             |
| Wy6                   | Układy równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu. Równania różniczkowe zwyczajne wyższych rzędów.   | 2             |
| Wy7                   | Układy równań różniczkowych zwyczajnych liniowych pierwszego rzędu. Równania różniczkowe zwyczajne liniowe wyższych rzędów. Wzór na uzmiennianie stałych.   | 2             |
| Wy8                   | Układy równań różniczkowych zwyczajnych liniowych o stałych współczynnikach. Równania różniczkowe zwyczajne liniowe wyższych rzędów o stałych współczynnikach. Informacja o metodzie współczynników nieoznaczonych. | 2             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
| Wy9  | Rozwiązania równań różniczkowych zwyczajnych w postaci szeregów.  | 2         |
| Wy10 | Stabilność i stabilność asymptotyczna autonomicznych układów równań różniczkowych zwyczajnych. Metoda linearyzacji. Informacja o funkcjach Lapunowa. Informacja o chaosie i atraktorach dziwnych. | 2         |
| Wy11 | Równania różniczkowe cząstkowe pierwszego rzędu.  | 2         |
| Wy12 | Równania różniczkowe cząstkowe drugiego rzędu. Klasyfikacja równań różniczkowych cząstkowych drugiego rzędu.  | 2         |
| Wy13 | Równanie Laplace'a. Równanie Poissona.  | 2         |
| Wy14 | Równanie przewodnictwa ciepła.  | 2         |
| Wy15 | Równanie struny drgającej.  | 2         |
|      | Suma godzin   | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                            | Rozwiązywanie równań różniczkowych liniowych pierwszego rzędu. Sprowadzanie równań różniczkowych Bernoulliego do równań różniczkowych liniowych pierwszego rzędu.           | 4                    |
| Ćw2                            | Rozwiązywanie równań różniczkowych o zmiennych rozdzielonych oraz równań różniczkowych sprowadzalnych do takiej postaci, w szczególności równań różniczkowych jednorodnych. | 3                    |
| Ćw3                            | Równania różniczkowe zupełne. Czynniki całkujące.   | 3                    |
| Ćw4                            | Badanie jakościowego zachowania się rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych przy pomocy prostych metod geometrycznych.   | 3                    |
| Ćw5                            | Sprowadzanie równań różniczkowych zwyczajnych drugiego rzędu do równań pierwszego rzędu.  | 2                    |
| Ćw6                            | Rozwiązywanie układów równań różniczkowych zwyczajnych liniowych o stałych współczynnikach.   | 2                    |
| Ćw7                            | Rozwiązywanie niejednorodnych równań różniczkowych zwyczajnych liniowych wyższych rzędów o stałych współczynnikach za pomocą metody współczynników nieoznaczonych.          | 2                    |
| Ćw8                            | Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych liniowych przy pomocy szeregów.  | 2                    |
| Ćw9                            | Badanie stabilności układów równań różniczkowych zwyczajnych.   | 3                    |
| Ćw10                           | Rozwiązywanie równań różniczkowych cząstkowych liniowych drugiego rzędu.  | 6                    |
|                                | Suma godzin   | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>                   |
|--|
| 1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna                 |
| 2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna |
| 3. Konsultacje   |
| 4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń      |

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_K01<br>PEK_K02   | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_K01<br>PEK_K02<br>PEK_K03<br>PEK_K04<br>PEK_K05 | egzamin                                     |
| $P = 0,4 * F1 + 0,6 * F2$  |   |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Palczewski, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria i metody numeryczne z wykorzystaniem komputerowego systemu obliczeń symbolicznych, WNT, Warszawa, 1999.
- [2] W. A. Arnold, Równania różniczkowe zwyczajne, PWN, Warszawa, 1975.
- [3] H. Marcinkowska, Wstęp do teorii równań różniczkowych cząstkowych, PWN, Warszawa, 1972.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. H. Hubbard and B. H. West, Differential Equations. A Dynamical Systems Approach, Part I, Springer, New York, 1991.
- [2] M. Gewert i Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2006, i późniejsze.
- [3] L. C. Evans, Równania różniczkowe cząstkowe, PWN, Warszawa, 2004.
- [4] G. B. Folland, Introduction to Partial Differential Equations, Wadsworth and Brooks, 1992.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Prof. dr hab. Janusz Mierczyński (Janusz.Mierczyński@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO TEORII RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA  
I SPECJALNOŚCI**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b>                                      | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|---|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W11, K1MIS_W13  | C1                       | Wy1, Wy3, Wy5, Wy6, Wy7, Wy8, Wy10, Wy11                        | 1,3                                    |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W11, K1MIS_W13  | C1                       | Wy1, Wy2, Wy3, Wy6  | 1,3                                    |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W11, K1MIS_W13  | C2                       | Wy1, Wy2, Wy4, Wy6, Wy7, Wy8, Wy9, Wy11, Wy12, Wy13, Wy14, Wy15 | 1,3                                    |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U11, K1MIS_U13, K1MIS_U24   | C1, C2                   | Ćw1, Ćw2, Ćw3, Ćw5, Ćw6, Ćw7, Ćw8, Ćw10                         | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U11, K1MIS_U24  | C1                       | Ćw4, Ćw9  |  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U11, K1MIS_U13, K1MIS_U24   | C3                       | Ćw1, Ćw3, Ćw7, Ćw9, Ćw10  | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06, K1MIS_K07   | C1, C2, C3               | Wy1 – Wy15, Ćw1 – Ćw10  | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K04  | C1, C2, C3               | Wy1 – Wy15, Ćw1 – Ćw10  | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K04, K1MIS_K06  | C1, C2, C3               | Wy1 – Wy15, Ćw1 – Ćw10  | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K04</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K04, K1MIS_K06  | C1, C2, C3               | Wy1 – Wy15, Ćw1 – Ćw10  | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K05</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K05, K1MIS_K06, K1MIS_K07  | C1, C2, C3               | Wy1 – Wy15, Ćw1 – Ćw10  | 1,2,3,4                                |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim WSTĘP DO STATYSTYKI MATEMATYCZNEJ**

**Nazwa w języku angielskim Introduction to Mathematical Statistics**

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka**

**Stopień studiów i forma: I stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\***

**Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / ~~wybieralny~~ / ~~ogólnouczelniany~~\***

**Kod przedmiotu MAT001610**

**Grupa kursów TAK / ~~NIE~~\***

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        | 15           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 150     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | x       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 5       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3       |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa takie jak: zmienna losowa, rozkład prawdopodobieństwa, zbieżność rozkładów, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych pojęć statystyki matematycznej.
- C2 Poznanie metod estymacji (punktowej i przedziałowej) i kryteriów oceny estymatorów.
- C3 Nabycie umiejętności wyznaczania estymatorów (punktowych i przedziałowych) w konkretnych modelach statystycznych i ich porównywania.
- C4 Poznanie podstawowych pojęć związanych z testowaniem hipotez statystycznych.
- C5 Poznanie metod konstrukcji testów jednostajnie najmocniejszych, jednostajnie

najmocniejszych nieobciążonych i opartych na ilorazie wiarygodności.  
 C6 Nabycie umiejętności przeprowadzenia testów przy wykorzystaniu pakietu statystycznego i formułowaniu wniosków z przeprowadzonej analizy.  
 C7 Nabycie umiejętności zarządzania danymi, tworzenia wykresów, tabel licznosci, tabel wielozdzielczych i wyznaczania wartości statystyk opisowych przy wykorzystaniu pakietu statystycznego.  
 C8 Poznanie testów zgodności i jednorodności.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna podstawowe pojęcia statystyki matematycznej.  
 PEK\_W02 posiada wiedzę na temat metod estymacji (punktowej i przedziałowej) i kryteriów oceny estymatorów.  
 PEK\_W03 zna pojęcia związane z testowaniem hipotez statystycznych.  
 PEK\_W04 zna metody konstrukcji testów jednostajnie najmocniejszych, jednostajnie najmocniejszych nieobciążonych i opartych na ilorazie wiarygodności.  
 PEK\_W05 zna popularne testy zgodności i jednorodności.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi wyznaczać estymatory (punktowe i przedziałowe) w konkretnych modelach statystycznych i je porównywać.  
 PEK\_U02 potrafi wyznaczać testy i je przeprowadzać przy wykorzystaniu pakietu statystycznego i formułować wnioski z przeprowadzonej analizy.  
 PEK\_U03 potrafi zarządzać danymi, tworzyć wykresy, tabele licznosci, tabele wielozdzielcze i wyznaczać wartości statystyk opisowych przy wykorzystaniu pakietu statystycznego.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi twórczo współżyć w grupie studenckiej, budować pozytywne więzi emocjonalne z jej członkami.  
 PEK\_K02 potrafi kulturalnie dyskutować, obiektywnie oceniać argumenty innych oraz racjonalnie tłumaczyć i uzasadniać własny punkt widzenia.  
 PEK\_K03 potrafi korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie wyszukiwać dodatkowe materiały w celu poszerzenia swojej wiedzy.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Modele statystyczne. Wykładnicze rodziny rozkładów prawdopodobieństwa i ich własności.  | 2             |
| Wy2                   | Estymacja dystrybuanty i gęstości rozkładu.   | 2             |
| Wy3                   | Metody estymacji: metoda momentów, metoda podstawienia, metoda największej wiarygodności.                                     | 2             |
| Wy4                   | Model regresji liniowej. Metoda najmniejszych kwadratów. Metoda ważonych najmniejszych kwadratów.                             | 2             |
| Wy5                   | Porównywanie estymatorów – kryteria optymalności. Statystyki dostateczne. Kryterium faktoryzacji. Twierdzenie Rao-Blackwella. | 2             |
| Wy6                   | Estymatory nieobciążone o minimalnej wariancji. Statystyki zupełne.   | 2             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
|      | Twierdzenie Lehmana-Scheffego.  |           |
| Wy7  | Zgodność estymatorów. Asymptotyczna normalność estymatorów największej wiarygodności.                                     | 2         |
| Wy8  | Estymacja przedziałowa. Ogólna konstrukcja przedziałów ufności. Przedziały ufności w konkretnych modelach statystycznych. | 2         |
| Wy9  | Teoria testowania hipotez - pojęcia wstępne. Testy jednostajnie najmocniejsze. Lemat Neymana-Pearsona.                    | 2         |
| Wy10 | Testy jednostajnie najmocniejsze w modelach z monotonicznym ilorzazem wiarygodności.                                      | 2         |
| Wy11 | Test jednostajnie najmocniejszy dla hipotezy dwustronnej w modelu wykładniczym.   | 2         |
| Wy12 | Testy jednostajnie najmocniejsze nieobciążone w modelach wykładniczych.   | 2         |
| Wy13 | Testy oparte na ilorazie wiarygodności.   | 2         |
| Wy14 | Testy zgodności.  | 2         |
| Wy15 | Testy jednorodności.  | 2         |
|      | Suma godzin   | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                            | Modele statystyczne. Wykładnicze rodziny rozkładów prawdopodobieństwa i ich własności.  | 2                    |
| Ćw2                            | Estymacja dystrybuanty i gęstości rozkładu.   | 2                    |
| Ćw3                            | Metody estymacji: metoda momentów, metoda podstawienia, metoda największej wiarygodności.                                     | 2                    |
| Ćw4                            | Estymatory uzyskane metodą najmniejszych kwadratów i metodą ważonych najmniejszych kwadratów.                                 | 2                    |
| Ćw5                            | Porównywanie estymatorów – kryteria optymalności. Statystyki dostateczne. Kryterium faktoryzacji. Twierdzenie Rao-Blackwella. | 2                    |
| Ćw6                            | Estymatory nieobciążone o minimalnej wariancji. Statystyki zupełne. Twierdzenie Lehmana-Scheffego.                            | 2                    |
| Ćw7                            | Estymacja przedziałowa Zgodność estymatorów. Asymptotyczna normalność estymatorów największej wiarygodności.                  | 2                    |
| Ćw8                            | Estymacja przedziałowa. Ogólna konstrukcja przedziałów ufności. Przedziały ufności w konkretnych modelach statystycznych.     | 2                    |
| Ćw9                            | Teoria testowania hipotez - pojęcia wstępne. Testy jednostajnie najmocniejsze. Lemat Neymana-Pearsona.                        | 2                    |
| Ćw10                           | Wyznaczanie testów jednostajnie najmocniejszych w konkretnych modelach statystycznych.  | 2                    |
| Ćw11                           | Wyznaczanie testów jednostajnie najmocniejszych nieobciążonych w konkretnych modelach statystycznych.                         | 4                    |
| Ćw12                           | Wyznaczanie testów opartych na ilorazie wiarygodności.  | 2                    |
| Ćw13                           | Testy zgodności.  | 2                    |
| Ćw14                           | Testy jednorodności   | 2                    |
|                                | Suma godzin   | <b>30</b>            |

| <b>Forma zajęć - laboratorium</b> | <b>Liczba</b> |
|-----------------------------------|---------------|
|-----------------------------------|---------------|



|             |  | <b>godzin</b> |
|-------------|--|---------------|
| Lab1        | Podstawowe informacje o pracy z wybranym pakietem statystycznym. Zarządzanie danymi: sprawdzanie poprawności danych, tworzenie podzbiorów danych, scalanie danych. Tworzenie wykresów, tabel liczości, tabel wielozmiennych. | 2             |
| Lab2        | Tworzenie wykresów estymatorów dystrybuanty i gęstości rozkładu na podstawie rzeczywistych i symulowanych danych.  | 2             |
| Lab3        | Wyznaczanie wartości statystyk opisowych i ich interpretacja.  | 2             |
| Lab4        | Wyznaczanie estymatorów w modelu regresji liniowej i ich interpretacja.  | 2             |
| Lab5        | Porównywanie estymatorów punktowych i przedziałowych na podstawie symulacji.   | 2             |
| Lab6        | Testy parametryczne w wybranym pakiecie statystycznym.   | 2             |
| Lab7        | Testy zgodności i jednorodności w wybranym pakiecie statystycznym.   | 3             |
| Suma godzin |  | <b>15</b>     |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>   |
|--|
| 1. Wykład informacyjny, problemowy – metoda tradycyjna i prezentacja multimedialna.<br>2. Ćwiczenia.<br>3. Laboratorium.<br>4. Konsultacje.<br>5. Praca własna studenta – przygotowanie raportów z analizy danych. |

### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                                  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|---|---|---|
| F1  | PEK_W01-PEK_W05<br>PEK_U01, PEK_U02<br>PEK_K01- PEK_K03   | Odpowiedzi ustne, kolokwia                  |
| F2  | PEK_W01-PEK_W05,<br>PEK_U01- PEK_U03,<br>PEK_K01- PEK_K03 | Odpowiedzi ustne, raporty                   |
| F3  | PEK_W01-PEK_W05,<br>PEK_U01, PEK_K03                      | Egzamin                                     |
| $P=0,4F1+0,2F2+0,4F3$   |   |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Krzyśko M. (2004) Statystyka matematyczna. Wydawnictwo Naukowe UAM w Poznaniu.
- [2] Magiera R. (2007) Modele i metody statystyki matematycznej. Cz. II . Wnioskowanie statystyczne. GiS, Wrocław.
- [3] Jokiel-Rokita A., Magiera R. (2005). Modele i metody statystyki matematycznej w zadaniach. GiS, Wrocław, wydanie III.
- [4] Bartoszewicz J. (1996) Wykłady ze statystyki matematycznej. PWN, Warszawa.
- [5] Zieliński R. (1990). Siedem wykładów wprowadzających do statystyki matematycznej. PWN Warszawa.
- [6] Shao J. (2003). Mathematical Statistics. Springer Texts in Statistics. Springer-Verlag, New York, second edition.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Bickel P.J., Doksum K.A. (1997) Mathematical Statistics. Holden Day, San Francisco.
- [2] Bickel P.J., Doksum K.A. (2001). Mathematical Statistics. Basic Ideas and Selected Topics, volume I. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, second edition.
- [3] Lehmann E.L. (1991) Teoria estymacji punktowej. PWN, Warszawa.
- [4] Lehmann E.L. (1968) Testowanie hipotez statystycznych. PWN, Warszawa.
- [5] Trybuła S. (2001) Statystyka matematyczna z elementami teorii decyzji. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej.
- [6] Magiera R. (2005). Modele i metody statystyki matematycznej. Cz. I. Rozkłady i symulacja stochastyczna. GiS, Wrocław.
- [7] Silvey S.D. (1978) Wnioskowanie statystyczne. PWN, Warszawa.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. Alicja Jokiel-Rokita, prof. nadzw. PWr ([Alicja.Jokiel-Rokita@pwr.edu.pl](mailto:Alicja.Jokiel-Rokita@pwr.edu.pl))**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO STATYSTYKI MATEMATYCZNEJ  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu **</b> | <b>Treści programowe **</b>              | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|--|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C1                        | Wy1, Wy2, Wy4-Wy6<br>Ćw1, Ćw2<br>Ćw4-Ćw6 | 1, 4, 5                                |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C2                        | Wy3-Wy8, Ćw3-Ćw8                         | 1, 4, 5                                |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C4                        | Wy9, Ćw9                                 | 1, 4, 5                                |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C5                        | Wy10-Wy13, Ćw10-Ćw13                     | 1, 4, 5                                |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C8                        | Wy14, Wy15, Ćw14, Ćw15                   | 1, 4, 5                                |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U20, K1MIS_U21   | C3                        | Ćw3-Ćw8, La4, La5                        | 2, 3, 4, 5                             |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U19, K1MIS_U20, K1MIS_U21  | C6                        | Ćw10-Ćw12<br>La6                         | 2, 3, 4, 5                             |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U35_SAD   | C7                        | La1-La3                                  | 3, 4, 5                                |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K02  | C1-C8                     | Wy1-Wy15<br>Ćw1-Ćw14<br>La1-La7          | 1, 2, 3, 4, 5                          |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K03  | C1-C8                     | Wy1-Wy15<br>Ćw1-Ćw14<br>La1-La7          | 1, 2, 3, 4, 5                          |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K01  | C1-C8                     | Wy1-Wy15<br>Ćw1-Ćw14<br>La1-La7          | 1, 2, 3, 4, 5                          |

|  |  |
|--|--|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>  |  |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>  |  |
| <b>Nazwa w języku polskim ANALIZA FUNKCJONALNA</b>   |  |
| <b>Nazwa w języku angielskim FUNCTIONAL ANALYSIS</b>   |  |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka</b>                             |  |
| <b>Stopień studiów i forma: I stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>                    |  |
| <b>Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / <del>wybieralny</del> / <del>ogólnouczelniany</del>*</b> |  |
| <b>Kod przedmiotu MAT001595</b>  |  |
| <b>Grupa kursów TAK / NIE*</b>   |  |

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 180     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 6       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 3       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3       | 3         |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość podstawowych pojęć i twierdzeń z analizy matematycznej dotyczących rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej, topologii metrycznej oraz elementarnej teorii miary.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie aksjomatyki przestrzeni unormowanych, Banacha i Hilberta
- C2 Zrozumienie pojęcia ortogonalności
- C3 Poznanie pojęcia bazy i idei rozwijania funkcji w szereg Fouriera
- C4 Poznanie pojęć funkcjonału, operatora oraz przestrzeni sprzężonej
- C5 Klasyfikacja kluczowych przestrzeni Banacha

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, po ukończeniu kursu student powinien:

- PEK\_W01 znać aksjomatykę przestrzeni liniowo topologicznych, unormowanych i Banacha, znać podstawowe przykłady ciągłych i funkcyjnych przestrzeni Banacha
- PEK\_W02 znać aksjomatykę przestrzeni unitarnych oraz Hilberta, rozumieć pojęcia iloczynu skalarnego i ortogonalności
- PEK\_W03 rozumieć ideę rozwinięcia elementu przestrzeni Hilberta w szereg Fouriera
- PEK\_W04 rozpoznawać kluczowe typy przestrzeni Banacha i znać ich podstawowe własności
- PEK\_W05 wiedzieć, jaką postać mają funkcjonały na poznanych przestrzeniach Banacha oraz znać przestrzenie do nich sprzężone
- PEK\_W06 znać pojęcie operatora liniowego, rozumieć ważność ograniczoności operatora

Z zakresu umiejętności student winien:

- PEK\_U01 umieć weryfikować kluczowe własności przykładowych przestrzeni liniowo-metrycznych
- PEK\_U02 znajdować bazy w przestrzeniach Banacha i Hilberta, znajdować dopełnienia ortogonalne podprzestrzeni
- PEK\_U03 potrafić rozwijać elementy funkcyjnych przestrzeni Hilberta w szeregi Fouriera, znajdować rzut ortogonalny na zadaną podprzestrzeń
- PEK\_U04 swobodnie posługiwać się pojęciami funkcjonału i operatora liniowego, obliczać normy funkcjonałów i operatorów
- PEK\_U05 identyfikować przestrzenie sprzężone, manipulować operatorami sprzężonymi, rozwiązywać zadania z zastosowaniem funkcjonałów i operatorów na poznanych przestrzeniach Banacha i Hilberta

Z zakresu kompetencji społecznych student:

- PEK\_K01 potrafi korzystać z dostępnej literatury naukowej
- PEK\_K02 rozumie potrzebę systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału
- PEK\_K03 hartuje się w dążeniu do osiągnięcia celu (np. rozwiązania zadania) i nie zraża się początkowymi trudnościami
- PEK\_K04 potrafi prezentować swoje rozumowania i dyskutować na temat wystąpień kolegów

| <b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>     |  |                      |
|------------------------------|--|----------------------|
| <b>Forma zajęć - wykłady</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
| Wy1                          | uzupełnienie wiedzy z topologii: ośrodkowość, zupełność, przestrzenie liniowo-metryczne  | 2                    |
| Wy2                          | przestrzenie unormowane, własności normy, izomorfizm, równoważność norm  | 2                    |
| Wy3                          | przestrzenie Banacha i ich własności, przestrzenie ciągłe i funkcyjne, nierówność Minkowskiego i nierówność Höldera, przestrzenie $l^p$ i $L^p$ , baza topologiczna                  | 4                    |
| Wy4                          | przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta: iloczyn skalarny, nierówność Schwarz'a, twierdzenie Pitagorasa, przykłady przestrzeni unitarnych i Hilberta, tw Jordana-von Neumanna. | 2                    |
| Wy5                          | ortogonalność, ortogonalizacja Gramma-Schmidta, twierdzenia o najlepszej aproksymacji i rozkładzie ortogonalnym, rzut ortogonalny,   | 2                    |

|      |  |           |
|------|--|-----------|
| Wy6  | nierówność Bessela, tożsamość Parsevala, przykłady układów ortogonalnych, baza ortonormalna w ośrodkowej przestrzeni Hilberta, szereg Fouriera | 4         |
| Wy7  | operatory i funkcjonały liniowe: związek ciągłości z ograniczonością, przykłady operatorów i funkcjonałów ograniczonych i nieograniczonych     | 2         |
| Wy8  | przestrzeń sprzężona, twierdzenie Riesz o postaci funkcjonału na przestrzeni Hilberta, twierdzenie Landaua                                     | 4         |
| Wy9  | uzupełnienie z teorii miary: miary znakowane, rozkład Hahna-Jordana  | 3         |
| Wy10 | twierdzenie Riesz o postaci funkcjonału na $C(X)$  | 3         |
| Wy11 | operator sprzężony, operatory samosprężone, unitarne, dodatnie i normalne, projekcje   | 2         |
|      | Suma godzin  | <b>30</b> |

| Forma zajęć - ćwiczenia |   | Liczba godzin |
|-------------------------|---|---------------|
| Ćw1                     | elementy topologii: przykłady metryk, przykłady przestrzeni zupełnych, zbiory otwarte, domknięte, ciągłość i jednostajna ciągłość funkcji, ośrodkowość, zbiory zwarte w przestrzeniach metrycznych,                     | 2             |
| Ćw2                     | przykłady przestrzeni liniowo-metrycznych, nierówność Schwarz w przestrzeni Euklidesowej: przestrzenie ciągowe $c$ , $c_0$ , $l^1$ , $l^2$ , $l^\infty$ , funkcje $L^1$ , $L^2$ , $L^\infty$ , $C(X)$ , itp.            | 4             |
| Ćw3                     | przykłady baz w przestrzeniach Banacha, reprezentacja elementu w bazie,   | 2             |
| Ćw4                     | różne przykłady iloczynów skalarnych, zasada równoległoboku, przeprowadzanie ortogonalizacji,   | 2             |
| Ćw5                     | różne bazy w przestrzeni $L^2(\mathbb{R})$ , rozwijanie funkcji w szereg Fouriera,  | 2             |
| Ćw6                     | zadania związane z pojęciem ortogonalności, rzutu ortogonalnego, podprzestrzeni ortogonalnej do danej, itp. wielomiany Legendre'a, funkcje Rademachera  | 4             |
| Ćw7                     | przykłady operatorów i funkcjonałów, norma operatorowa, operatory całkowite i różniczkowe,  | 4             |
| Ćw8                     | operatory i funkcjonały na przestrzeni Hilberta, znajdowanie operatora sprzężonego do danego na przestrzeni Hilberta,   | 2             |
| Ćw9                     | Znalezienie przestrzeni sprzężonej do danej, zastosowanie twierdzeń Riesz i Landaua, przestrzenie refleksywne – przykłady: przestrzenie $L^p$ , znajdowanie postaci operatorów sprzężonych, norma operatora sprzężonego | 4             |
| Ćw10                    | lista powtórkowa  | 4             |
| suma godzin             |   | 30            |

| STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE              |
|--|
| 1. wykład problemowy – metoda tradycyjna     |
| 2. ćwiczenia problemowe – metoda tradycyjna. |
| 3 konsultacje                                |
| 4 praca własna studenta                      |

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                        | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PE_U01—PE_U05<br>PE_W01—PE_W05<br>PE_K01—PE_K04 | odpowiedzi ustne, kartkówki,                |
| F2   | PE_U01—PE_U04<br>PE_W01—PE_W05<br>PE_K01—PE_K03 | kolokwia                                    |
| F3   | PE_U01—PE_U05<br>PE_W01—PE_W05<br>PE_K01—PE_K03 | Egzamin                                     |
| $P = 0,3 * F1 + 0,3 * F2 + 0,4 * F3$   |   |   |

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Jacek Chmieliński, Analiza funkcjonalna (notatki do wykładu), Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków 1999.
- [2] Janusz Górniak i Tadeusz Pytlik, Analiza funkcjonalna w zadaniach, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1992.
- [3] Jan Rusinek, Zadania z analizy funkcjonalnej z rozwiązaniami, Wydawnictwo Uniwersytetu kard. S. Wyszyńskiego, Warszawa 2004.
- [4] Stanisław Prus i Adam Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Walter Rudin, Analiza funkcjonalna, PWN, Warszawa 2001.
- [2] M. Reed and B. Simon, Methods of modern mathematical physics, vols. 1,2, Academic Press, New York, 1972

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**prof. Krzysztof Stempak (Krzysztof.Stempak@pwr.wroc.pl)**

**prof. T. Downarowicz (Tomasz.Downarowicz@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA FUNKCJONALNA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W04   | C1, C5                   | Wy1, Wy2, Wy3              | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W04, K1MIS_W03  | C1, C2                   | Wy4, Wy5                   | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W03, K1MIS_W09  | C3                       | Wy6                        | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W04, K1MIS_W19   | C5                       | Wy3                        | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W04, K1MIS_W08   | C4                       | Wy7, Wy8, Wy9, Wy10        | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W06</b>                        | K1MIS_W04, K1MIS_W09   | C4                       | Wy7, Wy11                  | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U08, K1MIS_U09  | C1, C5                   | Ćw1, Ćw2                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U05, K1MIS_U22   | C2, C3                   | Ćw3, Ćw6                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U10, K1MIS_U26, K1MIS_U27  | C2, C3                   | Ćw5, Ćw6                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U12, K1MIS_U26   | C4                       | Ćw7, Ćw8                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U28, K1MIS_U29   | C4, C5                   | Ćw8, Ćw9, Ćw10             | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06  | C1—C5                    | Wy1—Wy11                   | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K03,   | C1—C5                    | Wy1—Wy11<br>Ćw1—Ćw10       | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K03  | C1—C5                    | Ćw1—Ćw10                   | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K04</b>                        | K1MIS_K03, K1MIS_K04, K1MIS_K05, K1MIS_K06   | C1—C5                    | Ćw1—Ćw10                   | 1,2,3,4                                |

\*\* - z tabeli powyżej



**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: PRAKTYKA****Nazwa w języku angielskim: PRACTICE****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): MATEMATYKA I STATYSTYKA****Stopień studiów i forma: I stopień, stacjonarna****Rodzaj przedmiotu: wybieralny****Kod przedmiotu MAT001602****Grupa kursów NIE**

|   | Wykład     | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 0          |           |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 180        |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy   | X          |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 6          |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 6          |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 0          |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, Pakiety matematyczne, wiedza z zakresu technologii informacyjnych, programowania.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Umiejętność zastosowania metod matematycznych w konkretnych problemach

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W1 Posiada wystarczającą wiedzę z matematyki do analizy praktycznych problemów

PEK\_W2 Zna zasady bezpieczeństwa i higieny pracy matematyka

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U1 Potrafi integrować uzyskane informacje, dokonywać ich interpretacji, a także wyciągać wnioski oraz formułować i uzasadniać opinie

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K1 Jest przygotowany do zdobywania nowych kompetencji i współpracy z przedstawicielami innych zawodów

**STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE**

1.Praca własna studenta.

**OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia             | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--------------------------------------|---|
| F1   | PEK_W1<br>PEK_W2<br>PEK_U1<br>PEK_K1 | Ocena pracy własnej studenta                |
| P=F1   |                                      |   |

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA****OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Komisja Programowa Kierunku Matematyka

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU****Praktyka****Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe** | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|--------------------------------|---|-------------------|---------------------|---------------------------------|
| <b>PEK_W1</b>                  | K1MIS_W01, K1MIS_W13  | C1                | Nie dotyczy         | 1                               |
| <b>PEK_U1</b>                  | K1MIS_W17   | C1                | Nie dotyczy         | 1                               |
| <b>PEK_U2</b>                  | K1MIS_U16   | C1                | Nie dotyczy         | 1                               |
| <b>PEK_K1</b>                  | K1MIS_K02, K1MIS_K03,<br>K1MIS_K04, K1MIS_K05,<br>K1MIS_K06, K1MIS_K07  | C1                | Nie dotyczy         | 1                               |

\*\* - z tabeli powyżej

|  |  |
|--|--|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>  |  |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>  |  |
| <b>Nazwa w języku polskim WSTĘP DO PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH</b>                      |  |
| <b>Nazwa w języku angielskim INTRODUCTION TO STOCHASTIC PROCESSES</b>                |  |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka</b>                     |  |
| <b>Stopień studiów i forma: I stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b> |  |
| <b>Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / <del>wybieralny / ogólnouczelniany*</del></b>    |  |
| <b>Kod przedmiotu MAT001608</b>  |  |
| <b>Grupa kursów TAK / NIE*</b>   |  |

|   | Wykład  | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30      | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 150     |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 5       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 3       |           |              |         |            |

|   |                             |
|---|-----------------------------|
| <b>WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI</b> |                             |
| 1.  | Rachunek Prawdopodobieństwa |
| 2.  | Analiza Matematyczna        |
| 3.  | Algebra Liniowa             |

|   |  |
|---|--|
| <b>CELE PRZEDMIOTU</b>  |  |
| C1 Poznanie podstawowych modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych i wypracowanie umiejętności rachunkowych i pojęciowych dla analizy tych modeli |  |

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 Poznanie podstawowych modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 Wypracowanie umiejętności rachunkowych i pojęciowych dla analizy modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 Zdolność do wyszukiwania i korzystania z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnego zdobywania wiedzy

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Proces Poissona: postulaty i konstrukcja. Czysty proces urodzin. Własność Markowa procesu Poissona. | 2             |
| Wy2                   | Twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu. Postulaty, kowariancja i konstrukcja procesu Wienera.  | 2             |
| Wy3                   | Własności trajektorii procesu Wienera.  | 2             |
| Wy4                   | Prawa iterowanego logarytmu (opcjonalnie).  | 2             |
| Wy5                   | Konstrukcja procesu Markowa z prawdopodobieństwa przejścia.   | 2             |
| Wy6                   | Własność Markowa. Jednorodne procesy Markowa. Łącuchy Markowa z czasem dyskretnym.                  | 2             |
| Wy7                   | Macierz przejścia. Rozkład stacjonarny.   | 2             |
| Wy8                   | Klasyfikacja stanów. Zbieżność łańcuchów Markowa.   | 2             |
| Wy9                   | Łącuchy z czasem ciągłym. Jednostajna całkowalność. Filtracje i momenty zatrzymania.                | 2             |
| Wy10                  | Warunkowa wartość oczekiwana. Martynały: podstawowe własności. Nierówności martynałowe.             | 2             |
| Wy11                  | Twierdzenia o stopowaniu i zbieżności martynałów.   | 2             |
| Wy12                  | Zastosowania martynałów. Mocna własność Markowa procesu Wienera.                                    | 2             |
| Wy13                  | Elementy teorii potencjału. Probabilistyczne rozwiązanie problemu Dirichleta.                       | 2             |
| Wy14                  | Procesy Markowa a teoria półgrup. Mocno ciągle półgrupy operatorów.                                 | 2             |
| Wy15                  | Generator, twierdzenie Hille - Yosida.  | 2             |
|                       | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |   | Liczba godzin |
|-------------------------|---|---------------|
| Ćw1                     | Rozkład wykładniczy, gamma, rozkład jednostajny na sympleksie.  | 2             |
| Ćw2                     | Proces Poissona: rozkłady skończenie wymiarowe. Momenty skoków. | 2             |
| Ćw3                     | Czysty proces urodzin.  | 2             |
| Ćw4                     | Proces Wienera, rozkłady skończenie wymiarowe i wahanie         | 2             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
|      | kwadratowe.   |           |
| Ćw5  | Konstrukcje procesu Wienera. Prawo iterowanego logarytmu. | 2         |
| Ćw6  | Prawdopodobieństwo przejścia.                             | 2         |
| Ćw7  | Kolokwium I.  | 2         |
| Ćw8  | Łańcuchy Markowa z czasem dyskretnym.                     | 2         |
| Ćw9  | Zbieżność łańcuchów Markowa.                              | 2         |
| Ćw10 | Łańcuchy Markowa z czasem ciągłym i ich generatory.       | 2         |
| Ćw11 | Filtracje i momenty stopu.                                | 2         |
| Ćw12 | Martyngały: podstawowe własności i nierówności.           | 2         |
| Ćw13 | Zbieżność martyngałów i ich zastosowania.                 | 2         |
| Ćw14 | Procesy Markowa a teoria półgrup.                         | 2         |
| Ćw15 | Kolokwium II.   | 2         |
|      | Suma godzin   | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.
2. Ćwiczenia rachunkowe i problemowe.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia      | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|-------------------------------|---|
| F1   | PEK_W01<br>PEK_U01<br>PEK_K01 | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwium      |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_U01            | egzamin                                     |
| P=F1/3+2*F2/3  |                               |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Wentzell, Wykłady z teorii procesów stochastycznych, Warszawa, PWN 1980
- [2] W. Feller, Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa t.I i t II, PWN 1969
- [3] J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT, Warszawa 2000
- [4] P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i Miara, PWN 1987

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. Lamperti, Stochastic Processes: a Survey of the Mathematical Theory, Springer, 1977.
- [2] I. I. Gihman, A. W. Skorohod, Wstęp do teorii procesów stochastycznych, Warszawa, PWN 1968.
- [3] A. A. Borowkow, rachunek Prawdopodobieństwa, PWN 1975.
- [4] K. L. Chung, Lectures from Markov Processes to Brownian Motion, Springer 1995.
- [5] K. L. Chung, Z. Zhao, From Brownian Motion to Schrodinger equation, Springer 1995.
- [6] K. L. Chung, Green, Brown and Probability, 1996.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Krzysztof Bogdan (Krzysztof.Bogdan@pwr.wroc.pl)**

## MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU WSTĘP DO PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe** | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|--------------------------------|---|-------------------|---------------------|---------------------------------|
| PEK_W01                        | K1MIS_W01, K1MIS_W06, K1MIS_W13   | C1                | Wy1-Wy15            | 1,3                             |
| PEK_U01                        | K1MIS_U17, K1MIS_U18  | C1                | Ćw1-Ćw15            | 2,4                             |
| PEK_K01                        | K1MIS_K01, K1MIS_K03  | C1                | Wy1-Wy15, Ćw1-Ćw15  | 1,2,3,4                         |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI**  
**KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa w języku polskim: **Podstawy fizyki klasycznej**

Nazwa w języku angielskim: **Basic classical physics**

Kierunek studiów: **Matematyka i Statystyka**

Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**

Rodzaj przedmiotu: **Obowiązkowy**

Kod przedmiotu: **FZP001128**

Grupa kursów: **NIE**

|   | Wykład         | Ćwiczenia                  | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|----------------|----------------------------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                 | <b>30</b>      | <b>30</b>                  |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                             | <b>90</b>      | <b>90</b>                  |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | <b>Egzamin</b> | <b>Zaliczenie na ocenę</b> |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | <b>3</b>       | <b>3</b>                   |              |         |            |
| Liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | <b>0</b>       | <b>3</b>                   |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | <b>1,5</b>     | <b>1,5</b>                 |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Umiejętność posługiwania się aparatem analizy matematycznej i algebry liniowej
2. Podstawowe umiejętności stosowania funkcji zespolonych i rozwiązywania równań różniczkowych
3. Kompetencje w zakresie docierania do uzupełniających obszarów wiedzy i umiejętności

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1. Nabycie podstawowej wiedzy, uwzględniające jej aspekty aplikacyjne, z następujących działów fizyki klasycznej: mechaniki Newtona i szczególnej teorii względności, mechaniki Lagrange'a i Hamiltona, hydrodynamiki, elektrodynamiki, termodynamiki i fizyki statystycznej (równowagowej i nierównowagowej)
- C2. Zdobywanie umiejętności jakościowego rozumienia, interpretacji oraz ilościowej analizy – w oparciu o prawa fizyki – wybranych zjawisk i procesów fizycznych z zakresu: mechaniki Newtona i szczególnej teorii względności, mechaniki Lagrange'a i Hamiltona, hydrodynamiki, elektrodynamiki i fizyki statystycznej (równowagowej i nierównowagowej)
- C3. Nabycie i utrwalenie kompetencji społecznych obejmujących: umiejętność współzycia w grupie studenckiej, odpowiedzialność i uczciwość w zdobywaniu wiedzy, przestrzeganie obyczajów obowiązujących w środowisku akademickim

\*niepotrzebne skreślić

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA, osoby która zaliczyła kurs**

**I. Z zakresu wiedzy:**

PEK\_W01 – zna znaczenie odkryć i osiągnięć fizyki dla nauk technicznych i postępu cywilizacyjnego

PEK\_W02 – zna rolę matematyki w fizyce oraz wpływ fizyki na rozwój narzędzi matematycznych

PEK\_W03 – ma podstawową wiedzę w zakresie mechaniki Newtona i szczególnej teorii względności, mechaniki Lagrange’a i Hamiltona, hydrodynamiki, elektrodynamiki i fizyki statystycznej (równowagowej i nierównowagowej)

**II. Z zakresu umiejętności:**

PEK\_U01 – potrafi wskazać i uzasadnić odkrycia oraz osiągnięcia fizyki, które przyczyniły się do rozwoju postępu cywilizacyjnego

PEK\_U02 – rozpoznaje struktury matematyczne (np. algebraiczne, geometryczne) w teoriach fizycznych

PEK\_U03 – potrafi rozwiązywać proste zadania z zakresu mechaniki Newtona i szczególnej teorii względności, mechaniki Lagrange’a i Hamiltona, hydrodynamiki, elektrodynamiki i fizyki statystycznej (równowagowej i nierównowagowej)

**III. Z zakresu kompetencji społecznych:**

PEK\_K01 – potrafi współpracować zespołowo, rozumie potrzebę samokształcenia i krytycznej oceny swojej wiedzy

PEK\_K02 – przestrzega obyczajów i zasad obowiązujących w środowisku akademickim

**TREŚCI PROGRAMOWE**

| Forma zajęć – wykład |  | Liczba godzin |
|----------------------|--|---------------|
| Wy1                  | Metodologia fizyki: doświadczenie – model – teoria   | 1             |
| Wy2                  | Kinematyka punktu materialnego   | 1             |
| Wy3                  | Mechanika Newtona: zasady dynamiki   | 1             |
| Wy4                  | Mechanika Lagrange’a i Hamiltona: zasada najmniejszego działania i równanie Lagrange’a                                   | 2             |
| Wy5                  | Symetrie i prawa zachowania: prawa zachowania pędu, momentu pędu i energii w mechanice Newtona i Lagrange’a              | 3             |
| Wy6                  | Całkowanie równań ruchu: ruch jednowymiarowy, ruch w polu centralnym (zgodzenie Keplera)                                 | 2             |
| Wy7                  | Małe drgania: oscylator harmoniczny, drgania własne, drgania molekuł   | 3             |
| Wy8                  | Ruch falowy: równanie falowe, drgania struny   | 2             |
| Wy9                  | Dynamika bryły sztywnej: II zasada dynamiki, równania Eulera, ruch ciężkiego bąka  | 2             |
| Wy10                 | Hydrodynamika: równania Eulera i Naviera-Stokesa. Przepływy płaskie  | 2             |
| Wy11                 | Szczególna teoria względności: transformacja Lorentza, kinematyka i dynamika relatywistyczna                             | 2             |
| Wy12                 | Elektrodynamika: równania Maxwella i ich rozwiązania, elektrostatyka i magnetostatyka, promieniowanie elektromagnetyczne | 4             |
| Wy13                 | Termodynamika fenomenologiczna: zasady termodynamiki   | 1             |
| Wy14                 | Fizyka statystyczna i procesy kinetyczne: rozkład Gibbsa-Boltzmann, równanie Langevina, zjawiska transportu              | 4             |
|                      | <b>Suma godzin</b>   | <b>30</b>     |



| Forma zajęć – ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Przykłady zastosowań analizy wymiarowej  | 1             |
| Ćw2                     | Kinematyka punktu materialnego we współrzędnych krzywoliniowych  | 1             |
| Ćw3                     | Rozwiązywanie równań Newtona w najprostszyc przypadkach  | 1             |
| Ćw4                     | Rozwiązywanie prostych zagadnień dynamiki punktu materialnego w formalizmie Lagrange'a.  | 2             |
| Ćw5                     | Rozwiązywanie zadań ilustrujących zasady zachowania w mechanice punktu materialnego oraz rolę symetrii.  | 3             |
| Ćw6                     | Całkowanie równań ruchu: okres ruchu periodycznego, szczególne przypadki zagadnienia Keplera.  | 2             |
| Ćw7                     | Analiza ruchu drgającego: harmonicznego prostego, tłumionego, wymuszonego. Drgania własne molekuly CO <sub>2</sub> .                           | 2             |
| Ćw8                     | Rozwiązywanie zadań z zakresu fizyki fal poprzecznych. Drgania własne membrany.  | 2             |
| Ćw9                     | Rozwiązywanie zadań z zakresu kinematyki ruchu obrotowego bryły sztywnej. Ruch baka swobodnego i ciężkiego.                                    | 3             |
| Ćw10                    | Rozwiązywanie równań Eulera i Naviera-Stokesa. Analiza wybranych przepływów płaskich.  | 2             |
| Ćw11                    | Kinematyka relatywistyczna w przykładach. Relatywistyczny ruch jednostajnie przyspieszony.   | 2             |
| Ćw12                    | Rozwiązywanie typowych zadań z elektrostatyki, magnetostatyki i elektrodynamiki.   | 4             |
| Ćw13                    | Sprawność silników cieplnych   | 1             |
| Ćw14                    | Termodynamika układu dwustanowego. Ujemne temperatury bezwzględne. Stochastyczny oscylator harmoniczny. Przykłady zjawisk transportu w gazach. | 4             |
|                         | <b>Suma godzin</b>   | <b>30</b>     |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład tradycyjny (tablica) z wykorzystaniem programu algebry symbolicznej *Maple* oraz demonstracji eksperymentalnych
2. Ćwiczenia rachunkowe: analiza zjawiska, wykorzystanie praw fizycznych, zapis matematyczny, dyskusja rozwiązań; sprawdziany pisemne
3. Konsultacje, praca własna: przygotowanie do ćwiczeń i egzaminu

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia               | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia     |
|--|--|---|
| F1   | PEK_U01 – PEK_U03<br>PEK_K01, PEK_K02  | Odpowiedzi ustne, dyskusje, pisemne sprawdziany |
| F2   | PEK_W01 – PEK_W03<br>PEK_U01 – PEK_U03 | Egzamin pisemno-ustny                           |
| P=F2   |  |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, tomy 1-4, PWN (2016)
- [2] L.D. Landau, E.M. Lifszyc, *Mechanika*, PWN (2006)
- [3] D.J. Griffiths, *Podstawy elektrodynamiki*, PWN (2001)
- [4] F. Reif, *Fizyka statystyczna*, PWN (1971)
- [5] K. Jezierski, B. Kołodka, K. Sierański, *Zadania z rozwiązaniami*, cz. 1., i 2., Oficyna Wydawnicza SCRIPTA, Wrocław 1999-2003.

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *Feynmana wykłady z fizyki*, t. 1 i 2, PWN (2014)
- [2] S. Banach, *Mechanika*, PWN (1956)
- [3] L.D. Landau, E.M. Lifszyc, *Teoria Pola*, PWN (2009)
- [4] L.D. Landau, E.M. Lifszyc, *Hydrodynamika*, PWN (2009)
- [5] B. Średniawa, *Hydrodynamika i teoria sprężystości*, PWN (1997).
- [6] L. Susskind, G. Hrabovsky, *Teoretyczne minimum*, Prószyński i S-ka (2015)
- [7] B.-G. Englert, *Lectures on classical mechanics*, World Scientific (2015)

### OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Prof. dr hab. Antoni C. Mitus, [Antoni.Mitus@pwr.edu.pl](mailto:Antoni.Mitus@pwr.edu.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Podstawy fizyki klasycznej**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | nie dotyczy  | C1, C2                   | Wy1-Wy14                   | 1,3                                    |
| <b>PEK_W02</b>                        | nie dotyczy  | C1, C2                   | Wy1-Wy14                   | 1,3                                    |
| <b>PEK_W03</b>                        | nie dotyczy  | C1, C2                   | Wy1-Wy14                   | 1,3                                    |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | nie dotyczy  | C1, C2                   | Ćw1-Ćw14                   | 2,3                                    |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U24  | C1, C2                   | Ćw1-Ćw14                   | 2,3                                    |
| <b>PEK_U03</b>                        | nie dotyczy  | C1, C2                   | Ćw1-Ćw14                   | 2,3                                    |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K03  | C3                       | Wy1-Wy14<br>Ćw1-Ćw14       | 1-3                                    |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K04  | C3                       | Wy1-Wy14<br>Ćw1-Ćw14       | 1-3                                    |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim PRACA DYPLOMOWA**

**Nazwa w języku angielskim DIPLOMMA THESIS**

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka**

**Stopień studiów i forma: I stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\***

**Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy- / wybieralny / ogólnouczelniany\***

**Kod przedmiotu MAT001601**

**Grupa kursów TAK / NIE\***

|   | Wykład | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|--------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30     |           |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 420    |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zał    |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X      |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 14     |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 10     |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 9      |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Dopuszczenie do szóstego semestru studiów.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1. Napisanie pracy dyplomowej oraz sprawdzenie umiejętności samodzielnej pracy studenta

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

W1 Opanuje nowe zagadnienia matematyczne

W2 Opanuje metodę pisania prac matematycznych

Z zakresu umiejętności:

U1 Potrafi samodzielnie napisać poprawną pracę matematyczną

U2 Potrafi samodzielnie analizować literaturę związaną z opracowywanym zagadnieniem

Z zakresu kompetencji społecznych studenta:

K1 Wykazuje się samodzielnością zawodową

K2 Potrafi samodzielnie prezentować nowe zagadnienia matematyczne

K3 Rozumie zasady ochrony własności intelektualnej

## TREŚCI PROGRAMOWE

Moduł poświęcony realizacji pracy dyplomowej. W jego skład typowo wchodzi: analiza wskazanego przez opiekuna zagadnienia, próba samodzielnego rozwiązania postawionych problemów bądź zbudowanie wspomagającego oprogramowania oraz napisanie pracy.

Możliwe są odstępstwa od tej reguły, jednak tylko w uzgodnieniu z Komisją Programową kierunku Matematyka.

## STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Konsultacje
2. Praca własna studentów

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                                   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_W1, PEK_W2<br>PEK_U1, PEK_U2<br>PEK_K1, PEK_K2, PEK_K3 | Przygotowanie tekstu pracy                  |
| P=F1   |  |   |

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA****LITERATURA PODSTAWOWA**

1. Literatura merytoryczna uzgodniona z opiekunem pracy dyplomowej
2. Literatura techniczna uzgodniona z opiekunem pracy

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)****Komisja programowa kierunku Matematyka**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
Praca Dyplomowa  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W12  | C1                       |                            | 1, 2                                   |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W18, K1MIS_W19, K1MIS_U28  |                          |                            |  |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U28  | C1                       |                            | 1, 2                                   |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U27  | C1                       |                            | 1, 2                                   |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K03  | C1                       |                            | 1, 2                                   |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_U29  | C1                       |                            | 1, 2                                   |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_W19  | C1                       |                            | 1, 2                                   |

\*\* - z tabeli powyżej

|   |                   |
|---|-------------------|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>   |                   |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>   |                   |
| Nazwa w języku polskim <b>SEMINARIUM DYPLOMOWE</b>                                    |                   |
| Nazwa w języku angielskim <b>DIPLOMMA SEMINAR</b>                                     |                   |
| Kierunek studiów (jeśli dotyczy): <b>Matematyka i Statystyka</b>                      |                   |
| Stopień studiów i forma: <b>I stopień*</b> , stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del> |                   |
| Rodzaj przedmiotu: <del>obowiązkowy-</del> wybieralny / <del>ogólnouczelniany*</del>  |                   |
| Kod przedmiotu  | <b>MAT001605</b>  |
| Grupa kursów  | <b>TAK / NIE*</b> |

|   | Wykład | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|--------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       |        |           |              |         | 15         |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   |        |           |              |         | 60         |
| Forma zaliczenia  |        |           |              |         | zał        |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   |        |           |              |         | X          |
| Liczba punktów ECTS   |        |           |              |         | 2          |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 |        |           |              |         | 2          |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) |        |           |              |         | 2          |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość podstawowych narzędzi służących do edycji profesjonalnych tekstów matematycznych.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1. Opanowanie techniki pisania pracy dyplomowej
- C2. Opanowanie umiejętności przygotowania prezentacji
- C3. Opanowanie umiejętności wygłoszenia krótkiego wykładu.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W1 Zna zasady redagowania artykułów oraz prac matematycznych

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U1 Potrafi posługiwać się językiem Latex w stopniu wystarczającym do napisania pracy dyplomowej

PEK\_U2 Potrafi przygotować krótką prezentację przy użyciu nowoczesnych narzędzi do budowy prezentacji

PEK\_U3 Potrafi wygłosić krótki wykład

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K1 Rozumie pojęcie plagiatu

PEK\_K2 Potrafi w sposób zwięzły przedstawić problem matematyczny

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - seminarium |                                    | Liczba godzin |
|--------------------------|------------------------------------|---------------|
| Sem1                     | Zasady pisania prac dyplomowych    | 2             |
| Sem2                     | Omawianie tematów prac             | 4             |
| Sem3                     | Dyskusje na temat postępów prac    | 2             |
| Sem4                     | Zasady budowania prezentacji       | 2             |
| Sem5                     | Prezentacje uczestników seminarium | 5             |
|                          | Suma godzin                        | <b>15</b>     |

## STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład z użyciem komputera
2. Dyskusje na tematy pisanych prac
3. Prezentacje i wykłady uczestników

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia     | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia      |
|--|------------------------------|--|
| F1   | PEK_W1,<br>PEK_U1,<br>PEK_K1 | Przygotowanie tekstu pracy                       |
| F2   | PEK_U2,<br>PEK_U3,<br>PEK_K2 | Wygłoszenie opracowanej samodzielnie prezentacji |
| $P=(F1+F2)/2$  |                              |  |



**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA****LITERATURA PODSTAWOWA**

- [1] Podręcznik języka Latex
- [2] Instrukcja obsługi klasy Beamer
- [3] Instrukcja obsługi programu Prezi
- [4] Profesjonalna dodatkowa lektura związana z celem realizowanej pracy dyplomowej

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)****prof. dr hab. inż. Krzysztof Szajowski**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Seminarium Dyplomowe**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W19, K1MIS_U28   | C1                       | Sem1, Sem 3                | 1, 2, 3                                |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_W14  | C1, C2                   | Sem1, Sem 2, Sem 3         | 1, 2, 3                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U26, K1AMIS_U28, K1MIS_U29   | C2, C3                   | Sem 4, Sem 5               | 1, 2, 3                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U29  | C2, C3                   | Sem 5                      | 1, 2, 3                                |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_W17, K1MIS_W18, K1MIS_W19  | C2, C3                   | Sem 1, Sem 3               | 1, 2, 3                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_U26  | C2, C3                   | Sem 2, Sem 5               | 1, 2, 3                                |

\*\* - z tabeli powyżej

WYDZIAŁ MATEMATYKI

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim Profesjonalny skład tekstu w systemie LaTeX

Nazwa w języku angielskim Professional Typesetting with LaTeX

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka

Stopień studiów i forma: I / ~~II~~ stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany~~\*

Kod przedmiotu INT001332

Grupa kursów TAK / NIE\*

|   | Wykład                                    | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                       |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | <del>Egzamin</del> / zaliczenie na ocenę* |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2   |           |              |         |            |

\*niepotrzebne skreślić

## WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Student potrafi przygotować prosty raport oraz prezentację zawierającą wzory matematyczne, zgodne z podstawowymi zasadami składu — *Technologie informacyjne*.

## CELE PRZEDMIOTU

C1 Przygotowanie do składu prac dyplomowych, artykułów naukowych oraz innych tekstów.

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

**PEK\_W1** Student zna zaawansowane zasady formatowania tekstu w języku LaTeX i elementy dobrego stylu typograficznego.

**PEK\_U1** Student potrafi napisać profesjonalnie wyglądający tekst matematyczny w języku LaTeX.

**PEK\_K1** Student rozumie potrzebę popularyzacji matematyki.

**PEK\_K2** Student rozumie potrzebę unikania błędów w składzie i formułowaniu wywodów matematycznych.

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykład |   | Liczba godzin |
|----------------------|---|---------------|
| Wy1                  | Przypomnienie podstawowych elementów języka LaTeX: Podział dokumentu na sekcje, wypunktowania, spisy i przypisy;  | 2             |
| Wy2                  | Wstęp do makr systemu TeX: proces czytania tokenów, pojęcie makra, proces rozwijania makr, sprawdzanie definicji komend;  | 2             |
| Wy3                  | LaTeX a język polski; klasy mwcls, pakiety polski i babel;  | 2             |
| Wy4                  | Wymiary, pudełka i klej; Tryby systemu TeX;   | 2             |
| Wy5                  | Proces łamania akapitów na wiersze i tworzenia stron z wierszy; Składanie znaków przestankowych; Rodzaje cyfr; Mikrotypografia;   | 2             |
| Wy6                  | Wzory matematyczne; Pakiety mathtools, icomma i amsmath;  | 2             |
| Wy7                  | Projektowanie stronicy i kolumny, dobór krojów pisma; Pakiet geometry; Niestandardowe kroje pisma; TeX Gyre i Latin Modern; Inicjały;   | 2             |
| Wy8                  | Nagłówki rozdziałów, paginacja, przypisy: dolne, końcowe i boczne; Spisy treści;  | 2             |
| Wy9                  | Rozmieszczanie ilustracji; Pakiety graphicx, subcaption, wrapfig;   | 2             |
| Wy10                 | Budowa książki: czwórka tytułowa, dalsze stronicze materiałów wprowadzających, główna część książki, materiały pomocnicze, materiały uzupełniające; Bibliografia: BibTeX, BibLaTeX i Biber; | 2             |
| Wy11                 | Pisanie własnych komend i środowisk języka LaTeX; Makra systemu TeX; Wstęp do tworzenia własnych klas i pakietów języka LaTeX;  | 2             |
| Wy12                 | Tworzenie grafiki: PSTricks i TikZ;   | 3             |
| Wy13                 | Tworzenie prezentacji w klasie Beamer;  | 2             |
| Wy14                 | Nowe silniki TeXa: XeLaTeX i LuaLaTeX; Fonty OpenType; Nowe pakiety: fontspec, unicode-math, polyglossia;   | 1             |
| Wy15                 | Podsumowanie wykładu;   | 2             |
| <b>Suma godzin</b>   |   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - laboratorium |   | Liczba godzin |
|----------------------------|---|---------------|
| La1                        | Omówienie dystrybucji i edytorów do składu w systemie LaTeX; Przypomnienie procesu kompilacji dokumentów;                                     | 2             |
| La2                        | Badanie definicji makr; Przeglądanie zainstalowanych plików systemu TeX: gdzie szukać pakietów i klas, co możemy w nich znaleźć;              | 2             |
| La3                        | Przypomnienie pojęcia kodowania plików; Wybór kodowania w edytorze; Pisanie dokumentu w języku polskim: list motywacyjny;                     | 2             |
| La4                        | Cwiczenia związane z wymiarami, pudełkami i klejem; Linijki i elementy nieskończenie rozciągliwe; Ręczne pozycjonowanie elementów na stronie; | 2             |
| La5                        | Przypomnienie zasad składu znaków przestankowych i cyfr w języku polskim; Omówienie przykładów dotyczących mikrotypografii;                   | 2             |
| La6                        | Cwiczenia ze składu wzorów matematycznych; Polskie zasady łamania długich wzorów;   | 2             |
| La7                        | Cwiczenia z projektowania stronicy oraz doboru krojów pisma; Zestawianie krojów pisma; Inicjały;  | 2             |

|                    |  |           |
|--------------------|--|-----------|
| La8                | Ćwiczenia z modyfikowania nagłówek, paginacji i przypisów;   | 2         |
| La9                | Ćwiczenia z rozmieszczania ilustracji; Pisanie dokumentu zgodnie z zasadami składu: życiorys;  | 2         |
| La10               | Ćwiczenia z budowy dłuższych tekstów: prac dyplomowych i książek; Podział dokumentu na wiele plików; Zasady przygotowywania oraz ćwiczenia z załączania bibliografii do dokumentów w języku LaTeX; | 2         |
| La11               | Automatyzacja za pomocą tworzenia własnych komend, środowisk i makr;   | 2         |
| La12               | Ćwiczenia z tworzenia grafiki metodami programistycznymi;  | 2         |
| La13               | Przygotowanie prezentacji w klasie Beamer; Tworzenie prezentacji zgodnej z zasadami przyjętymi na egzaminach dyplomowych;  | 2         |
| La14               | Przegląd nowych silników i technologii związanych z systemem TeX;  | 2         |
| La15               | Podsumowanie laboratorium;   | 2         |
| <b>Suma godzin</b> |  | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykład multimedialny z elementami tradycyjnego.  
N2 Laboratorium komputerowe.  
N3 Raport przygotowywany w domu.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia       | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia  |
|--|--------------------------------|--|
| F1   | PEK_W1, PEK_U1, PEK_K1, PEK_K2 | Zadania przygotowywane na laboratorium — list motywacyjny, życiorys, prezentacja dyplomowa |
| F2   | PEK_W1, PEK_U1, PEK_K1, PEK_K2 | Zaliczenie laboratorium — raport przygotowywany w domu                                     |
| <b>P=0,75*F1+0,25*F2</b>   |                                |  |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] M. Mitchell, S. Wightman, Typografia książki: podręcznik projektanta, Design Plus 2012, wydanie 1.
- [2] J. Hochuli, *Detal w typografii*, Design Plus 2009, wydanie 1.
- [3] R. Bringhurst, *Elementarz stylu w typografii*, Design Plus 2007, wydanie 3.
- [4] F. Mittelbach, M. Goossens, J. Braams, D. Carlisle, C. Rowley, *The LaTeX Companion*, Addison-Wesley 2004, wydanie 2.
- [5] L. Lamport, LaTeX: System opracowywania dokumentów. Podręcznik i przewodnik użytkownika, WNT 2004, wydanie 2.
- [6] D.E. Knuth, TeX: Przewodnik użytkownika, WNT 2005.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr inż. Andrzej Giniewicz

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Profesjonalny skład tekstu w systemie LATEX**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA i STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)**</b> | <b>Cele przedmiotu***</b> | <b>Treści programowe***</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego***</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|-----------------------------|---|
| <b>PEK_W1</b>                         | K1MIS_W11,   | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15,<br>La1–La15       | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_U1</b>                         | K1MIS_U01  | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15,<br>La1–La15       | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_K1</b>                         | K1MIS_K05  | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15                    | <b>N1</b>                               |
| <b>PEK_K2</b>                         | K1MIS_K05,   | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15                    | <b>N1</b>                               |

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: Historia matematyki****Nazwa w języku angielskim: History of mathematics****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka****Stopień studiów i forma: 1 stopień, stacjonarna /niestacjonarna\*****Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy~~/ wybieralny/~~ogólnouczelniany~~\*****Kod przedmiotu MAT001612****Grupa kursów TAK / NIE**

|   | Wykład                             | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|------------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                                 |           |              |         | 30         |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin/<br>zaliczenie<br>na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy   | X                                  |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                                  |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                                  |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                                  |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość matematyki w zakresie I roku studiów I stopnia

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstawowych linii rozwojowych matematyki

C2 Rozumienie mechanizmów kształtowania się pojęć i zagadnień matematycznych

C3 Rozumienie związków pomiędzy rozwojem matematyki a innymi aspektami rozwoju cywilizacji

C4 Kształtowanie zdolności do mówienia o matematyce w sposób nietechniczny

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy:

PE\_W01: Zna główne nurty rozwoju i przełomowe momenty z dziejów matematyki

PE\_W02: Zna najważniejsze postacie z dziejów matematyki, kojarzy je z właściwą epoką i osiągnięciami

PE\_W03: Zna wybrane klasyczne problemy i hipotezy

Z zakresu umiejętności:

PE\_U01: Umie przedstawić główne nurty rozwojowe matematyki i wskazać najważniejsze momenty w jej rozwoju

PE\_U02: Umie przedstawić stan wiedzy w zakresie wybranych klasycznych problemów

|  |
|--|
| <p>matematyki</p> <p>Z zakresu kompetencji społecznych:</p> <p>PE_K01: Potrafi korzystać z literatury naukowej i popularnonaukowej, w tym obcojęzycznej</p> <p>PE_K02 Potrafi mówić o matematyce na różnych poziomach ścisłości</p> <p>PE_K03 Potrafi uczestniczyć w poważnej merytorycznej dyskusji</p> |
|--|

| TREŚCI PROGRAMOWE     |   |               |
|-----------------------|---|---------------|
| Forma zajęć – wykłady |   | Liczba godzin |
| Wy1                   | Starożytność:<br>Euklides i jego <i>Elementy</i> , Przegląd treści. Rola <i>Elementów</i> w dziejach cywilizacji. Archimedes. Objętość kuli i stożka. Apoloniusz i krzywe stożkowe.   | 4             |
| Wy2                   | Początki algebry i matematyka włoskiego Renesansu:<br>Algebra Babilończyków. Algebra w świecie arabskim. Początki symboliki algebraicznej. Cardano i Tartaglia.. Równania algebraiczne piątego stopnia.                                   | 2             |
| Wy3                   | Wiek XVII:<br>Techniki rachunkowe i powstanie logarytmów. Kartezjusz. Fermat, Pascal. Powstanie geometrii analitycznej. Początki teorii prawdopodobieństwa. .   | 2             |
| Wy4                   | Wiek XVII –cd. Rewolucja Naukowa:<br>Początki rachunku różniczkowego i całkowego. Newton, Leibniz, Bernoulli i inni. Nowy obraz świata i matematyzacja fizyki.  | 2             |
| Wy5                   | Wiek XVIII i Leonhard Euler:<br>Euler, D’Alembert, Lagrange, Laplace. Równania różniczkowe. Równanie struny i początki szeregów trygonometrycznych.   | 2             |
| Wy6                   | Gauss, Riemann i wiek XIX.<br><i>Disquisitiones Arithmeticae</i> . Nowe standardy ścisłości. Geometrie nieeuklidesowe. Rozmieszczenie liczb pierwszych i funkcja dzeta Riemanna. Narodziny teorii mnogości.                               | 4             |
| Wy7                   | Konstrukcje geometryczne.<br>Trzy klasyczne konstrukcje geometryczne. Konstrowalność wielokątów foremnych. Liczby konstruowane za pomocą cyrkla i liniału. Liczby przestępne. Niewymierność pi  | 2             |
| Wy8                   | Kongresy matematyczne. Problemy Hilberta i Problemy Milenijne<br>Kongresy matematyczne. Medal Fieldsa i inne nagrody. Omówienie wybranych problemów Hilberta (np. I, II, III i X). Problemy Milenijne i zagadnie P-NP.                    | 2             |
| Wy9                   | Matematyka i sztuka<br>Złoty podział i złota proporcja. Matematyka i perspektywa. Sztuki plastyczne i teoria grup. Escher.  | 2             |
| Wy10                  | Polska Szkoła Matematyczna:<br>Powstanie Szkoły Polskiej: Sierpiński, Mazurkiewicz, Janiszewski. <i>Fundamenta Mathematicae</i> i <i>Studia Mathematica</i> . Logika i podstawy matematyki. Paradoks kuli Banacha-Tarskiego. Kuratowski i | 6             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
|      | topologia. Banach, Steinhaus i analiza funkcjonalna. Seria <i>Monografie Matematyczne. Księga Szkoła</i> . Matematyka polska na tle matematyki światowej. |           |
| Wy11 | Matematyka i społeczeństwo<br>Rola matematyki w rozwoju cywilizacji. Miejsce matematyki w kanonie wykształcenia. Zawód matematyka na przestrzeni dziejów. | 2         |
|      | Suma godzin   | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć – seminarium</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|---------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                             | Lektura wybranych fragmentów <i>Elementów</i> . Analiza wybranych rozumowań Archimedesusa i innych matematyków starożytnych.                                  | 4                    |
| Ćw2                             | Lektura wybranych tekstów matematycznych z XV/XVI w. Rozwiązywanie równań trzeciego i czwartego stopnia. Związek pomiędzy równaniami a permutacjami.          | 4                    |
| Ćw3                             | Lektura wybranych fragmentów Eulera. Rozumowania analityczne XVII i XVIII w. Analiza ich poziomu ścisłości.   | 4                    |
| Ćw4                             | Lektura wybranych fragmentów <i>Disquisitiones</i> . Dowody istnienia nieskończenie wielu liczb pierwszych. Lektura prac Cantora.                             | 4                    |
| Ćw5                             | Wybrane konstrukcje geometryczne. Dowody niewymierności.  | 4                    |
| Ćw6                             | Od problemów Hilberta do dziś: przegląd wybranych zagadnień (według preferencji uczestników kursu).   | 6                    |
| Ćw.7                            | Sylwetki wybranych matematyków (kilkanaście postaci wybranych przez uczestników kursu z różnych epok, krajów, i dyscyplin i o możliwie różnym typie kariery). | 4                    |
|                                 | Suma godzin   | <b>15</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>                   |
|--|
| 1. Wykład tradycyjny<br>2. Referat i esej<br>3. Dyskusja |
|  |



## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia       |
|--|--|---|
| F1   | PEK_W01,<br>PEK_W02,<br>PEK_U01,<br>PEK_U02,<br>PEK_K02<br>PEK_K03 | Odpowiedzi ustne, testy, ocena udziału w dyskusji |
| F2   | PEK_W04,<br>PEK_K01,<br>PEK_K02,<br>PEK_K03                        | Referat i esej                                    |
| P=0,7*F1+0,3*F2  |  |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] D. J. Struik, Krótki zarys historii matematyki do końca XIX w. PWN, Warszawa 1963
- [2] A.P.Juszkiewicz, Historia Matematyki, I-III, PWN, Warszawa 1975
- [3] W. Więśław, Matematyka i jej historia, Wyd. Nowik, Opole 1977
- [4] M. Kordos, Wykłady z historii matematyki, Script, Warszawa 2006

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. Stillwell, Mathematics and its history, Springer Verlag 2010
- [2] W. Dunham, Calculus Gallery: Masterpieces from Newton to Lebesgue, Princeton University Press 2008
- [3] R. Duda, Lwowska Szkoła Matematyczna, Wyd. Uniw. Wrocław., 2007
- [4] [www.Mac](http://www.Mac) Tutor History of Mathematics

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr Marek Zakrzewski (Marek.Zakrzewski@pwr.wroc.pl)  
Dr hab.Tomasz Żak, prof. Pwr. (Tomasz.Zak@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
HISTORIA MATEMATYKI  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W13  | C1, C2, C3               | Wy1-Wy11                   | 1                                      |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02   | C1, C3                   | Wy1-wy8, Wy10              | 1,                                     |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W02  | C2                       | Wy7, Wy8                   | 1                                      |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U04, K1MIS_U06, K1MIS_U07, K1MIS_U17   | C1, C4                   | S1-S7                      | 2,3                                    |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U03, K1MIS_U10,  | C2, C6                   | S7                         | 2,3                                    |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K06   | C1, C2, C3               | S1-S7                      | 2, 3                                   |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K02, K1MIS_K05   | C4                       | S1-S7                      | 2, 3                                   |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K02, K1MIS_K06   | C4                       | S1-S7                      | 2, 3                                   |

\*\* - z tabeli powyżej



**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Teoria Grafów

**Nazwa w języku angielskim** Graph Theory

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001613

**Grupa kursów** TAK

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Podstawowa wiedza z logiki oraz teorii zbiorów

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami teorii grafów.  
 C2 Zapoznanie studenta z narzędziami teoretycznymi pozwalającymi rozstrzygać problemy o charakterze teorio-grafowym.  
 C3 Wyposażenie studenta w wiedzę pozwalającą stosować teorię grafów w innych dyscyplinach matematyki i w zagadnieniach aplikacyjnych.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 ma podstawową wiedzę w zakresie teorii grafów

PEK\_W02 ma podstawową wiedzę o usytuowaniu teorii grafów w matematyce

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 umie rozwiązywać elementarne zagadnienia w teorii grafów

PEK\_U02 umie stosować teorię grafów w innych działach matematyki

PEK\_U03 umie formułować (właściwe) zagadnienia aplikacyjne w języku teorii grafów

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi przekazać posiadaną wiedzę, zwłaszcza uzasadniając stosowanie metod matematyki teorii grafów w zagadnieniach aplikacyjnych

PEK\_K02 umie samodzielnie pracować z materiałami naukowo-dydaktycznymi.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Definicje i reprezentacja grafów                            | 2             |
| Wy2                   | Spójność grafów. Drzewa i lasy. Algorytmy Prima i Kruskala. | 2             |
| Wy3                   | Algorytmy przeszukiwania grafów.                            | 2             |
| Wy4                   | Drogi najkrótsze. Drogi Eulera. Cykle Hamiltona.            | 2             |
| Wy5                   | Zagadnienie komiwojażera. Algorytmy z powrotami.            | 2             |
| Wy6                   | Twierdzenie Forda-Fulkersona.                               | 2             |
| Wy7                   | Planarność. Twierdzenie Eulera. Dualność grafów płaskich.   | 2             |
| Wy8                   | Kolorowanie grafów.   | 2             |
| Wy9                   | Wprowadzenie do teorii matroidów. Matroidy grafowe.         | 2             |
| Wy10                  | Algorytmy zachłanne.  | 2             |
| Wy11                  | Transwersale. Grafy dwudzielne. Tw. Halla.                  | 2             |
| Wy12                  | Zagadnienia przeliczania grafów.                            | 2             |
| Wy13                  | Grafy i grupy skończone.                                    | 2             |
| Wy14                  | Metody asymptotyczne w teorii grafów.                       | 2             |
| Wy15                  | Kolokwium zaliczeniowe.                                     | 2             |
|                       | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Ćwiczenia ilustrujące poszczególne tematy wykładu. | 30            |
|                         | Suma godzin  | <b>30</b>     |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Klasyczny wykład przy tablicy.
2. Ćwiczenia w formie rozwiązywania zadań.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_K01<br>PEK_K02 | Kolokwium, ocena aktywności na ćwiczeniach  |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_K01<br>PEK_K02 | Kolokwium                                   |
| P=(F1+F2)/2  |   |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

[1] R. J. Wilson. Wprowadzenie do teorii grafów. PWN 1998.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

[1] K. A. Ross, C. R. B. Wright, Matematyka dyskretna, PWN 1996.

[2] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein. Wprowadzenie do algorytmów, WNT 2004.

[3] R. Sedgewick, Algorytmy w C++. Grafy. RM 2003.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Komisja Programowa Wydziału Matematyki**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
TEORIA GRAFÓW  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W05, K1MIS_W12, K1MIS_W20_MAT  | C1                       | Wy1-Wy14                   | 1,2                                    |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W05, K1MIS_W12, K1MIS_W20_MAT  | C2,C3                    | Wy1-Wy14                   | 1,2                                    |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U04, K1MIS_U30_MAT   | C1                       | Wy1-Wy14                   | 1,2                                    |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U30_MAT   | C2,C3                    | Wy1-Wy14                   | 1,2                                    |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U26, K1MIS_U30_MAT  | C2,C3                    | Wy1-Wy14                   | 1,2                                    |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K02  | C1,C2,C3                 | Wy1-Wy14                   | 1,2                                    |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K05   | C1,C2,C3                 | Wy1-Wy14                   | 1,2                                    |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Teoria Mnogości

**Nazwa w języku angielskim** Set Theory

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001614

**Grupa kursów** TAK

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Podstawowa wiedza z logiki oraz teorii zbiorów

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 zapoznanie z podstawowymi narzędziami współczesnej teorii mnogości

C2 pokazanie rezultatów i kierunków rozwoju teorii mnogości

C3 opanowanie umiejętności przeprowadzania rozumowań w teorii mnogości

\*niepotrzebne skreślić



## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna aksjomatykę współczesnej teorii mnogości

PEK\_W02 rozumie rolę i znaczenie konstrukcji i rozumowań teorii mnogości

PEK\_W03 zna najważniejsze twierdzenia i hipotezy teorii mnogości

PEK\_W04 zna podstawowe teorio-mnogościowe własności miary Lebesgue'a

PEK\_W05 zna większość klasycznych definicji i twierdzeń oraz ich dowody w teorii mnogości

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi przeprowadzać rozumowanie w aksjomatycznej teorii mnogości

PEK\_U02 posługuje się indukcją pozaskończoną

PEK\_U03 umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych

PEK\_U04 posługuje się językiem teorii mnogości

PEK\_U05 umie oszacować złożoności podzbiorów liczb rzeczywistych na podstawie ich opisu logicznego

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 dostrzega ograniczenia własnej wiedzy

PEK\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania

PEK\_K03 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Aksjomaty teorii mnogości ZFC                               | 2             |
| Wy2                   | Liczby porządkowe - podstawowe własności                    | 2             |
| Wy3                   | Liczby porządkowe - definicje rekurencyjne                  | 2             |
| Wy4                   | Liczby kardynalne - definicja i podstawowe własności        | 2             |
| Wy5                   | Liczby kardynalne - arytmetyka                              | 2             |
| Wy6                   | Hipoteza Continuum, pojęcie niezależności i niesprzeczności | 2             |
| Wy7                   | Przestrzenie polskie i zbiory borelowskie                   | 2             |
| Wy8                   | Własność podzbioru doskonałego zbiorów borelowskich         | 2             |
| Wy9                   | Ideał zbiorów miary zero i miara Lebesgue'a                 | 2             |
| Wy10                  | Ideał zbiorów pierwszej kategorii i własność Baire'a        | 2             |
| Wy11                  | Zbiory Vitalego, Bernsteina, Sierpińskiego i Łuzina         | 2             |
| Wy12                  | Aksjomat Martina  | 2             |
| Wy13                  | Współczynniki kardynalne ideałów                            | 2             |
| Wy14                  | Diagram Cichonia  | 2             |
| Wy15                  | Współczesne kierunki rozwoju teorii mnogości                | 2             |
|                       | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |                           | Liczba godzin |
|-------------------------|---------------------------|---------------|
| Ćw1                     | Aksjomaty teorii mnogości | 4             |

|     |                                |           |
|-----|--------------------------------|-----------|
| Ćw2 | Indukcja pozaskończona         | 4         |
| Ćw3 | Arytmetyka kardynalna          | 4         |
| Ćw4 | Zbiory borelowskie             | 4         |
| Ćw5 | Miara Lebesguea                | 4         |
| Ćw6 | Zbiory niemierzalne            | 4         |
| Ćw7 | Sigma-ideały z bazą borelowską | 4         |
| Ćw8 | Podsumowanie                   | 2         |
|     | Suma godzin                    | <b>30</b> |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>  |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. wykład tradycyjny</li> <li>2. rozwiązywanie zadań i problemów</li> <li>3. konsultacje</li> <li>4. praca własna studentów</li> </ol> |

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia               | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | U01, U02, U03, U04, U05, K01, K02, K03 | Kontrola realizacji list zadań              |
| F2   | W01, W02, W03, W04, W05                | Kolokwium końcowe                           |
| P=40%F1+60%F2  |  |   |

| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>   |
|--|
| <p><b><u>LITERATURA PODSTAWOWA</u></b></p> <p>[1] T. Jech, Set Theory, Springer Verlag, Berlin – Heidelberg – New York, 1997.</p> <p>[2] K. Kunen, Set Theory, An Introduction to Independence Proofs, North Holland, Amsterdam, 1980.</p> <p>[3] J. Cichoń, A. Kharazishvili, B. Węglorz, Subsets of the real line. Part I, Wydawnictwa Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 1995, p. 1 – 232, do pobrania ze strony <a href="http://www.im.pwr.wroc.pl/~cichon">http://www.im.pwr.wroc.pl/~cichon</a></p> <p><b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA</u></b></p> <p>[1] J. Cichoń, Wykłady ze Wstępu do Matematyki (Dodatek A i B), Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2003.</p> |
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>   |
| <b>Komisja Programowa Wydziału Matematyki</b>  |

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
TEORIA MNOGOŚCI  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT   | C1 C2                    | Wy1-Wy15                   | 1 3 4                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT   | C1 C2                    | Wy1-Wy15                   | 1 3 4                                  |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT   | C1 C2                    | Wy1-Wy15                   | 1 3 4                                  |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W05, K1MIS_W09,<br>K1MIS_W20_MAT   | C1 C2                    | Wy7-Wy13                   | 1 3 4                                  |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT   | C1 C2                    | Wy1-Wy15                   | 1 3 4                                  |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U03, K1MIS_U30_MAT   | C3                       | Ćw1-Ćw8                    | 2 3 4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U02, K1MIS_U03,<br>K1MIS_U30_MAT   | C3                       | Ćw1-Ćw8                    | 2 3 4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02,<br>K1MIS_U03, K1MIS_U30_MAT  | C3                       | Ćw1-Ćw8                    | 2 3 4                                  |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U03, K1MIS_U30_MAT   | C3                       | Ćw1-Ćw8                    | 2 3 4                                  |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U03,<br>K1MIS_U30_MAT   | C3                       | Ćw1-Ćw8                    | 2 3 4                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01  | C1 C2 C3                 | Wy1-Wy15,<br>Ćw1-Ćw8       | 1 2 3 4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K03  | C1 C2 C3                 | Wy1-Wy15,<br>Ćw1-Ćw8       | 1 2 3 4                                |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K05  | C1 C2 C3                 | Wy1-Wy15,<br>Ćw1-Ćw8       | 1 2 3 4                                |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Topologia Ogólna

**Nazwa w języku angielskim** General Topology

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy-~~ wybieralny / ~~ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001615

**Grupa kursów** TAK

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość podstawowych pojęć topologii metrycznej

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych pojęć topologii ogólnej
- C2 Zrozumienie pojęć zbieżności i ciągłości w przestrzeniach topologicznych bez metryki
- C3 Poznanie narzędzi topologicznych stosowanych w badaniach przestrzeni topologicznych oraz w zastosowaniach

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

W wyniku przeprowadzonych zajęć student winien:

PEK\_W01 znać aksjomatykę i własności przestrzeni topologicznych, w tym pojęcie bazy topologii, znać klasyfikację przestrzeni topologicznych

PEK\_W02 rozumieć pojęcia zbieżności w abstrakcyjnych przestrzeniach topologicznych, także za pomocą ciągów uogólnionych

PEK\_W03 znać i rozumieć aksjomaty rozdzielania i aksjomaty przeliczalności, znać warunki równoważne metryzowalności

PEK\_W04 znać fundamentalne twierdzenia topologii ogólnej i rozumieć ich dowody, rozpoznawać typy przestrzeni topologicznych w zastosowaniach

W zakresie umiejętności student winien:

PEK\_U01 umieć badać własności przykładowych przestrzeni topologicznych i ich podzbiorów, w szczególności zwartość, oraz wykorzystywać konsekwencje tych własności

PEK\_U02 umieć badać zbieżność ciągów uogólnionych oraz ciągłość funkcji i przekształceń

PEK\_U03 weryfikować aksjomaty rozdzielania i przeliczalności, weryfikować metryzowalność i ośrodkowość

PEK\_U04 stosować podstawowe twierdzenia topologii ogólnej w przykładowych zagadnieniach topologicznych, w zagadnieniach z innych działów matematyki oraz w prostych zastosowaniach

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z dostępnej literatury naukowej

PEK\_K02 rozumie potrzebę systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału

PEK\_K03 hartuje się w dążeniu do osiągnięcia celu (np. rozwiązania zadania) i nie zraża się początkowymi trudnościami

PEK\_K04 potrafi prezentować swoje rozumowania i dyskutować na temat wystąpień kolegów

## TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć – wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | topologia, baza, zbiory otwarte, domknięte, brzeg, wnętrze, zbiory brzegowe, zbiory nigdzie gęste | 2             |
| Wy2                   | zbieżność ciągów, ciągłość funkcji, zwartość, lokalna zwartość                                    | 2             |
| Wy3                   | relacje domknięte, przestrzenie ilorazowe   | 2             |
| Wy4                   | ciągi uogólnione, zbieżność, ciągłość w języku netów  | 2             |
| Wy5                   | zwartość w języku netów, topologia produktowa, nieprzeliczalne twierdzenie Tychonowa,             | 4             |
| Wy6                   | aksjomaty przeliczalności, aksjomaty rozdzielania   | 4             |
| Wy7                   | przestrzenie zwarte Hausdorffa, własności   | 2             |
| Wy8                   | uzwarcenie Aleksndrowa, uzwarcenie Czecha-Stone'a   | 4             |
| Wy9                   | metryzowalność, Tw. Urysohna  | 2             |
| Wy10                  | zbiory otwarcie-domknięte, spójność, całkowita niespójność, charakteryzacja zbioru Cantora        | 2             |

|      |  |           |
|------|--|-----------|
| Wy11 | Homotopie                                      | 2         |
| Wy12 | Rozmaitości wymiaru 1 i 2, grupa fundamentalna | 2         |
|      | Suma godzin                                    | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć – ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                            | powtórka z topologii metrycznej   | 2                    |
| Ćw2                            | zadania na ciągłość funkcji w przestrzeniach niemetryzowalnych, funkcje dolnie i górnio półciągłe i ich własności                           | 4                    |
| Ćw3                            | zadania wymagające zastosowania netów, podnetów i ich zbieżności  | 2                    |
| Ćw4                            | przykłady nieprzeliczalnie-wymiarowych przestrzeni zwartych   | 2                    |
| Ćw5                            | identyfikacja przestrzeni spełniających I i II aksjomat przeliczalności oraz kolejne aksjomaty rozdzielania,                                | 4                    |
| Ćw6                            | zadawanie topologii zwartej Hausdorffa przy pomocy rodziny pseudometryk, inne własności tych przestrzeni w zadaniach                        | 4                    |
| Ćw7                            | opis uzwarzeń konkretnych przestrzeni topologicznych lokalnie zwartych  | 4                    |
| Ćw8                            | charakteryzacja przestrzeni metryzowalnych, wprowadzanie metryki  | 2                    |
| Ćw9                            | przykłady przestrzeni spójnych, przestrzenie ilorazowe całkowicie niespójne, zastosowania w zadaniach, przykład „splątanego” zbioru Cantora | 4                    |
| Ćw10                           | klasyfikacja rozmaitości wymiaru 1 i 2, orientowalność  | 2                    |
|                                | Suma godzin   | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>   |
|--|
| 1. wykład problemowy – metoda tradycyjna<br>2. ćwiczenia problemowe – metoda tradycyjna.<br>3 konsultacje<br>4 praca własna studenta |

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                        | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|---|---|---|
| F1  | PE_U01—PE_U04<br>PE_W01—PE_W04<br>PE_K01—PE_K04 | odpowiedzi ustne, kartkówki,                |
| F2  | PE_U01—PE_U04<br>PE_W01—PE_W04<br>PE_K01—PE_K03 | kolokwia                                    |
| $P = 0.4 * F1 + 0.6 * F2$   |   |   |

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA****LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] R. Engelking: Topologia ogólna. Biblioteka Matematyczna. PWN  
 [2] K. Kuratowski: Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN  
 [3] J. Mioduszewski: Wykłady z Topologii, Wyd. Uniw. Śl. 1994  
 [4] S. Betley, J. Chaber, E i R Pol: Topologia I, Skrypt Uniw. Warsz.  
 [5] B. Węglorz: Topologia 1, preprint

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:****OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Tomasz Downarowicz** (Tomasz.Downarowicz@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
 TOPOLOGIA OGÓLNA**

Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe**        | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|--------------------------------|---|-------------------|----------------------------|---------------------------------|
| PEK_W01                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W04, K1MIS_W20_MAT  | C1                | Wy1, Wy3, Wy7, Wy10        | 1,3,4                           |
| PEK_W02                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W04, K1MIS_W20_MAT  | C2                | Wy2, Wy4, Wy5              | 1,3,4                           |
| PEK_W03                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W04, K1MIS_W20_MAT  | C1, C2            | Wy6, Wy9                   | 1,3,4                           |
| PEK_W04                        | K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W04, K1MIS_W05, K1MIS_W07, K1MIS_W20_MAT  | C3                | Wy8, Wy9, Wy10, Wy11, Wy12 | 1,3,4                           |
| PEK_U01                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U24, K1MIS_U30_MAT  | C1                | Ćw1, Ćw4, Ćw7              | 2,3,4                           |
| PEK_U02                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U07, K1MIS_U10, K1MIS_U24, K1MIS_U30_MAT  | C2                | Ćw2, Ćw3                   | 2,3,4                           |
| PEK_U03                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U23, K1MIS_U24, K1MIS_U30_MAT   | C1, C2            | Ćw5, Ćw6, Ćw8              | 2,3,4                           |
| PEK_U04                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U07, K1MIS_U09, K1MIS_U10, K1MIS_U23, K1MIS_U24, K1MIS_U30_MAT                                  | C3                | Ćw9, Ćw10                  | 2,3,4                           |
| PEK_K01                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06   | C1, C2, C3        | Wy1—Wy12                   | 1,2,3,4                         |
| PEK_K02                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K03,  | C1, C2, C3        | Wy1—Wy13<br>Ćw1—Ćw10       | 1,2,3,4                         |
| PEK_K03                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K03   | C3                | Ćw1—Ćw10                   | 1,2,3,4                         |

|                |   |            |          |         |
|----------------|---|------------|----------|---------|
| <b>PEK_K04</b> | K1MIS_K03, K1MIS_K04,<br>K1MIS_K05, K1MIS_K06 | C1, C2, C3 | Ćw1—Ćw10 | 1,2,3,4 |
|----------------|---|------------|----------|---------|

\*\* - z tabeli powyżej



|  |  |
|--|--|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>                |  |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>                  |  |
| <b>Nazwa w języku polskim</b>            | <b>Wstęp do Algebry Abstrakcyjnej</b>                          |
| <b>Nazwa w języku angielskim</b>         | <b>Introduction to Abstract Algebra</b>                        |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy):</b> | <b>Matematyka i Statystyka</b>                                 |
| <b>Stopień studiów i forma:</b>          | <b>I stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b>    |
| <b>Rodzaj przedmiotu:</b>                | <b>obowiązkowy / <del>wybieralny / ogólnouczelniany*</del></b> |
| <b>Kod przedmiotu</b>                    | <b>MAT001616</b>   |
| <b>Grupa kursów</b>                      | <b>TAK / NIE*</b>  |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

#### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

- [1] Zna rachunek macierzowy w zakresie kursu Algebra M1.  
 [2] Zna przestrzenie liniowe w zakresie kursu Algebra M2.

#### CELE PRZEDMIOTU

- C1 Poznanie podstawowych własności i zastosowań grup.  
 C2 Poznanie możliwości reprezentacji grup przy pomocy macierzy i przekształceń.  
 C3 Nabycie umiejętności abstrakcyjnego spojrzenia na problemy związane z wielomianami.  
 C4 Poznanie podstawowych własności ciał i ich związków z przestrzeniami liniowymi.  
 C5 Nabycie umiejętności abstrakcyjnego myślenia.  
 C6 Opanowanie umiejętności wykonywania abstrakcyjnych obliczeń.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna podstawowe struktury algebraiczne

PEK\_W02 zna podstawowe zastosowania abstrakcyjnych struktur algebraicznych

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi rozpoznawać podstawowe struktury algebraiczne

PEK\_U02 potrafi wskazywać analogie (izomorfizmy) między różnymi strukturami algebraicznymi oraz wykorzystywać to

PEK\_U03 potrafi budować modele abstrakcyjne odpowiadające napotkanym zjawiskom

PEK\_U04 potrafi formułować zagadnienia w postaci abstrakcyjnej i je analizować

PEK\_U06 potrafi przeprowadzać rozważania abstrakcyjne

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury naukowej i ją wykorzystywać

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Półgrupy, grupy, podgrupy, grupy cykliczne. Podstawowe własności i przykłady.         | 2             |
| Wy2                   | Homomorfizmy, izomorfizmy, jądro i obraz homomorfizmu.                                | 2             |
| Wy3                   | Warstwy, twierdzenie Lagrange'a.  | 2             |
| Wy4                   | Dzielniki normalne, grupy ilorazowe.  | 2             |
| Wy5                   | Twierdzenia o izomorfizmie. Reprezentacje macierzowe.                                 | 2             |
| Wy6                   | Grupy przekształceń. Grupy permutacji, rozkłady permutacji na cykle.                  | 2             |
| Wy7                   | Sumy proste grup. Struktura skończone generowalnych grup abelowych.                   | 2             |
| Wy8                   | Pierścienie i ciała. Podstawowe własności i przykłady.                                | 2             |
| Wy9                   | Dzielniki zera. Elementy odwracalne. Pierścień wielomianów.                           | 2             |
| Wy10                  | Homomorfizmy pierścieni i ciał. Jądro i obraz homomorfizmu. Ideały.                   | 2             |
| Wy11                  | Pierścień ilorazowy, twierdzenia o izomorfizmie, ideały główne i maksymalne.          | 2             |
| Wy12                  | Ciało ułamków pierścienia całkowitego. Elementy rozkładalne i nierozkładalne.         | 2             |
| Wy13                  | Rozszerzenie ciał, elementy algebraiczne i przestępne. Ciała algebraicznie domknięte. | 2             |
| Wy14                  | Elementy teorii Galois.   | 2             |
| Wy15                  | Zaliczenie  | 2             |
|                       | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Własności grup i podgrup. Grupy cykliczne. | 2             |
| Ćw2                     | Homomorfizmy, rzędy elementów.             | 4             |
| Ćw3                     | Warstwy, grupy ilorazowe,                  | 4             |

|     |                                      |           |
|-----|--------------------------------------|-----------|
| Ćw4 | Sumy proste grup.                    | 2         |
| Ćw5 | Własności pierścieni, ideały.        | 4         |
| Ćw6 | Pierścienie wielomianów.             | 2         |
| Ćw7 | Teoria podzielności w pierścieniach. | 4         |
| Ćw8 | Rozszerzenia ciał.                   | 4         |
| Ćw9 | Teoria Galois.                       | 4         |
|     | Suma godzin                          | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy prowadzony tradycyjną metodą.
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.
3. Konsultacje – według zapotrzebowania studenta.
4. Praca własna studenta-przygotowanie do ćwiczeń.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U05<br>PEK_K02  | Odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_K01<br>PEK_K02 | zaliczenie                                  |
| P=0,5*F1+0,5*F2  |   |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Białynicki-Birula, Zarys algebry, PWN 1987.
- [2] J. Browkin, Teoria ciał, PWN, 1977.
- [3] B. Gleichgewicht, Algebra, GiS, 2002.
- [4] J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, 2010.
- [5] A. Walendziak, Algebra abstrakcyjna, UPH Siedlce, 2011.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. M. Bryński, J. Jurkiewicz, Zbiór zadań z algebry, PWN, 1978.
- [2] A.I.Kostykin, Zbiór zadań algebry, PWN, 2005.
- [3] K. Szymiczek, Zbiór zadań z teorii grup, PWN, 1989.
- [4] O. Zariski, P. Samuel, Commutative algebra, vol.1, Springer, 1979.

|  |
|--|
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b> |
|--|

|  |
|--|
| <b>dr hab. Wiesław Dudek, prof. PWr (Wieslaw.Dudek@pwr.edu.pl)</b> |
|--|

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO ALGEBRY ABSTRAKCYJNEJ  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b>     | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|--------------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT   | C1, C2, C3, C4           | Wy1, Wy2, Wy4, Wy8, Wy12, Wy13 | 1,2,4                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT   | C5, C6                   | Wy3, Wy5, Wy6                  | 1,2                                    |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U08, K1MIS_U30_MAT   | C1, C2, C5               | Ćw1, Ćw2, Ćw5, Ćw6             | 1,2                                    |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U02, K1MIS_U30_MAT  | C2, C3, C6               | Ćw1, Ćw3                       | 1,2                                    |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U30_MAT   | C4                       | Wy13, Ćw4                      | 2,4                                    |
| <b>PEK_U04</b>                        |  | C6                       | Wy9, Wy12,                     | 1,2,4                                  |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U08   | C3, C6                   | Wy5, Wy11                      | 2,4                                    |
| <b>PEK_U06</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U26, K1MIS_U30_MAT  | C5, C6                   | Ćw2, Ćw5                       | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K06, K1MIS_K07  | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | Wy1-Wy14<br>Ćw1-Ćw9            | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K02, K1MIS_K03, K1MIS_K04  | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | Wy1-Wy14<br>Ćw1-Ćw9            | 1,2,3,4                                |
|                                       |  |                          |                                |  |
|                                       |  |                          |                                |  |
|                                       |  |                          |                                |  |
|                                       |  |                          |                                |  |
|                                       |  |                          |                                |  |

\*\* - z tabeli powyżej

## WYDZIAŁ MATEMATYKI

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim Bazy danych

Nazwa w języku angielskim Databases

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka

Stopień studiów i forma: I / II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*

Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany~~\*

Kod przedmiotu INT001333

Grupa kursów TAK / NIE\*

|   | Wykład                         | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|--------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                             |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                            |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin / zaliczenie na ocenę* |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                              |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                              |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                              |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                              |           |              |         |            |

\*niepotrzebne skreślić

## WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Student potrafi przygotować prosty raport oraz prezentację zawierającą wzory ma-tematyczne, zgodne z podstawowymi zasadami składu — *Technologie informacyjne*.
2. Student zna dobrze podstawy wybranego języka programowania — *Wstęp do informatyki i programowania*.

## CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie zasad korzystania z baz danych i pisania optymalnych zapytań.

C2 Pozyskanie umiejętności tworzenia automatycznych raportów na podstawie wyników zapytań baz danych.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

**PEK\_W1** Student zna podstawy teorii baz danych i ich możliwości aplikacyjne.

**PEK\_W2** Student zna dobrze zasady formułowania zapytań do baz danych.

**PEK\_U1** Student potrafi formułować optymalne zapytania do baz danych.

**PEK\_U2** Student potrafi tworzyć raporty oparte o bazy danych.

**PEK\_K1** Student jest przygotowany do zdobywania nowych kompetencji i współpracy z przedstawicielami innych zawodów.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykład |  | Liczba godzin |
|----------------------|--|---------------|
| Wy1                  | Pojęcia relacyjnej bazy danych oraz języka SQL; Dialekty języka SQL;                                       | 2             |
| Wy2                  | Pojęcia relacji i kluczy; Pojęcia tabel i uprawnień; Modele baz danych;                                    | 2             |
| Wy3                  | Formułowanie prostych zapytań wybierających na jednej tabeli;  | 2             |
| Wy4                  | Zapytania wybierające: elementy unikatowe, kolejność elementów, selekcja elementów; Formułowanie warunków; | 2             |
| Wy5                  | Zapytania wybierające: grupowanie oraz funkcje agregujące;   | 2             |
| Wy6                  | Łączenie wyników kilku zapytań przypadkami;  | 2             |
| Wy7                  | Operacje łączenia tabel;   | 2             |
| Wy8                  | Tworzenie złożonych zapytań;   | 2             |
| Wy9                  | Widoki i tabele tymczasowe;  | 2             |
| Wy10                 | Modyfikowanie wpisów w bazie; Dbanie o spójność danych; Wyzwalacze;  | 2             |
| Wy11                 | Tworzenie nowych tabel w bazie; Podstawowe zasady projektowania baz danych; Normalizacja;                  | 2             |
| Wy12                 | Tworzenie nowych baz danych;   | 2             |
| Wy13                 | Podstawowa optymalizacja zapytań: indeksy, optymalizacja warunków; optymalizacja funkcji;                  | 2             |
| Wy14                 | Zaawansowana optymalizacja zapytań: praca z planami wykonywania zapytań;                                   | 2             |
| Wy15                 | Podsumowanie wykładu;  | 2             |
| <b>Suma godzin</b>   |  | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - laboratorium |   | Liczba godzin |
|----------------------------|---|---------------|
| La1                        | Konfiguracja bazy danych; Importowanie istniejącej bazy danych;                 | 2             |
| La2                        | Łączenie się z bazą danych z poziomu arkusza kalkulacyjnego oraz języka Python; | 2             |
| La3                        | Testowanie dostępu do tabel;  | 2             |
| La4                        | Przygotowanie zapytań podsumowujących dane w jednej tabeli;                     | 2             |
| La5                        | Badanie danych z podziałem na grupy;  | 2             |
| La6                        | Ćwiczenie złożonych zapytań;  | 2             |
| La7                        | Budowa złożonych zapytań korzystających z wielu tabel;                          | 2             |
| La8                        | Rozwiązywanie rzeczywistego problemu na podstawie analizowanych danych;         | 2             |

|                    |  |           |
|--------------------|--|-----------|
| La9                | Cwiczenia z przygotowywania automatycznych analiz z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego;                         | 2         |
| La10               | Cwiczenia z przygotowywania automatycznych raportów z wykorzystaniem języka Python oraz HTML;                      | 2         |
| La11               | Cwiczenia z przechowywaniem wyników tymczasowych i widokami; Tworzenie i modyfikowanie tabel;                      | 2         |
| La12               | Projektowanie bazy danych za pomocą narzędzi graficznych; Wypełnienie jej danymi pochodzącymi z plików tekstowych; | 2         |
| La13               | Podstawowe ćwiczenia z optymalizacji zapytań;  | 2         |
| La14               | Zaawansowane ćwiczenie z optymalizacji zapytań;  | 2         |
| La15               | Podsumowanie laboratorium;   | 2         |
| <b>Suma godzin</b> |  | <b>30</b> |

|   |
|---|
| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>  |
| N1 Wykład multimedialny z elementami tradycyjnego.<br>N2 Laboratorium komputerowe.<br>N3 Praca własna studenta. |

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia       | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia                             |
|--|--------------------------------|---|
| F1   | PEK_W1, PEK_U1, PEK_K2, PEK_K1 | Zaliczenie laboratorium — ocena realizacji zadań podczas zajęć i w domu |
| <b>P=1,00*F1</b>   |                                |   |

|  |
|--|
| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>   |
| <p><b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b></p> <p>[1] J. Viescas, M.J. Hernandez, <i>Zapytania w SQL. Przyjazny przewodnik</i>, Helion 2015, wydanie 1.<br/> [2] D. Tow, <i>SQL. Optymalizacja</i>, Helion 2004, wydanie 1.<br/> [3] J. Widom, J. Ullman, <i>Podstawowy wykład z systemów baz danych</i>, WNT 2001.</p> |
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>   |
| Dr inż. Andrzej Giniewicz  |



**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Bazy danych**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)**</b> | <b>Cele przedmiotu***</b> | <b>Treści programowe***</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego***</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|-----------------------------|---|
| <b>PEK_W1</b>                         | K1MIS_W08,   | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15,<br>La1–La15       | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_W2</b>                         | K1MIS_W08  | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15,<br>La1–La15       | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_U1</b>                         | K1MIS_U28  | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15,<br>La1–La15       | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_U2</b>                         | K1MIS_U28  | <b>C2</b>                 | La1, La2, La9,<br>La10      | <b>N2, N3</b>                           |
| <b>PEK_K1</b>                         | K1MIS_K01  | <b>C1</b>                 | Wy1–Wy15,<br>La1–La15       | <b>N1, N2, N3</b>                       |

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej

WYDZIAŁ MATEMATYKI

**KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa w języku polskim Programowanie

Nazwa w języku angielskim Programming

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka

Stopień studiów i forma: I / II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*

Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\*

Kod przedmiotu INT001334

Grupa kursów TAK / NIE\*

|   | Wykład                              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|-------------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin/<br>zaliczenie<br>na ocenę* |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                                   |           |              |         |            |

\*niepotrzebne skreślić

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Student zna dobrze podstawy wybranego języka programowania — *Wstęp do informatyki i programowania.*
2. Student zna podstawy budowy komputera i obsługi systemów operacyjnych — *Technologie informacyjne.*

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1** Pozyskanie umiejętności projektowania i programowania złożonych aplikacji.  
**C2** Opanowanie pojęć programowania obiektowego i funkcyjnego.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

**PEK\_W1** Student zna dobrze zaawansowane techniki programowania w wybranym języku programowania.

**PEK\_W2** Student zna podstawowe paradygmaty programowania, w szczególności programowanie funkcyjne i obiektowe.

**PEK\_U1** Student potrafi zaprojektować i zaprogramować aplikację w wybranym języku programowania.

**PEK\_U2** Student potrafi przygotować dokumentację do własnej aplikacji. **PEK\_U3** Student potrafi wykorzystać abstrakcyjne typy danych takie, jak kolejka lub stos.

**PEK\_K1** Student jest przygotowany do zdobywania nowych kompetencji w zakresie informatyki i jej zastosowań w matematyce.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykład |   | Liczba godzin |
|----------------------|---|---------------|
| Wy1                  | Praca w zintegrowanym środowisku programistycznym a interaktywne dokumenty; Szybkie przypomnienie wybranego języka programowania;                 | 2             |
| Wy2                  | Zasady projektowania aplikacji; Podział na moduły; Tworzenie bibliotek;   | 2             |
| Wy3                  | Paradygmaty programowania; Podstawy programowania funkcyjnego; Wyrażenia lambda; Funkcjonały map i filter; Rekurencja bezogonowa;                 | 2             |
| Wy4                  | Efekty uboczne; Wstęp do programowania obiektowego; Obiekty jako niestandardowa struktura danych;   | 2             |
| Wy5                  | Przeciążanie operatorów; Niestandardowe obiekty w roli standardowych typów danych;  | 2             |
| Wy6                  | Dziedziczenie i polimorfizm obiektów; Klasy abstrakcyjne; Abstrakcyjne klasy bazowe;  | 2             |
| Wy7                  | Zasady dokumentowania kodu; Projektowanie interfejsów kolejki i stosu;  | 2             |
| Wy8                  | Techniki programowania: analiza składniowa; Kalkulator wyrażeń;   | 2             |
| Wy9                  | Techniki programowania: algorytmy z nawrotami; Problem skoczka szachowego;  | 2             |
| Wy10                 | Techniki programowania: metoda dziel i zwyciężaj; Algorytm sortowania szybkiego;  | 2             |
| Wy11                 | Techniki programowania: programowanie dynamiczne; Dyskretny problem plecakowy;  | 2             |
| Wy12                 | Techniki programowania: programowanie zachłanne; Ciągły problem plecakowy;  | 2             |
| Wy13                 | Techniki programowania: algorytmy zrandomizowane Monte Carlo i Las Vegas; Obliczanie objętości kuli w $R^n$ ; Szukanie otoczki wypukłej w $R^2$ ; | 2             |
| Wy14                 | NP-zupełność; Techniki programowania: algorytmy aproksymacyjne; Problem pokrycia zbioru;  | 2             |
| Wy15                 | Podsumowanie wykładu;   | 2             |
| Suma godzin          |   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - laboratorium |  | Liczba godzin |
|----------------------------|--|---------------|
| La1                        | Praca w zintegrowanym środowisku programistycznym;   | 2             |
| La2                        | Podział aplikacji na moduły; Tworzenie bibliotek; Zespołowy projekt aplikacji: wprowadzenie; | 2             |
| La3                        | Tworzenie aplikacji w paradygmacie funkcyjnym; Generatory i iteratory; Listy leniwe;         | 2             |
| La4                        | Cwiczenia z wykorzystaniem klas; Metody optymalizacji kodu;                                  | 2             |
| La5                        | Prosty interfejs graficzny;  | 2             |

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| La6         | Projekt aplikacji: tworzenie diagramów i hierarchii klas; Tworzenie języków domenowych za pomocą przeciążania operatorów; | 2         |
| La7         | Implementacja aplikacji: dodanie dokumentacji; Ćwiczenia z wyrażeń regularnych;   | 2         |
| La8         | Implementacja stosu; Implementacja i analiza kalkulatora;   | 2         |
| La9         | Implementacja kolejki; Implementacja i analiza rozwiązania problemu skoczka szachowego;                                   | 2         |
| La10        | Implementacja i analiza algorytmu sortowania szybkiego;   | 2         |
| La11        | Implementacja i analiza rozwiązania dyskretnego problemu plecakowego;   | 2         |
| La12        | Implementacja i analiza rozwiązania ciągłego problemu plecakowego;  | 2         |
| La13        | Implementacja i analiza zastosowań metod Monte Carlo i Las Vegas;   | 2         |
| La14        | Implementacja i analiza rozwiązania problemu pokrycia zbioru;   | 2         |
| La15        | Podsumowanie laboratorium;  | 2         |
| Suma godzin |   | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykład multimedialny.  
N2 Laboratorium komputerowe.  
N3 Projekt zespołowy.  
N4 Raporty przygotowywane w domu

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia       | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia   |
|--|--------------------------------|---|
| F1   | PEK_W2, PEK_U1, PEK_U2, PEK_K1 | Projekt zespołowy — projekt aplikacji   |
| F2   | PEK_W1, PEK_U3, PEK_K1         | Raporty przygotowywane w domu — dla czterech spośród siedmiu omawianych technik programowania |
| $P=0,6 \cdot F1 + 0,4 \cdot F2$ .  |                                |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, C. Stein, *Wprowadzenie do algorytmów*, PWN 2013, wydanie 7.
- [2] B. Slatkin, *Effective Python*, Addison-Wesley 2015, wydanie 1.
- [3] M. Lutz, *Programming Python*, O'Reilly 2011, wydanie 4.
- [4] M. Summerfield, *Rapid GUI Programming with Python and Qt*, Prentice Hall 2007, wydanie 1.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr inż. Andrzej Giniewicz

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
PROGRAMOWANIE  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)**</b> | <b>Cele przedmiotu***</b> | <b>Treści programowe***</b>                       | <b>Numer narzędzia dydaktycznego***</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|---|---|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W11,   | <b>C1</b>                 | Wy1, Wy2,<br>Wy8–Wy15,                            | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_W2</b>                         | K1MIS_W08  | <b>C2</b>                 | La1, La2,<br>La8–La15                             | <b>N1, N2, N4</b>                       |
| <b>PEK_U1</b>                         | K1MIS_W08  | <b>C1</b>                 | Wy3–Wy7,<br>La3–La7                               | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_U2</b>                         | K1MIS_U26,<br>K1MIS_U27  | <b>C1</b>                 | Wy2–Wy7,<br>La2–La7                               | <b>N1, N2, N3</b>                       |
| <b>PEK_U3</b>                         | K1MIS_U26  | <b>C2</b>                 | Wy7, La7  | <b>N1, N2, N4</b>                       |
| <b>PEK_K1</b>                         | K1MIS_U26<br>K1MIS_K03   | <b>C1,</b><br><b>C2</b>   | Wy7–Wy8,<br>La8, La9<br><br>Wy2–Wy15,<br>La1–La15 | <b>N1–N4</b>                            |

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej

|   |                               |
|---|-------------------------------|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>   |                               |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>   |                               |
| <b>Nazwa w języku polskim</b> <b>TEORIA LICZB I KRYPTOGRAFIA</b>        |                               |
| <b>Nazwa w języku angielskim</b> <b>Number Theory and Cryptography</b>  |                               |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy):</b> <b>Matematyka i Statystyka</b> |                               |
| <b>Stopień studiów i forma:</b>   | <b>I stopień, stacjonarna</b> |
| <b>Rodzaj przedmiotu:</b>   | <b>wybieralny</b>             |
| <b>Kod przedmiotu</b>   | <b>INT001335</b>              |
| <b>Grupa kursów</b>   | <b>TAK</b>                    |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość podstawowych pojęć algebry abstrakcyjnej

**CELE PRZEDMIOTU**

C1: Zapoznanie słuchaczy z podstawowymi narzędziami teoretycznymi algorytmicznej teorii liczb.  
 C2: Zdobywanie praktycznej umiejętności stosowania narzędzi algebraicznych w kryptografii z kluczem publicznym.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01: Zna podstawowe własności liczb pierwszych i najważniejsze algorytmy teorii liczbowe.

PEK\_W02: Zna podstawowe algorytmy kryptograficzne.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01: Potrafi stosować algorytm Euklidesa oraz podstawowe algorytmy faktoryzacji i rozpoznawania liczb pierwszych .

PEK\_U02: Potrafi wygenerować klucze dla protokołów RSA i Diffiego-Hellmana, a także złamać te systemy dla małych (nierealistycznych) parametrów..

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01: Rozumie znaczenie algorytmicznej teorii liczb w kryptografii z kluczem publicznym.

PEK\_K02: Rozumie potrzebę poszukiwań algorytmicznych metod przyspieszenia obliczeń w zastosowaniach kryptograficznych.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć – wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Liczby pierwsze i algorytm Euklidesa                               | 2             |
| Wy2                   | Kongruencje. Małe Twierdzenie Fermata i twierdzenie Wilsona        | 2             |
| Wy3                   | Funkcja Eulera, pierwiastki pierwotne i protokół Diffiego-Hellmana | 2             |
| Wy4                   | RSA. Rozpoznawanie liczb pierwszych                                | 2             |
| Wy5                   | Algorytmy faktoryzacji   | 2             |
| Wy6                   | Rozmieszczenie liczb pierwszych                                    | 2             |
| Wy7                   | Układy kongruencji liniowych i Chińskie twierdzenie o resztach     | 2             |
| Wy8                   | Reszty kwadratowe i symbol Legendre'a                              | 2             |
| Wy9                   | Prawo wzajemności reszt kwadratowych                               | 2             |
| Wy10                  | Twierdzenie Lagrange'a o sumie czterech kwadratów                  | 2             |
| Wy11                  | Trójki pitagorejskie i Wielkie Twierdzenie Fermata                 | 2             |
| Wy12                  | Równanie Pella i ułamki łańcuchowe                                 | 2             |
| Wy13                  | Krótkie wprowadzenie do krzywych eliptycznych                      | 2             |
| Wy14                  | Krótkie wprowadzenie do krzywych eliptycznych – cd.                | 2             |
| Wy15                  | Powtórzenie  | 2             |
|                       | Suma godzin  | <b>30</b>     |

| Forma zajęć – ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Liczby pierwsze. Dowody twierdzenia Euklidesa                      | 2             |
| Ćw2                     | Algorytm Euklidesa i jego zastosowania                             | 2             |
| Ćw3                     | Kongruencje  | 2             |
| Ćw3                     | Funkcja Eulera i pierwiastki pierwotne. Protokół Diffiego-Hellmana | 2             |
| Ćw4                     | RSA. Algorytm Rabina-Millera                                       | 2             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
| Ćw4  | Algorytmy faktoryzacji: Fermata, Dixona i Pollarda  | 2         |
| Ćw6  | Tw. o rozmieszczenie liczb pierwszych i jego konsekwencje.<br>Twierdzenia Czebyszewa i Dirichleta | 2         |
| Ćw7  | Kolokwium   | 2         |
| Ćw8  | Rozwiązywanie układów kongruencji liniowych   | 2         |
| Ćw9  | Reszty kwadratowe   | 2         |
| Ćw10 | Przedstawialność liczb naturalnych w postaci sum kwadratów  | 2         |
| Ćw11 | Rozwiązywanie wybranych równań diofantycznych   | 2         |
| Ćw12 | Rozwijanie liczb w ułamki łańcuchowe. Równania Pella  | 2         |
| Ćw13 | Rachunki na krzywych eliptycznych   | 2         |
| Ćw14 | Powtórzenie   | 2         |
| Ćw15 | Kolokwium   | 2         |
|      | Suma godzin   | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład tradycyjny.
2. Rozwiązywanie zadań i problemów.
3. Praca własna studentów.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---------------------------|---|
| F1   | PEK_W01, PEK_W02, PEK_K01 | Kolokwium zaliczeniowe.                     |
| F2   | PEK_U01, PEK_U02, PEK_K02 | Rozwiązywanie zadań i odpowiedzi ustne.     |
| P=50%*F1 + 50%*F2  |                           |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] M. Zakrzewski, *Matematyka dyskretna*, GiS, Wrocław 2014  
 [2] W. Sierpiński, *Czym się zajmuje teoria liczb*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1957  
 [3] N. Koblitz, *Wykład z teorii liczb i kryptografii*, WNT, Warszawa 2009

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] D. Burton, *Elementary Number Theory*, Mc Graw-Hill, 2010  
 [2] H. Davenport, *The Higher Arithmetic*, CUP 2010  
 [3] M. Erickson, A. Vazzana, *Introduction to Number Theory*, CRC Press 2010

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr Marek Zakrzewski ([marek.zakrzewski@pwr.edu.pl](mailto:marek.zakrzewski@pwr.edu.pl))**



**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
TEORIA LICZB I KRYPTOGRAFIA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów</b> | <b>Cele przedmiotu</b> | <b>Treści programowe</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego</b> |
|---------------------------------------|---|------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W02 , K1MIS_W04,<br>K1MIS_W20_MAT,<br>K1MIS_W21_MAT   | C1                     | Wy1-Wy15                 | 1,3                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W05 , K1MIS_W08,<br>K1MIS_W20_MAT,<br>K1MIS_W21_MAT   | C1                     | Wy3-Wy6                  | 1,3                                  |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U17 , K1MIS_U25,<br>K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT   | C1                     | Wy1-Wy15                 | 1,3                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U25 , K1MIS_U26,<br>K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT   | C2                     | Ćw3-ćw6                  | 2,3                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01   | C2                     | Ćw3-ćw6                  | 2,3                                  |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K06   | C2                     | Ćw3-ćw6                  | 2,3                                  |

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: Badania operacyjne****Nazwa w języku angielskim: Operational Research****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka****Stopień studiów i forma: 1 stopień, stacjonarna /niestacjonarna\*****Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / wybieralny /ogólnouczelniany \*****Kod przedmiotu MAT001617****Grupa kursów TAK / NIE**

|   | Wykład                             | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|------------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                                 |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin/<br>zaliczenie<br>na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów<br>zaznaczyć kurs końcowy  | X                                  |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                                  |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                                  |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                                  |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Algebra, Analiza matematyczna, Wprowadzenie do teorii prawdopodobieństwa,

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie pojęć i metod badań operacyjnych.

C2 Poznanie sformułowań zadań badań operacyjnych.

C3 Poznanie podstaw analizy dla systemów dynamicznych.

C5 Poznanie modeli i analizy stochastycznych systemów sterowania.

C6 Zastosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01. Zna sformułowania problemów badań operacyjnych.

PEK\_W02. Ma podstawową wiedzę o zastosowaniach i znaczeniu metod badań operacyjnych.

PEK\_W03. Rozpoznaje sytuacje wymagające stosowania metod badań operacyjnych w celu rozwiązania praktycznych problemów.

PEK\_W04. Zna ograniczenia metod analitycznych i możliwości numerycznej analizy

|   |
|---|
| <p>modeli dynamicznych.</p> <p>PEK_W05. Zna stochastyczne metody w badaniach operacyjnych.</p> <p>Z zakresu umiejętności:</p> <p>PEK_U01. Potrafi sformułować zadanie modelowania procesu w dogodnej do analizy formie.</p> <p>PEK_U02. Potrafi zastosować właściwy algorytm do rozwiązania zadania w zakresie badań operacyjnych.</p> <p>PEK_U03. Umie zastosować metody optymalizacji, i metody analityczne lub numeryczne ich analizy, w celu rozwiązania praktycznych problemów.</p> <p>PEK_U04. Potrafi rozpoznać zagadnienia optymalizacyjne do których właściwe metody oparte są na wykorzystaniu aparatu stochastycznego.</p> <p>Z zakresu kompetencji społecznych:</p> <p>PEK_K01. Potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu.</p> <p>PEK_K02. Potrafi wspomagać analizę modeli matematycznych stosownymi narzędziami informatycznymi.</p> <p>PEK_K03. Rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.</p> |
|---|

| <b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>     |  |                      |
|------------------------------|--|----------------------|
| <b>Forma zajęć - wykłady</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
| Wy1                          | Programowanie dynamiczne -- algorytm. Sterowanie układem deterministycznym z czasem dyskretnym.  | 2                    |
| Wy2                          | Procesy z czasem dyskretnym. Łańcuchy Markowa. Warunkowa wartość oczekiwana. Martyngały i momenty zatrzymania.   | 2                    |
| Wy3                          | Markowskie procesy decyzyjne. Równanie Bellmana.   | 2                    |
| Wy4                          | Modele z nieskończonym horyzontem-podstawy. Modele decyzyjne markowskie z dyskontowaniem wypłat. Minimalizacja średniego kosztu na jednostkę. Średnia wypłata i inne kryteria. | 4                    |
| Wy5                          | Przykłady zastosowań markowskich procesów decyzyjnych w zagadnieniach odnowy, optymalizacji serwisu.   | 2                    |
| Wy6                          | Sterowanie optymalne układu w czasie ciągłym. Równanie Hamiltona-Jakobiego-Bellmana.   | 2                    |
| Wy7                          | Systemy liniowe z kwadratową funkcją kosztu i pełną obserwacją stanu. Zadanie sterowania zapasami.   | 2                    |
| Wy8                          | Systemy z niepewną obserwacją stanu. Iteracyjne wyznaczanie funkcji wartości.  | 2                    |
| Wy9                          | Aproksymacja rozwiązania równania Bellmana.  | 2                    |
| Wy10                         | Optymalne zatrzymywanie ciągów skończonych.  | 2                    |
| Wy11                         | Optymalne zatrzymywanie ciągów skończonych-przypadek łańcucha Markowa. Problem wyboru najlepszego obiektu.   | 2                    |
| Wy12                         | Optymalne zatrzymywanie ciągów nieskończonych. Przypadek łańcucha Markowa.   | 2                    |
| Wy13                         | Problem wykrywania rozregulowania.   | 2                    |

|      |  |           |
|------|--|-----------|
| Wy14 | Rozwiązania suboptymalne. Systemy adaptacyjne. | 2         |
|      | Suma godzin                                    | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|--|----------------------|
| Ćw1                            | Przykłady deterministycznych układów sterowania z czasem dyskretnym.   | 2                    |
| Ćw2                            | Analiza własności łańcuchy Markowa. Badanie stacjonarności i ergodyczności. Klasyfikacja stanów. Warunkowa wartość oczekiwana. Martyngały i momenty zatrzymania.                                     | 2                    |
| Ćw3                            | Konstrukcja markowskiego procesu decyzyjnego dla wybranych przykładów. Analiza równania Bellmana dla skonstruowanego MDP.  | 2                    |
| Ćw4                            | Badanie własności modeli z nieskończonym horyzontem. Przypadek modeli decyzyjnych markowskich z dyskontowaniem wypłat. Minimalizacja średniego kosztu na jednostkę. Średnia wypłata i inne kryteria. | 4                    |
| Ćw5                            | Przykłady zastosowań markowskich procesów decyzyjnych w zagadnieniach odnowy, optymalizacji serwisu.   | 2                    |
| Ćw6                            | Analiza przykładowych układów sterowania w czasie ciągłym. Wyznaczenie sterowania optymalnego. Badanie równanie Hamiltona-Jakobiego-Bellmana.  | 2                    |
| Ćw7                            | Wyznaczenie sterowania i wartości kryterium dla systemu liniowego z kwadratową funkcją kosztu i pełną obserwacją stanu. Zadanie sterowania zapasami.   | 2                    |
| Ćw8                            | Analiza systemu z niepewną obserwacją stanu. Iteracyjne wyznaczanie funkcji wartości.  | 2                    |
| Ćw9                            | Aproksymacja rozwiązania równania Bellmana.  | 2                    |
| Ćw10                           | Wyznaczanie rozwiązania zadania optymalnego zatrzymywania ciągów skończonych.  | 2                    |
| Ćw11                           | Analiza zadań optymalnego zatrzymywania ciągów-przypadek łańcucha Markowa. Przykłady zastosowań: problem wyboru najlepszego obiektu, sekwencyjne testy.  | 4                    |
| Ćw12                           | Analiza wybranych przykładów problemu wykrywania rozregulowania.   | 2                    |
| Ćw13                           | Rozwiązania suboptymalne. Systemy adaptacyjne.   | 2                    |
|                                | Suma godzin  | <b>30</b>            |

### **STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE**

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta-przygotowanie do ćwiczeń.

### **OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|---|--------------------------|---|
| F1  | PEK_W01<br>PEK_W02       | odpowiedzi ustne, kartkówki                 |

|                 |  |           |
|-----------------|--|-----------|
|                 | PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_K01<br>PEK_K02  |           |
| F2              | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_K01<br>PEK_K02<br>PEK_K03 | kolokwium |
| P=0,4*F1+0,6*F2 |  |           |

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Dimitri P. Bertsekas, Dynamic Programming and Optimal Control, vol. 1, Athena Scientific, Belmont, MA: 2005.
- [2] Dimitri P. Bertsekas, Dynamic Programming and Optimal Control, vol. 2, Athena Scientific, Belmont, MA: 2007.
- [3] Harold Kushner: Wprowadzenie do teorii sterowania stochastycznego. WNT, 1983.
- [4] A.N. Shiryaev. Optimal Stopping Rules. Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1978.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. P. Aubin, Optima and Equilibria. An Introduction to Nonlinear Analysis, Springer, Berlin 1993.
- [2] Wayne I. Winston: introduction to mathematical programming: applications and algorithms, 1991.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr hab. inż. Anna Jaskiewicz

Dr hab. Inż. Krzysztof Szajowski ([krzysztof.szajowski@pwr.wroc.pl](mailto:krzysztof.szajowski@pwr.wroc.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Badania operacyjne**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b>  | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|----------------------------|--|
| PEK_W01<br>(wiedza)                   | K1MIS_W01,K1MIS_W02,<br>K1MIS_W12,K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,K1MIS_W15,<br>K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT                               | C1—C3                     | Wy1—Wy3                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W02                               | K1MIS_W01,K1MIS_W02,<br>K1MIS_W12,K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,K1MIS_W15,<br>K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT                               | C2—C4                     | Wy2—Wy5                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W03                               | K1MIS_W01,K1MIS_W02,<br>K1MIS_W12,K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,K1MIS_W15,<br>K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT                               | C2—C4                     | Wy4—Wy8                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W04                               | K1MIS_W01,K1MIS_W02,<br>K1MIS_W12,K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,K1MIS_W15,<br>K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT                               | C4—C6                     | Wy8—Wy9                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W05                               | K1MIS_W01,K1MIS_W02,<br>K1MIS_W12,K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,K1MIS_W15,<br>K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT                               | C4—C6                     | Wy8—Wy14                   | 1,3,4                                  |
| PEK_U01<br>(umiejętności)             | K1MIS_U04, K1MIS_U07, K1MIS_U10,<br>K2MIS_U13, K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT   | C1—C3                     | Ćw1-Ćw9                    | 2,3,4                                  |
| PEK_U02                               | K1MIS_U04, K1MIS_U07, K1MIS_U10,<br>K2MIS_U13, K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT   | C1—C3                     | Ćw1-Ćw9                    | 2,3,4                                  |
| PEK_U03                               | K1MIS_U04, K1MIS_U07, K1MIS_U10,<br>K2MIS_U13, K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT   | C2—C5                     | Ćw1-Ćw9                    | 2,3,4                                  |
| PEK_U04                               | K1MIS_U04, K1MIS_U07, K1MIS_U10,<br>K2MIS_U13, K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT   | C4—C6                     | Ćw1-Ćw13                   | 2,3,4                                  |
| PEK_K01<br>(kompetencje)              | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K04,<br>K1MIS_K05, K1MIS_K06   | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy13,<br>Ćw1-Ćw9       | 1, 2, 3, 4                             |
| PEK_K02                               | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K04,<br>K1MIS_K05, K1MIS_K06   | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy14,<br>Ćw1-Ćw9       | 1, 2, 3, 4                             |
| PEK_K03                               | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K04,<br>K1MIS_K05, K1MIS_K06   | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy14,<br>Ćw1-Ćw9       | 1, 2, 3, 4                             |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU**Nazwa w języku polskim: *Chaos, losowość, układy dynamiczne*Nazwa w języku angielskim: *Chaos, randomness, dynamical systems*Kierunek studiów (jeśli dotyczy): *Matematyka i Statystyka*Stopień studiów i forma: **I / II stopień\***, stacjonarna / **niestacjonarna\***Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy** / wybieralny / **ogólnouczelniany\***Kod przedmiotu: **MAT001618**Grupa kursów: **TAK / NIE\***

|   | Wykład                         | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|--------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                             | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                            |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin / zaliczenie na ocenę* |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | <b>X</b>                       |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | <b>4</b>                       |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                              |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                              |           |              |         |            |

\*niepotrzebne skreślić

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH**

Program kursu Analiza matematyczna M1, ze szczególnym uwzględnieniem granic ciągów oraz ciągłości funkcji, oraz program kursu Algebra M1, zwłaszcza liczby zespolone.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Wyjaśnienie podstawowych pojęć związanych z układami dynamicznymi.
- C2 Poznanie podstawowych narzędzi służących do badania układów dynamicznych.
- C3 Zaznajomienie z klasycznymi przykładami układów dynamicznych.
- C4 Rozróżnianie zjawisk chaosu i losowości.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, słuchacz kursu:

PEK\_W01 Zna definicję układu dynamicznego, stanu, orbity oraz podstawowe fakty z teorii.

PEK\_W02 Zna pojęcia punktu stałego i punktu powracającego.

PEK\_W03 Rozumie konstrukcję układu Kroneckera (obrotu niewymiernego).

PEK\_W04 Rozróżnia modele chaotyczne i losowe

PEK\_W05 Zna twierdzenie Szarkowskiego o strukturze okresów dla układów na odcinku.

Z zakresu umiejętności, słuchacz kursu:

PEK\_U01 Umie rozpoznawać pojęcia określone abstrakcyjnymi definicjami w kontekście wybranych przykładów układów dynamicznych.

PEK\_U02 Potrafi rozpoznać i stosować klasyczne twierdzenia o powracaniu w przykładach.

PEK\_U03 Potrafi rozpoznać i stosować klasyczne twierdzenia o uśrednianiu w przykładach.

PEK\_U04 Umie posługiwać się podstawowymi pojęciami z układów dynamicznych.

Z zakresu kompetencji społecznych, słuchacz kursu:

PEK\_K01 Potrafi prezentować swoje rozumowania i przekazywać posiadaną wiedzę.

PEK\_K02 Rozumie konieczność systematycznej pracy nad opanowaniem wiedzy.

PEK\_K03 Potrafi korzystać z literatury naukowej i samodzielnie pracować z materiałami naukowo-dydaktycznymi.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykład |   | Liczba godzin |
|----------------------|---|---------------|
| Wy1                  | Podstawowe pojęcia: układ dynamiczny, iteraty, orbity, punkty stałe, punkty powracające, punkty tranzytywne, sprzężenie układów.  | 2             |
| Wy2                  | Część ułamkowa liczby a punkt na okręgu. Twierdzenie Kroneckera. Układ Kroneckera (obrotu niewymierny).   | 2             |
| Wy3                  | Twierdzenie Weyla. Chaos – wrażliwość na warunki początkowe.  | 3             |
| Wy4                  | Rozwinięcia przy zadanej bazie. Podstawowe definicje i fakty z teorii miary i rachunku prawdopodobieństwa (m.in. zbiory miary zero, długość odcinka jako miara, niezależność zdarzeń) – przypadek odcinka. Funkcje Rademachera. | 3             |
| Wy5                  | Twierdzenie Borela o typowości jednostajnego rozkładu zer i jedynek w rozwinięciu dwójkowym. Liczby normalne względem danej podstawy. Związane układy dynamiczne.   | 4             |
| Wy6                  | Transformacje zachowujące miarę. Powracanie. Twierdzenie Poincare. Lemat Kaca.  | 4             |
| Wy7                  | Zbiory niezmiennicze. Ergodyczność. Mieszanie. Twierdzenie ergodyczne Birkhoffa. Związki z dowodzonymi wcześniej twierdzeniami Weyla i Borela.  | 6             |
| Wy8                  | Układy dynamiczne na odcinku. Twierdzenie Szarkowskiego   | 6             |
|                      | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |  | Liczba godzin |
|-------------------------|--|---------------|
| Ćw1                     | Ćwiczenia ilustrujące poszczególne tematy wykładu według list zaproponowanych przez wykładowcę. Możliwe krótkie referaty wygłaszane przez studentów. | 28            |
| Ćw2                     | Kolokwium zaliczeniowe   | 2             |



|             |           |
|-------------|-----------|
| Suma godzin | <b>30</b> |
|-------------|-----------|

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>  |
|---|
| 1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.<br>2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.<br>3. Konsultacje.<br>4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń. |

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia  |
|--|---|--|
| F1   | PEK_W01,<br>PEK_W02,<br>PEK_W03,<br>PEK_W05,<br>PEK_U01,<br>PEK_U02,<br>PEK_U03,<br>PEK_U04,<br>PEK_K01 | Kolokwium zaliczeniowe.                      |
| F2   | PEK_W01,<br>PEK_W04,<br>PEK_U04<br>PEK_K01,<br>PEK_K02,<br>PEK_K03                                      | Kartkówki i odpowiedzi ustne na ćwiczeniach. |
| <b>P = 0,7 F1+ 0,3 F2</b>  |   |  |

| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>  |
|---|
| <b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b>  |
| [1] R.Nilsen „Randomness and Recurrence in Dynamical Systems”, MAA, 2010  |
| [2] L.Alseda, J.Llibre, M.Misiurewicz „Combinatorial Dynamics and Entropy in Dimension One”, World Scientific Pub. Co. Inc., 1993 |
| <b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b>   |
| [1] P.Walters „Introduction to Ergodic Theory”, Springer, 2000  |
| [2] K.Petersen „Ergodic Theory”, Cambridge University Press, 1990   |
| [3] H.Furstenberg „Recurrence in Ergodic Theory and Combinatorial Number Theory”, Princeton University Press, 2014                |
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>  |
| <i>dr inż. Bartosz Frej, Bartosz.Frej@pwr.edu.pl</i>  |
| <i>dr inż. Paulina Frej, Paulina.Frej@pwr.edu.pl</i>  |
| <i>dr inż. Dawid Huczek, Dawid.Huczek@pwr.edu.pl</i>  |

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU CHAOS,  
LOSOWOŚĆ, UKŁADY DYNAMICZNE  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)**</b> | <b>Cele przedmiotu***</b> | <b>Treści programowe***</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego***</b> |
|---------------------------------------|--|---------------------------|-----------------------------|---|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05, K1MIS_W07, K1MIS_W20_MAT  | C1,C2                     | Wy1,Wy3, Wy5,Wy6, Wy7       | 1,3                                     |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT   | C1,C2                     | Wy1,Wy8                     | 1,3                                     |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W20_MAT  | C1,C3                     | Wy2,Wy3                     | 1,3                                     |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W02, K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W20_MAT   | C1,C3,C4                  | Wy3,Wy4                     | 1,3                                     |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W03, K1MIS_W05, K1MIS_W20_MAT  | C1,C3                     | Wy8                         |   |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U23, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT   | C2,                       | Ćw1                         | 2,3,4                                   |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U02, K1MIS_U10, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT   | C2,C3                     | Wy6,Wy7, Ćw1                | 2,3,4                                   |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U02, K1MIS_U10, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT   | C2,C3                     | Wy6,Wy7, Ćw1                | 2,3,4                                   |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U03, K1MIS_U36, K1MIS_U30_MAT   | C2,                       | Ćw1                         | 2,3,4                                   |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K02, K1MIS_K05, K1MIS_K07  | C1-C4                     | Wy1-Wy8, Ćw1-Ćw-2           | 1,2,3,4                                 |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06  | C1-C4                     | Wy1-Wy8, Ćw1-Ćw-2           | 1,2,3,4                                 |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K06  | C1-C4                     | Wy1-Wy8, Ćw1                | 1,2,3,4                                 |

\*\* - wpisać symbole kierunkowych/specjalnościowych efektów kształcenia

\*\*\* - z tabeli powyżej

|   |                  |
|---|------------------|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI<br/>KARTA PRZEDMIOTU</b>                                    |                  |
| <b>Nazwa w języku polskim ELEMENTY TEORII GIER</b>                                |                  |
| <b>Nazwa w języku angielskim ELEMENTS OF GAME THEORY</b>                          |                  |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka</b>                  |                  |
| <b>Stopień studiów i forma: I stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>         |                  |
| <b>Rodzaj przedmiotu: <del>obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany*</del></b> |                  |
| <b>Kod przedmiotu</b>   | <b>MAT001619</b> |
| <b>Grupa kursów</b>   | <b>TAK</b>       |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Podstawy algebry, analizy matematycznej i rachunek prawdopodobieństwa.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie pojęć gry niekooperacyjnej i równowagi Nasha oraz podstawowych twierdzeń dotyczących jej istnienia i właściwości.
- C2 Poznanie problemu przetargowego Nasha oraz jego rozwiązań.
- C3 Poznanie podstaw teorii gier kooperacyjnych w postaci funkcji charakterystycznej oraz głównych typów rozwiązań dla gier tego typu.
- C4 Nabycie umiejętności rozwiązywania prostych gier niekooperacyjnych i kooperacyjnych.
- C5 Poznanie klasycznych zastosowań teorii gier w ekonomii i naukach społecznych.
- C6 Zastosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 Zna podstawowe pojęcia niekooperacyjnej teorii gier, w tym pojęcia równowagi Nasha i równowagi skorelowanej, oraz podstawowe twierdzenia dotyczące istnienia i własności i sposobów szukania równowag.

PEK\_W02 Zna podstawowe pojęcia teorii gier kooperacyjnych, w tym pojęcia rozwiązań przetargowych i arbitrażowych Nasha, wartości Shapleya, Banzhafa oraz rdzenia. Zna twierdzenia o istnieniu i postaci tych rozwiązań w odpowiednich klasach gier.

PEK\_W03 Zna kluczowe zastosowania modeli teorii gier w ekonomii i naukach społecznych.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 Potrafi znaleźć równowagi Nasha i równowagi skorelowane dla prostych gier niekooperacyjnych.

PEK\_U02 Potrafi sformułować odpowiednie problemy optymalizacyjne, prowadzące do znalezienia równowag maszynowo w bardziej skomplikowanych grach niekooperacyjnych.

PEK\_U03 Potrafi znaleźć rozwiązania przetargowe i arbitrażowe w problemie przetargowym Nasha.

PEK\_U04 Potrafi obliczyć wartości Shapleya i Banzhafa oraz wyznaczyć rdzeń dla zadanych gier kooperacyjnych w postaci funkcji charakterystycznej.

PEK\_U05 Potrafi formułować praktyczne problemy nauki i techniki w języku teorii gier, dobierając przy tym odpowiedni z dostępnych modeli.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01. Potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu.

PEK\_K02. Potrafi wspomagać analizę modeli matematycznych stosownymi narzędziami informatycznymi.

PEK\_K03. Rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

## TREŚCI PROGRAMOWE

| <b>Forma zajęć - wykłady</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|------------------------------|--|----------------------|
| Wy1                          | Pojęcie gry niekooperacyjnej. Gry dwumacierzowe. Równowaga Nasha. Przykłady zastosowań.  | 2                    |
| Wy2                          | Rozszerzenie mieszane gry dwumacierzowej. Twierdzenie Nasha. Sposoby szukania równowag w grach dwumacierzowych.                          | 2                    |
| Wy3                          | Gry o sumie zerowej. Gry macierzowe. Twierdzenie minimaksowe von Neumanna. Związek gier macierzowych z programowaniem liniowym.          | 2                    |
| Wy4                          | Gry o nieskończonych zbiorach strategii. Gry wklęsło-wypukłe ze zwartymi zbiorami strategii. Gry z nieciągłymi wypłatami. Gry n-osobowe. | 2                    |
| Wy5                          | Zastosowania gier niekooperacyjnych w ekonomii. Problem duopolu.   | 2                    |
| Wy6                          | Udoskonalenia pojęcia równowagi. Równowagi skorelowane.  | 2                    |
| Wy7                          | Gry pozycyjne (gry w postaci ekstensywnej). Gry o doskonałej pamięci. Gry z pełną informacją. Twierdzenie Kuhna. Indukcja wsteczna.      | 4                    |
| Wy8                          | Gry rynkowe. Równowaga konkurencyjna.  | 2                    |
| Wy9                          | Problem przetargowy. Rozwiązanie Nasha i jego aksjomatyzacja.  | 2                    |
| Wy10                         | Groźby. Rozwiązanie arbitrażowe. Model Rubinsteina.  | 2                    |
| Wy11                         | Gry kooperacyjne w postaci funkcji charakterystycznej. Wartości Shapleya i   | 2                    |

|      |  |           |
|------|--|-----------|
|      | Banzhafa.  |           |
| Wy12 | Aksjomatyzacja i zastosowanie wartości Shapleya. | 2         |
| Wy13 | Aksjomatyzacja i zastosowanie wartości Banzhafa. | 2         |
| Wy14 | Rdzeń. Zbiory przetargowe.                       | 2         |
|      | Suma godzin                                      | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|--|----------------------|
| Ćw1                            | Proste algorytmy rozwiązywania gier dwumacierzowych. Szukanie równowag Nasha i równowag skorelowanych. Badanie własności równowag Nasha w grach o pewnych własnościach. Formułowanie problemu szukania równowag jako problemu optymalizacyjnego.   | 8                    |
| Ćw2                            | Zastosowania gier niekooperacyjnych w ekonomii.  | 4                    |
| Ćw3                            | Zapis praktycznych problemów jako gier pozycyjnych. Algorytmy szukania równowag Nasha w grach pozycyjnych. Badanie własności równowag w grach pozycyjnych.   | 6                    |
| Ćw4                            | Algorytmy szukania rozwiązań przetargowych i arbitrażowych w problemie przetargowym Nasha.   | 4                    |
| Ćw5                            | Zapis prostych gier w postaci funkcji charakterystycznej. Obliczanie wartości Shapleya i Banzhafa, rdzeni oraz zbiorów przetargowych dla konkretnych przykładów gier kooperacyjnych. Badanie własności rozwiązań gier kooperacyjnych. Zastosowania wartości Shapleya i Banzhafa w grach z głosowaniem. | 8                    |
|                                | Suma godzin  | <b>30</b>            |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta-przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_W01,PEK_W03,<br>PEK_U01,PEK_U02,<br>PEK_U05,PEK_K01,<br>PEK_K02 | kolokwium                                   |
| F2   | PEK_W02,PEK_W03,<br>PEK_U03,PEK_U04,<br>PEK_U05,PEK_K01,<br>PEK_K02 | kolokwium                                   |
| F3   | PEK_W01,PEK_W02,<br>PEK_W03,PEK_U01,<br>PEK_U02,PEK_U03,<br>PEK_U04 | odpowiedzi ustne                            |
| $P=0,45 \cdot F1 + 0,45 \cdot F2 + 0,1 \cdot F3$                                   |   |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Guillermo Owen. Teoria gier, PWN Warszawa 1975
- [2] Joel Watson. Strategia. Wprowadzenie do teorii gier, WNT Warszawa 2005.
- [3] Philip D. Straffin. Teoria gier, Wydawnictwo Naukowe Scholar 2004.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Martin J. Osborne, Ariel Rubinstein. A Course in Game Theory, MIT Press 2004.
- [2] Drew Fudenberg, Jean Tirole. Game Theory, MIT Press 1998.
- [3] Stef Tijss. Introduction to Game Theory, Hindustan Book Agency, New Delhi 2003.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

*Dr hab. inż. Anna Jaskiewicz (Anna.Jaskiewicz@pwr.wroc.pl)*

*Dr hab. Krzysztof Szajowski prof. nadzw. (Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl)*

*Dr Piotr Więcek (Piotr.Wiecek@pwr.wroc.pl)*

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ELEMENTY TEORII GIER  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>         | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b>        | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|-----------------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W12, K1MIS_W13, K1MIS_W17, K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT  | C1, C6                   | Wy1, Wy2, Wy3, Wy4, Wy6, Wy7      | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W12, K1MIS_W13, K1MIS_W17, K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT  | C2, C3, C6               | Wy9, Wy10, Wy11, Wy12, Wy13, Wy14 | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02, K1MIS_W12, K1MIS_W13, K1MIS_W17, K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT  | C5, C6                   | Wy5, Wy8, Wy12, Wy13              | 1, 3                                   |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U04, K1MIS_U05, K1MIS_U07, K1MIS_U08, K1MIS_U10, K1MIS_U13, K1MIS_U18, K1MIS_U23, K1MIS_U26, K1MIS_U27, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT | C4, C6                   | Ćw1, Ćw3                          | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U05, K1MIS_U07, K1MIS_U08, K1MIS_U10, K1MIS_U13, K1MIS_U18, K1MIS_U23, K1MIS_U26, K1MIS_U27, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT | C4, C6                   | Ćw1                               | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U05, K1MIS_U07, K1MIS_U08, K1MIS_U10, K1MIS_U13, K1MIS_U18, K1MIS_U23, K1MIS_U26, K1MIS_U27, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT | C4, C6                   | Ćw4                               | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U05, K1MIS_U07, K1MIS_U08, K1MIS_U10, K1MIS_U13, K1MIS_U18, K1MIS_U23, K1MIS_U26, K1MIS_U27, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT | C4, C6                   | Ćw5                               | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U05, K1MIS_U07, K1MIS_U08,  | C4, C6                   | Ćw1-Ćw5                           | 2, 3, 4                                |

|                                 |  |                           |                      |            |
|---------------------------------|--|---------------------------|----------------------|------------|
|                                 | K1MIS_U10, K1MIS_U13,<br>K1MIS_U18, K1MIS_U23,<br>K1MIS_U26, K1MIS_U27,<br>K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT |                           |                      |            |
| <b>PEK_K01</b><br>(kompetencje) | K1MIS_K01, K1MIS_K04,<br>K1MIS_K05, K1MIS_K07  | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy14,<br>Ćw1-Ćw5 | 1, 2, 3, 4 |
| <b>PEK_K02</b>                  | K1MIS_K01, K1MIS_K04,<br>K1MIS_K05, K1MIS_K07  | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy14,<br>Ćw1-Ćw5 | 1, 2, 3, 4 |
| PEK_K03                         | K1MIS_K01, K1MIS_K04,<br>K1MIS_K05, K1MIS_K07  | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy14,<br>Ćw1-Ćw5 | 1, 2, 3, 4 |

\*\* - z tabeli powyżej



|   |                   |
|---|-------------------|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>   |                   |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>   |                   |
| Nazwa w języku polskim <b>METODY MATEMATYCZNE W PRZEMYSŁE</b>                         |                   |
| Nazwa w języku angielskim <b>MATHEMATICAL METHODS IN INDUSTRY</b>                     |                   |
| Kierunek studiów (jeśli dotyczy): <b>Matematyka i Statystyka</b>                      |                   |
| Stopień studiów i forma: <b>I stopień*</b> , stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del> |                   |
| Rodzaj przedmiotu: <del>obowiązkowy</del> / wybieralny / <del>ogólnouczelniany*</del> |                   |
| Kod przedmiotu  | <b>MAT001620</b>  |
| Grupa kursów  | <b>TAK / NIE*</b> |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           |              |         | 30         |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

|   |
|---|
| <b>WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI</b> |
| Nie ma  |

|  |
|--|
| <b>CELE PRZEDMIOTU</b>   |
| C1 Poznanie podstawowych metod matematycznych stosowanych w technice: metodologia modelowania problemów przemysłowych. |

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań

PEK\_W02 zna zaawansowane techniki obliczeniowe, wspomagające prace matematyka i rozumie ich ograniczenia

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 rozpoznaje struktury matematyczne (np.algebraiczne, geometryczne) w teoriach fizycznych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | <i>Matematyka z inżynierskiego punktu widzenia</i>   | 4             |
| Wy2                   | <i>Metody matematyczne użyteczne w technice</i>  | 10            |
| Wy3                   | <i>Identyfikowanie problemów matematycznych w różnych zagadnieniach przemysłowych</i>      | 4             |
| Wy4                   | <i>Metodologia modelowania problemów przemysłowych</i>                                     | 4             |
| Wy5                   | <i>Rozwiązywanie problemów przemysłowych</i>   | 4             |
| Wy6                   | <i>Weryfikacja i implantacja rozwiązań matematycznych z inżynierskiego punktu widzenia</i> | 4             |
|                       | Suma godzin  | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - seminarium |   | Liczba godzin |
|--------------------------|---|---------------|
| Sem1                     | Prezentacje różnych problemów przemysłowych i rola matematyki w ich rozwiązaniu | 30            |
|                          | Suma godzin   | <b>30</b>     |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład tradycyjny z prezentacjami
2. Seminarium - prezentacje

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--------------------------|---|
| F1   | PEK_W01<br>PEK_W02       | zaliczenie                                  |

|                     |                    |         |
|---------------------|--------------------|---------|
| F2                  | PEK_U01<br>PEK_K01 | referat |
| P = 0.5*F1 + 0.5*F2 |                    |         |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

[1] A. Friedman, W. Littman, *Industrial Mathematics - A Course in Solving Real-World Problems*, SIAM, Philadelphia 1994

[2] M.D. Greenberg, *Advanced Engineering Mathematics*, Prentice Hall 1998

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

[1].E.Cumberbatch, A.Fitt, *Mathematical Modeling- Case Studies from Industry*, Cambridge University Press, 2001

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Wojciech Okraśiński ([wojciech.okrasiński@pwr.wroc.pl](mailto:wojciech.okrasiński@pwr.wroc.pl))

Mgr inż. Łukasz Płociniczak ([lukasz.plociniczak@pwr.wroc.pl](mailto:lukasz.plociniczak@pwr.wroc.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
METODY MATEMATYCZNE W PRZEMYSŁE  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> | <b>Sposób oceny</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|---------------------|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W13, K1MIS_W14, K1MIS_W15  | C1                       | Wy1-Wy7                    | 1                                      | F1                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W15  | C1                       | Wy1-Wy7                    | 1                                      | F1                  |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U07, K1MIS_U24   | C1                       | Se1                        | 2                                      | F2                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_U27, K1MIS_K01   | C1                       | Se1                        | 2                                      | F2                  |

\*\* - z tabeli powyżej

|   |  |
|---|--|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI<br/>KARTA PRZEDMIOTU</b>  |  |
| <b>Nazwa w języku polskim METODY MONTE CARLO</b>  |  |
| <b>Nazwa w języku angielskim MONTE CARLO METHODS</b>  |  |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka</b>  |  |
| <b>Stopień studiów i forma: I stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>                               |  |
| <b>Rodzaj przedmiotu: <del>obowiązkowy</del> / <del>wybieralny</del> / <del>ogólnouczelniany</del>*</b> |  |
| <b>Kod przedmiotu MAT001621</b>   |  |
| <b>Grupa kursów TAK</b>   |  |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa takie jak: zmienna losowa, rozkład prawdopodobieństwa, zbieżność rozkładów, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Opanowanie podstawowych technik generowania zmiennych losowych.  
 C2 Poznanie różnych sposobów obliczania całek za pomocą metody Monte Carlo.  
 C3 Poznanie sposobów znajdowania ekstremów funkcji za pomocą metody Monte Carlo

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

- PEK\_W01      Zna różne metody generowania zmiennych losowych.  
 PEK\_W02      Zna sposoby obliczania całek za pomocą metody Monte Carlo.  
 PEK\_W03      Ma wiedzę dotyczącą optymalizacji z wykorzystaniem metod Monte Carlo.

Z zakresu umiejętności:

- PEK\_U01      Potrafi generować zmienne losowe.  
 PEK\_U02      Umie obliczać całki za pomocą metody Monte Carlo.  
 PEK\_U03      Potrafi znaleźć ekstrema funkcji za pomocą metod Monte Carlo.

Z zakresu kompetencji społecznych:

- PEK\_K01 potrafi twórczo współżyć w grupie studenckiej, budować pozytywne więzi emocjonalne z jej członkami.  
 PEK\_K02 potrafi kulturalnie dyskutować, obiektywnie oceniać argumenty innych oraz racjonalnie tłumaczyć i uzasadniać własny punkt widzenia.  
 PEK\_K03 potrafi korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie wyszukiwać dodatkowe materiały w celu poszerzenia swojej wiedzy.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| <b>Forma zajęć – wykłady</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|------------------------------|--|----------------------|
| Wy1                          | Metody Monte Carlo. Historia. Podstawy teoretyczne.  | 2                    |
| Wy2                          | Liczby pseudolosowe. Symulowanie rozkładu jednostajnego.   | 2                    |
| Wy3                          | Generowanie zmiennych losowych o rozkładach ciągłych i dyskretnych – metoda odwracania dystrybuanty, algorytm Boxa-Mullera.                            | 4                    |
| Wyk4                         | Metoda akceptacji i odrzuceń.  | 2                    |
| Wyk5                         | Generowanie zmiennych losowych wielowymiarowych.   | 4                    |
| Wyk6                         | Zastosowanie metody Monte Carlo do obliczania całek.   | 2                    |
| Wyk7                         | Próbkowanie istotne.   | 2                    |
| Wyk8                         | Metody redukcji wariancji i przyspieszania zbieżności – losowanie warstwowe, metoda zmiennych kontrolnych, metoda zmiennych antyetycznych.             | 4                    |
| Wy9                          | Wykorzystanie metod Monte Carlo w zagadnieniach optymalizacji – stochastyczne przeszukiwanie, metoda gradientu stochastycznego, symulowane wyżarzanie. | 8                    |
| Suma godzin                  |  | <b>30</b>            |

| <b>Forma zajęć – laboratorium</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|-----------------------------------|---|----------------------|
| La1                               | Symulowanie rozkładu jednostajnego.   | 2                    |
| La2                               | Generowanie zmiennych losowych o rozkładach dyskretnych.  | 2                    |
| La3                               | Generowanie zmiennych losowych o rozkładach ciągłych.   | 4                    |
| La4                               | Generowanie zmiennych losowych za pomocą metody akceptacji i odrzuceń.  | 4                    |
| Lab5                              | Generowanie zmiennych losowych wielowymiarowych.  | 4                    |
| La5                               | Zastosowanie metody Monte Carlo do obliczania całek.  | 2                    |
| La6                               | Obliczanie całek za pomocą próbkowania istotnego  | 2                    |
| Lab7                              | Metody redukcji wariancji i przyspieszania zbieżności.  | 4                    |
| Lab8                              | Rozwiązywanie zagadnień optymalizacyjnych za pomocą metody Monte Carlo - stochastyczne przeszukiwanie, metoda gradientu stochastycznego, symulowane wyżarzanie. | 6                    |
| Suma godzin                       |   | <b>30</b>            |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowo-informacyjny– metoda tradycyjna.
2. Laboratorium komputerowe z użyciem pakietów Matlab lub R.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta – przygotowywanie raportów z przeprowadzonych analiz.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia           | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|------------------------------------|---|
| F1   | PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_K01 | Zaliczenie wykładu- kolokwium.              |
| F2   | PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_K01 | Projekty, sprawozdania.                     |
| $P=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$  |                                    |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] C. P. Robert; G. Casella, Monte Carlo statistical methods, Springer, New York, 2004.
- [2] S. Ross, Simulation, Academic Press, Boston, 2001.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] R. Zieliński, Metody Monte Carlo, WNT, Warszawa 1970.
- [2] P. Glasserman, Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer, New York, 2003.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. Maciej Wilczyński ([Maciej.Wilczynski@pwr.du.pl](mailto:Maciej.Wilczynski@pwr.du.pl))**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
METODY MONTE CARLO  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W16,<br>K1MIS_W22_SAD,<br>K1MIS_W20_MAT  | C1                       | Wy1-Wy5                    | 1,3                                    |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W16,<br>K1MIS_W22_SAD,<br>K1MIS_W20_MAT  | C2                       | Wy6-Wy8                    | 1,3                                    |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W16,<br>K1MIS_W22_SAD,<br>K1MIS_W20_MAT  | C3                       | Wy9                        | 1,3                                    |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U14, K1MIS_U15,<br>K1MIS_U32_SAD,<br>K1MIS_U30_MAT   | C1                       | La1-La5                    | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U14, K1MIS_U15,<br>K1MIS_U32_SAD,<br>K1MIS_U30_MAT   | C2                       | La5-La7                    | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U14, K1MIS_U15,<br>K1MIS_U32_SAD,<br>K1MIS_U30_MAT   | C3                       | La8                        | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K02  | C1-C3                    | Wy1-Wy9,<br>La1-La8        | 1,2,3                                  |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K03  | C1-C3                    | Wy1-Wy9,<br>La1-La8        | 1,2,3                                  |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K01  | C1-C3                    | Wy1-Wy9,<br>La1-La8        | 1,2,3                                  |

\*\* - z tabeli powyżej



|   |                  |
|---|------------------|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>   |                  |
| <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>   |                  |
| Nazwa w języku polskim <b>METODY NUMERYCZNE</b>                                       |                  |
| Nazwa w języku angielskim <b>Numerical Methods</b>                                    |                  |
| Kierunek studiów (jeśli dotyczy): <b>Matematyka i Statystyka</b>                      |                  |
| Stopień studiów i forma: <b>I stopień*</b> , stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del> |                  |
| Rodzaj przedmiotu: <del>obowiązkowy</del> / wybieralny / <del>ogólnouczelniany*</del> |                  |
| Kod przedmiotu  | <b>MAT001622</b> |
| Grupa kursów  | <b>TAK</b>       |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Znajomość analizy matematycznej
2. Znajomość algebry liniowej

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstawowych metod obliczeń naukowych i ich zastosowanie do prostych problemów z życia wziętych.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna zaawansowane techniki obliczeniowe, wspomagające pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia

PEK\_W02 zna na poziomie podstawowym co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń symbolicznych

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 rozpoznaje problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozwiązać algorytmicznie; potrafi dokonać specyfikacji takiego problemu

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych

| TREŚCI PROGRAMOWE |  |               |
|-------------------|--|---------------|
|                   | Forma zajęć - wykłady  | Liczba godzin |
| Wy1               | Programy Mathematica i Matlab  | 4             |
| Wy2               | Przegląd pakietów specjalistycznych w programach Mathematica i Matlab.             | 2             |
| Wy3               | Wykorzystanie pakietów specjalistycznych w różnych dziedzinach obliczeń naukowych. | 2             |
| Wy4               | Błędy w obliczeniach naukowych   | 2             |
| Wy5               | Rozwiązywanie równań algebraicznych  | 4             |
| Wy6               | Interpolacja i aproksymacja wielomianowa   | 2             |
| Wy7               | Całkowanie numeryczne  | 2             |
| Wy8               | Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych.                                     | 4             |
| Wy9               | Zastosowanie pakietów do rozwiązywania równań różniczkowych                        | 2             |
| Wy10              | Przykłady prostych obliczeń naukowych w problemach z życia wziętych                | 6             |
|                   | Suma godzin  | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - laboratorium |  | Liczba godzin |
|----------------------------|--|---------------|
| La1                        | Praktyczne zajęcia komputerowe związane z tematyką wykładu | 30            |
|                            | Suma godzin  | <b>30</b>     |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład tradycyjny z prezentacjami
2. laboratorium - przygotowanie programów, projekt

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia           |
|--|--------------------------|---|
| F1   | PEK_W01<br>PEK_W02       | zaliczenie  |
| F2   | PEK_U01<br>PEK_K01       | odpowiedzi ustne, przygotowanie programów i projektów |
| P=0.5*F1+0.5*F2  |                          |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Epperson, An Introduction to Numerical Methods and Analysis, John Wiley & Sons 2002  
 [2] K.Eriksson, D.Estep, P.Hansbo, C.Johnson, Computational Differential Equations, Cambridge University Press 1996

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] B.Barnes, G.R.Fulford, Mathematical Modelling with case studies. A differential equation approach using Maple, Taylor&Francis 2002  
 [2] J.D. Faires, R.Burden, Numerical Methods, Thompson Brooks/Cole 2003

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Wojciech Okrański ([Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl](mailto:Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl))  
 Łukasz Płociniczak ([Lukasz.Plociniczak@pwr.wroc.pl](mailto:Lukasz.Plociniczak@pwr.wroc.pl))

### MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU METODY NUMERYCZNE

#### Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe** | Numer narzędzia dydaktycznego** | Sposób oceny |
|--------------------------------|---|-------------------|---------------------|---------------------------------|--------------|
| PEK_W01 (wiedza)               | K1MIS_W14, K1MIS_W15  | C1                | Wy1-Wy10            | 1                               | F1           |
| PEK_W02                        | K1MIS_W15   | C1                | Wy1-Wy10            | 1                               | F1           |
| PEK_U01 (umiejętności)         | K1MIS_U07,<br>K1MIS_U24,<br>K1MIS_W13   | C1                | Wy1-Wy10,<br>La1    | 1,2                             | F2           |
| PEK_K01 (kompetencje)          | K1MIS_U27, K1MIS_K01  | C1                | La1                 | 2                               | F2           |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim: Modelowanie Rynków Finansowych**

**Nazwa w języku angielskim: Modelling Of Financial Markets**

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka**

**Stopień studiów i forma: I stopień, stacjonarna**

**Rodzaj przedmiotu: wybieralny**

**Kod przedmiotu: MAT001623**

**Grupa kursów: TAK**

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

**CELE PRZEDMIOTU**

C1. Poznanie podstawowych pojęć i wiedzy z zakresu rynków finansowych i dyskretnych modeli matematyki finansowej

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W1 Zna najważniejsze pojęcia dotyczące rynków finansowych

PEK\_W2 Zna podstawy z zakresu dyskretnych modeli finansowych

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U1 Potrafi konstruować dyskretne modele matematyczne, wykorzystywane w matematyce finansowej

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K1 Potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Inwestycje i inwestorzy, wartość pieniądza w czasie | 3             |
| Wy2                   | Rynek finansowy, giełdy                             | 3             |
| Wy3                   | Waluty, instrumenty dłużne, krzywa rentowności      | 4             |
| Wy4                   | Rynek kapitałowy, teoria portfela                   | 4             |
| Wy5                   | Kontrakty forward, futures i wymiany                | 4             |
| Wy6                   | Opcje   | 4             |
| Wy7                   | Model Blacka-Scholesa (-Mertona), model dwumianowy  | 4             |
| Wy8                   | Monte Carlo w finansach                             | 4             |
| <b>Suma godzin</b>    |   | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - laboratorium |   | Liczba godzin |
|----------------------------|---|---------------|
| La1                        | Zgodna z zawartością tematyczną wykładu | 30            |
| <b>Suma godzin</b>         |   | <b>30</b>     |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Laboratorium – metoda tradycyjna

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|----------------------------|---|
| F1   | PEK_W1<br>PEK_W2<br>PEK_K1 | Kolokwia, kartkówki                         |

|   |                  |                                       |
|---|------------------|---------------------------------------|
| F2  | PEK_U1<br>PEK_K1 | Odpowiedzi ustne, kolokwia, kartkówki |
| $P=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$   |                  |                                       |
| <b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) |                  |                                       |

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Weron, R. Weron (1998, ..., 2009) Inżynieria finansowa, WNT

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] E. J. Elton, M. J. Gruber (1998) Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierów wartościowych, WIG-Press  
[2] F. J. Fabozzi (1999) Rynki obligacji. Analiza i strategię, WIG-Press  
[3] R. A. Haugen (1997) Teoria nowoczesnego inwestowania, WIG-Press  
[4] J. Hull (1998) Kontrakty terminowe i opcje. Wprowadzenie, WIG-Press  
[5] K. Jajuga, K. Kuziak, P. Markowski (1998) Inwestycje finansowe, WAE  
[6] J. C. Ritchie (1997) Analiza fundamentalna, WIG-Press, Warszawa  
[7] A. Sopoćko (2005) Rynkowe instrumenty finansowe, PWN  
[8] P. Zielonka (2006, 2011) Behawioralne aspekty inwestowania na rynku papierów wartościowych, CeDeWu

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. Rafał Weron, prof. nadzw. PWr (Rafal.Weron@pwr.wroc.pl)**

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
 MODELOWANIE RYNKÓW FINANSOWYCH  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W1</b>                         | K1MIS_W01  | C1                       | Wy1-Wy8                    | 1                                      |
| <b>PEK_W2</b>                         | K1MIS_U04  | C1                       | Wy1-Wy8                    | 1                                      |
| <b>PEK_U1</b>                         | K1MIS_U04  | C1                       | La1                        | 2                                      |
| <b>PEK_K1</b>                         | K1MIS_K01, K1MIS_U27   | C1                       | Wy1-Wy8,<br>La1            | 1,2                                    |

## WYDZIAŁ MATEMATYKI

### KARTA PRZEDMIOTU

**Nazwa w języku polskim: Optymalizacja nieliniowa**

**Nazwa w języku angielskim: Nonlinear Optimization**

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): MATEMATYKA i STATYSTYKA**

**Stopień studiów i forma: 1 stopień, stacjonarna /niestacjonarna\***

**Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy/ wybieralny/ogólnouczelniany\***

**Kod przedmiotu MAT001624**

**Grupa kursów TAK / NIE**

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Algebra, Analiza matematyczna, elementy analizy funkcjonalnej, teoria prawdopodobieństwa

### CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie pojęć i metod programowania matematycznego.

C2 Poznanie sformułowań zadań programowania liniowego i kwadratowego.

C3 Poznanie podstaw analizy wypukłej i jej znaczenia dla programowania matematycznego.

C4 Nabycie umiejętności analizy warunków koniecznych i wystarczających dla zadań optymalizacji z ograniczeniami.

C5 Poznanie metody programowania dynamicznego.

C6 Zastosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01. Zna sformułowania zadań programowania matematycznego.

PEK\_W02. Ma podstawową wiedzę o zastosowaniach i znaczeniu zadań programowania matematycznego.



|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| PEK_W03.                           | Rozpoznaje sytuacje wymagające stosowania metod optymalizacji w celu rozwiązania praktycznych problemów.                          |
| PEK_W04.                           | Zna ograniczenia metod analitycznych i możliwości numerycznej analizy zadań optymalizacji.  |
| PEK_W05.                           | Zna randomizowane metody analizy zadań programowania matematycznego.  |
| Z zakresu umiejętności:            |   |
| PEK_U01.                           | Potrafi sformułować zadanie programowania matematycznego w dogodnej do analizy formie.  |
| PEK_U02.                           | Potrafi zastosować właściwy algorytm do rozwiązania zadania programowania matematycznego.   |
| PEK_U03.                           | Umie zastosować metody optymalizacji, i metody analityczne lub numeryczne ich analizy, w celu rozwiązania praktycznych problemów. |
| PEK_U04.                           | Potrafi rozpoznać zagadnienia optymalizacyjne do których właściwe metody oparte są na wykorzystaniu aparatu stochastycznego.      |
| Z zakresu kompetencji społecznych: |   |
| PEK_K01.                           | Potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu.                    |
| PEK_K02.                           | Potrafi wspomagać analizę modeli matematycznych stosownymi narzędziami informatycznymi.   |
| PEK_K03.                           | Rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.  |

| <b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>     |   |                      |
|------------------------------|---|----------------------|
| <b>Forma zajęć – wykłady</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
| Wy1                          | Wprowadzenie do programowania matematycznego. Programowanie liniowe. Programowanie kwadratowe. Sformułowanie zadania programowania kwadratowego. Algorytm Wolfe'a.  | 2                    |
| Wy2                          | Zadania optymalizacji bez ograniczeń. Warunki optymalności. Metoda gradientowa -- analiza zbieżności. Metoda Newtona i jej odmiany.   | 2                    |
| Wy3                          | Elementy analizy wypukłej. Stożek wypukły. Punkty ekstremalne zbioru wypukłego. Funkcje wypukłe. Zadania optymalizacji na zbiorach wypukłych. Kierunki dopuszczalne i zastosowanie modyfikacji kierunków. | 6                    |
| Wy4                          | Programowanie nieliniowego. Charakteryzacja ekstremów: warunki konieczne i wystarczające. Przykłady zadań programowania nieliniowego.   | 4                    |
| Wy5                          | Teoria mnożników Lagrange'a. Warunki konieczne ekstremum przy ograniczeniach w postaci równości. Metoda funkcji kary. Metoda eliminacji. Funkcja Lagrange'a.  | 4                    |
| Wy6                          | Ograniczenia w postaci nierówności. Warunki optymalności Karush-Kuhn-Tucker. Wypukłe funkcjonały kosztów i liniowe ograniczenia   | 2                    |
| Wy7                          | Programowanie dynamiczne.   | 2                    |
| Wy8                          | Deterministyczne modele sterowania z czasem dyskretnym.   | 2                    |
| Wy9                          | Stochastyczne systemy sterowania z czasem dyskretnym.   | 4                    |
| Wy10                         | Podsumowanie  | 2                    |

|             |           |
|-------------|-----------|
| Suma godzin | <b>30</b> |
|-------------|-----------|

| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1.                           | Ilustracja metody simpleks. Przykłady zadań programowania kwadratowego.   | 4                    |
| Ćw2.                           | Zagadnienia ilustrujące własności funkcji wypukłych i zbiorów wypukłych.  | 4                    |
| Ćw3.                           | Przykłady z zastosowaniem wewnętrznej i zewnętrznej funkcji kary. Ilustracja algorytmów: Schmitta-Foxa, Rosenbrocka, Carolla. Metody z zastosowaniem modyfikacji kierunków. | 2                    |
| Ćw4.                           | Pojęcie dualności a programowanie wypukłe. Funkcje sprzężone. Punkty siodłowe w grach i twierdzenie minimaksowe. Problem liniowej komplementarności i algorytm Lemekego.    | 4                    |
| Ćw5.                           | Metody z zastosowaniem wewnętrznej i zewnętrznej funkcji kary. Przykłady algorytmów: Schmitta-Foxa, Rosenbrocka, Carolla. Metody z zastosowaniem modyfikacji kierunków.     | 4                    |
| Ćw6.                           | Metody losowego poszukiwania ekstremum. Bezpośrednia metoda Monte Carlo. Metoda losowego gradientu.   | 4                    |
| Ćw7.                           | Przykłady zadań programowania stochastycznego – modele i metody.  | 4                    |
| Ćw8.                           | Przykład ilustrujące metodę programowania dynamicznego  | 2                    |
| Ćw9.                           | Kolokwium   | 2                    |
| Suma godzin                    |   | <b>30</b>            |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta-przygotowanie do ćwiczeń.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_K01<br>PEK_K02            | odpowiedzi ustne, kartkówki                 |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03 | kolokwium                                   |

|                 |  |  |
|-----------------|--|--|
|                 | PEK_U04<br>PEK_K01<br>PEK_K02<br>PEK_K03 |  |
| P=0,4*F1+0,6*F2 |  |  |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Dimitri P. Bertsekas: Nonlinear Programming, Athena Scientific, Belmont, MA: 1999.
- [2] Bertsekas, Dimitri P. and Nedic, Angelia and Ozdaglar, Asuman E., Convex Analysis and Optimization, Athena Scientific, Belmont, MA: 2003.
- [3] Bela Martos, Programowanie nieliniowe, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1983.
- [4] Andrzej Ruszczyński, Nonlinear optimization, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2006.
- [5] R. Dautray, J. L. Lions, Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology, Springer, Berlin 1988-1993.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] K. Atkinson, W. Han, Theoretical Numerical Analysis – A Functional Analysis Framework, Springer, 2001.
- [2] A. Bjork, G. Dahlquist, Metody numeryczne, PWN, Warszawa 1987.
- [3] B. P. Flannery, W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, Numerical Recipes in C, Cambridge 1992.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Prof. Krzysztof Szajowski ([krzysztof.szajowski@pwr.wroc.pl](mailto:krzysztof.szajowski@pwr.wroc.pl))  
 Dr inż. Piotr Więcek ([Piotr.wiecek@pwr.wroc.pl](mailto:Piotr.wiecek@pwr.wroc.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
OPTIMALIZACJA NIELINIOWA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>  | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|---|--------------------------|----------------------------|--|
| PEK_W01<br>(wiedza)                   | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W03, K1MIS_W10,<br>K1MIS_W12, K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,<br>K1MIS_W20_MAT,<br>K1MIS_W21_MAT            | C1—C3                    | Wy1—Wy3                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W02                               | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W03, K1MIS_W10,<br>K1MIS_W12, K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,<br>K1MIS_W20_MAT,<br>K1MIS_W21_MAT            | C2—C4                    | Wy2—Wy5                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W03                               | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W03, K1MIS_W10,<br>K1MIS_W12, K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14,<br>K1MIS_W20_MAT,<br>K1MIS_W21_MAT            | C2—C4                    | Wy4—Wy8                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W04                               | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W03, K1MIS_W10,<br>K1MIS_W12, K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14, K1MIS_W15,<br>K1MIS_W20_MAT,<br>K1MIS_W21_MAT | C4—C6                    | Wy8—Wy9                    | 1,3,4                                  |
| PEK_W05                               | K1MIS_W01, K1MIS_W02,<br>K1MIS_W03, K1MIS_W10,<br>K1MIS_W12, K1MIS_W13,<br>K1MIS_W14, K1MIS_W15,<br>K1MIS_W20_MAT,<br>K1MIS_W21_MAT | C4—C6                    | Wy8—Wy10                   | 1,3,4                                  |
| PEK_U01<br>(umiejętności)             | K1MIS_U01, K1MIS_U05,<br>K1MIS_U10, K1MIS_U11,<br>K1MIS_U12, K1MIS_U13,<br>K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT                          | C1—C3                    | Ćw1-Ćw9                    | 2,3,4                                  |
| PEK_U02                               | K1MIS_U01, K1MIS_U05,<br>K1MIS_U10, K1MIS_U11,<br>K1MIS_U12, K1MIS_U13,<br>K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT                          | C1—C3                    | Ćw1-Ćw9                    | 2,3,4                                  |
| PEK_U03                               | K1MIS_U01, K1MIS_U05,<br>K1MIS_U10, K1MIS_U11,<br>K1MIS_U12, K1MIS_U13,   | C2—C5                    | Ćw1-Ćw9                    | 2,3,4                                  |

|                          |  |                           |                      |            |
|--------------------------|--|---------------------------|----------------------|------------|
|                          | K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT  |                           |                      |            |
| PEK_U04                  | K1MIS_U01, K1MIS_U05,<br>K1MIS_U10, K1MIS_U11,<br>K1MIS_U12, K1MIS_U13,<br>K1MIS_U30_MAT,<br>K1MIS_U31_MAT | C4—C6                     | Ćw1-Ćw9              | 2,3,4      |
| PEK_K01<br>(kompetencje) | K1MIS_K01, K1MIS_K03,<br>K1MIS_K04, K1MIS_K05,<br>K1MIS_K06  | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy10,<br>Ćw1-Ćw9 | 1, 2, 3, 4 |
| PEK_K02                  | K1MIS_K01, K1MIS_K03,<br>K1MIS_K04, K1MIS_K05,<br>K1MIS_K06  | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy10,<br>Ćw1-Ćw9 | 1, 2, 3, 4 |
| PEK_K03                  | K1MIS_K01, K1MIS_K03,<br>K1MIS_K04, K1MIS_K05,<br>K1MIS_K06K2MIS_K07                                       | C1, C2, C3,<br>C4, C5, C6 | Wy1-Wy10,<br>Ćw1-Ćw9 | 1, 2, 3, 4 |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Podstawy Geometrii Różniczkowej  
**Nazwa w języku angielskim** Introduction To Differential Geometry  
**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka  
**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna  
**Rodzaj przedmiotu:** wybieralny  
**Kod przedmiotu** MAT001625  
**Grupa kursów** TAK

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość:

1. Analizy matematycznej: rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej zmiennej, różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, pochodna cząstkowa i pochodna kierunkowa, macierz Jacobiego i jacobian, reguła łańcucha dla odwzorowań wektorowych, pola wektorowe, twierdzenie o funkcji uwikłanej.
2. Algebry: przestrzenie liniowe, baza i wymiar przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowe, operatory liniowe i ich niezmienniki, iloczyn skalarny i wektorowy oraz ich własności, wyznaczniki.
3. Topologii: pojęcie i własności metryki, topologia indukowana, podstawowe własności odwzorowań ciągłych i homeomorfizmów.
4. Równań różniczkowych zwyczajnych: twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równania różniczkowego, równania różniczkowe zwyczajne pierwszego i drugiego rzędu, równania różniczkowe liniowe.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Wykorzystanie metod analitycznych i algebraicznych na rozmaitościach niskiego wymiaru: krzywych i powierzchniach.
- C2 Poznanie różnego typu krzywych i pojęć je opisujących.
- C3 Umiejętność parametryzacji krzywej, wyznaczenia reperu Freneta krzywej, obliczenia krzywizny i skręcenia krzywej.
- C4 Umiejętność wyznaczenia I i II formy podstawowej powierzchni i związanych z nimi pojęć.
- C5 Poznanie różnych typów powierzchni.
- C6 Umiejętność wyznaczenia prostych przykładów geodezyjnych na powierzchniach.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

- PEK\_W01 zna definicję krzywej gładkiej, regularnej; zna definicję reperu Freneta, krzywizny i skręcenia krzywej oraz interpretacje geometryczne tych pojęć; formułuje twierdzenie podstawowe teorii krzywych
- PEK\_W02 przedstawia definicję powierzchni i potrafi podać przykłady powierzchni; zna pojęcie oraz sposób konstrukcji przestrzeni stycznej; zna pojęcie orientowalności powierzchni i jej interpretację geometryczną, potrafi podać przykłady powierzchni nieorientowalnych
- PEK\_W03 definiuje pierwszą formę podstawową powierzchni i koneksję Levi-Civity; potrafi wskazać najważniejsze własności koneksji; zna definicję symboli Christoffela, ich własności i wie czym jest przeniesienie równoległe wzdłuż krzywej; zna definicję krzywej geodezyjnej i potrafi podać jej interpretację geometryczną
- PEK\_W04 potrafi podać definicję drugiej formy podstawowej powierzchni; zna definicję i własności operatora Weingartena; zna definicję krzywizn głównych, krzywizny średniej i powierzchni minimalnej; potrafi podać przykłady powierzchni minimalnych
- PEK\_W05 zna definicję odwzorowania Gaussa i krzywizny Gaussa powierzchni, a także ich interpretację geometryczną; podaje definicję punktów hiperbolicznych, eliptycznych i parabolicznych; potrafi sformułować twierdzenie Theorema Egregium i podać wnioski z niego płynące; zna wzory Codazziego; przedstawia twierdzenie podstawowe teorii powierzchni

Z zakresu umiejętności student:

- PEK\_U01 potrafi zbadać krzywą zadaną w dowolnej parametryzacji; wyznaczyć reper Freneta, obliczyć krzywiznę i skręcenie krzywej; dowodzić twierdzeń związanych z krzywizną i skręceniem
- PEK\_U02 potrafi wyprowadzić wzory na parametryzację powierzchni, obliczyć przestrzeń

|  |  |
|--|--|
|  | styczną i normalną do powierzchni  |
| PEK_U03                                    | potrafi obliczyć współczynniki Christoffela; potrafi wyznaczyć równania geodezyjnych a także sprawdzić czy zadana krzywa jest geodezyjną                   |
| PEK_U04                                    | potrafi wyznaczyć krzywizny główne, średnią i Gaussa; określić czy dana powierzchnia jest minimalna, ma stałą krzywiznę średnią, ma stałą krzywiznę Gaussa |
| Z zakresu kompetencji społecznych student: |  |
| PEK_K01                                    | szczegółowo analizuje problem i stosuje we właściwy sposób odpowiednie dla danego zadania lub problemu metody  |
| PEK_K02                                    | zdobywa świadomość obowiązku systematycznej pracy  |
| PEK_K03                                    | stara się precyzyjnie wysławać i jest zdolny przekazywać informacje danej grupie   |
| PEK_K04                                    | potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę   |
| PEK_K05                                    | potrafi poradzić sobie ze stresem i presją czasu   |

| <b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>     |  |                      |
|------------------------------|--|----------------------|
| <b>Forma zajęć - wykłady</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
| Wy1                          | Twierdzenia i definicje z analizy wektorowej i algebry liniowej – uporządkowanie faktów wykorzystywanych w geometrii różniczkowej.   | 1                    |
| Wy2                          | Krzywa w $R^3$ . Długość krzywej regularnej. Parametryzacja naturalna. Wektor styczny, normalny główny i binormalny - reper Freneta. Krzywizna i skręcenie - interpretacja geometryczna. Twierdzenie podstawowe teorii krzywych. | 6                    |
| Wy3                          | Powierzchnia. Mapa i parametryzacja. Przestrzeń styczna. Pole wektorowe. Wektor normalny. Orientacja.  | 4                    |
| Wy4                          | Pierwsza forma podstawowa powierzchni. Koneksja Levi-Civity. Symbole Christoffela. Równoległe pole wektorowe. Przeniesienie równoległe wzdłuż krzywej. Geodezyjna i jej interpretacja geometryczna.                              | 6                    |
| Wy5                          | Druga forma podstawowa powierzchni. Krzywizny główne. Krzywizna średnia. Powierzchnie minimalne. Powierzchnie o stałej krzywiznie średniej – sfera, pseudosfera.   | 6                    |
| Wy6                          | Krzywa na powierzchni. Krzywizny geodezyjna i normalna. Odwzorowanie i krzywizna Gaussa. Theorema Egregium. Wzory Codazziego. Twierdzenie podstawowe teorii powierzchni.   | 7                    |
|                              | Suma godzin  | <b>30</b>            |



| <b>Forma zajęć - ćwiczenia</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|---|----------------------|
| Ćw1                            | Badanie krzywych: sprawdzanie regularności krzywej, znajdowanie parametryzacji naturalnej krzywej, obliczanie długości krzywej, wyznaczenie repery Freneta krzywej, obliczanie krzywizny i skręcenia. | 6                    |
| Ćw2                            | Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest parametryzacją powierzchni, wskazywanie parametryzacji powierzchni. Wyznaczanie równania płaszczyzny stycznej do powierzchni.                                  | 6                    |
| Ćw3                            | Wyznaczanie pierwszej formy kwadratowej dla danych powierzchni. Obliczanie symboli Christoffela. Znajdowanie krzywych geodezyjnych na powierzchniach.   | 6                    |
| Ćw4                            | Wyznaczanie drugiej formy kwadratowej dla danych powierzchni. Obliczenie krzywizny średniej.  | 6                    |
| Ćw5                            | Obliczanie krzywizny Gaussa. Znajdowanie punktów eliptycznych, hiperbolicznych i parabolicznych na powierzchniach.  | 6                    |
| Suma godzin                    |   | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>   |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład w formie tradycyjnej.</li> <li>2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe w formie tradycyjnej.</li> <li>3. Konsultacje.</li> <li>4. Ćwiczenia zadawane „do domu” .</li> <li>5. Kolokwium zaliczeniowe sprawdzające nabytą wiedzę oraz umiejętności.</li> </ol> |

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))</b> | <b>Numer efektu kształcenia</b>                               | <b>Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia</b>    |
|---|---|---|
| F1  | PEK_U01 - PEK_U04,<br>PEK_W01 - PEK_W05,<br>PEK_K01 - PEK_K05 | odpowiedzi ustne, kartkówki, zadania domowe, kolokwia |
| P=F1  |   |   |

| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>   |
|--|
| <p><b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b></p> <p>[1] J. Gancarzewicz, B. Opozda, Wstęp do geometrii różniczkowej, Wydawnictwo UJ, Kraków 2003.</p> <p>[2] J. Oprea, Geometria różniczkowa i jej zastosowania, PWN, Warszawa 2002.</p> <p>[3] A. Goetz, Geometria różniczkowa, PWN, Warszawa 1965.</p> <p>[4] B. Gdowski, Elementy geometrii różniczkowej z zadaniami, OWPW, 2005.</p> <p><b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b></p> |

- |  |
|--|
| [1] S. Montiel, A. Ros, Curves and surfaces, Graduate studies in mathematics, Vol. 69, AMS RSME, 2005. |
| [2] M. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1986.                    |

|  |
|--|
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b> |
|--|

|  |
|--|
| <b>Dr hab. Marian Hotłoś (Marian.Hotlos@pwr.wroc.pl)</b> |
|--|

|   |
|---|
| <b>Dr Karina Olszak (Karina.Olszak@pwr.wroc.pl)</b> |
|---|

|  |
|--|
| <b>Prof. dr hab. Zbigniew Olszak (Zbigniew.Olszak@pwr.wroc.pl)</b> |
|--|

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
 PODSTAWY GEOMETRII RÓŻNICZKOWEJ  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W03, K1MIS_W12, K1MIS_W20_MAT  | C1, C2, C3               | Wy1, Wy2                   | 1, 3, 5                                |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W03, K1MIS_W12, K1MIS_W20_MAT  | C1, C4, C5               | Wy1, Wy3, Wy5              | 1, 3, 5                                |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W03, K1MIS_W12, K1MIS_W20_MAT  | C1, C4, C6               | Wy1, Wy4                   | 1, 3, 5                                |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W03, K1MIS_W12, K1MIS_W20_MAT  | C1, C4, C5               | Wy1, Wy5                   | 1, 3, 5                                |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W03, K1MIS_W12, K1MIS_W20_MAT  | C1, C4, C5               | Wy1, Wy6                   | 1, 3, 5                                |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U05, K1MIS_U08, K1MIS_U11, K1MIS_U30_MAT   | C1, C2, C3               | Ćw1                        | 2, 3, 4, 5                             |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U05, K1MIS_U08, K1MIS_U11, K1MIS_U30_MAT   | C1, C4, C5               | Ćw2                        | 2, 3, 4, 5                             |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U05, K1MIS_U08, K1MIS_U11, K1MIS_U30_MAT   | C1, C4, C5, C6           | Ćw3                        | 2, 3, 4, 5                             |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U05, K1MIS_U08, K1MIS_U11, K1MIS_U30_MAT   | C1, C4, C5               | Ćw4, Ćw5                   | 2, 3, 4, 5                             |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K03  | C1 - C6                  | Wy1- Wy6<br>Ćw1 - Ćw5      | 1, 2, 3, 4, 5                          |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01  | C1 - C6                  | Wy1- Wy6<br>Ćw1 - Ćw5      | 1, 2, 3, 4, 5                          |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K02  | C1 - C6                  | Ćw1 - Ćw5                  | 2,3                                    |
| <b>PEK_K04</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K04   | C1 - C6                  | Wy1- Wy6<br>Ćw1 - Ćw5      | 1, 2, 3, 4, 5                          |
| <b>PEK_K05</b>                        | K1MIS_K06  | C1 - C6                  | Ćw1 - Ćw5                  | 5                                      |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Podstawy Teorii Informacji

**Nazwa w języku angielskim** Introduction to Information Theory

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i Statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy-~~ wybieralny / ~~ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAT001626

**Grupa kursów** TAK / ~~NIE\*~~

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Podstawy algebry, analizy matematycznej i rachunku prawdopodobieństwa.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1. Poznanie podstawowych pojęć teorii informacji.
- C2. Opanowanie podstawowej wiedzy na temat optymalnych systemów identyfikacji elementów zbioru i ich konstrukcji.
- C3. Poznanie pojęcia entropii i jej własności.
- C4. Poznanie zagadnień występujących przy przesyłaniu informacji w kanałach transmisyjnych z szumem.
- C5. Nabycie umiejętności stosowania metod teorii liczb i teorii ciał skończonych w zagadnieniach teorii informacji.
- C6. Poznanie różnych typów kodów i ich konstrukcji.
- C7. Opanowanie technik obliczeniowych związanych z wprowadzonymi modelami.
- C8. Stosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01. Zna konstrukcję podstawowych pojęć teorii informacji, w tym definicję jednostki informacji, pojęcie entropii, identyfikacji elementu zbioru. Zna własności entropii.

PEK\_W02. Zna konstrukcję optymalnego systemu identyfikacji elementów zbioru skończonego o znanych prawdopodobieństwach ich występowania metodą Huffmana.

PEK\_W03. Posiada wiedzę na temat kodowania wiadomości i zastosowania tej operacji. Zna podstawy matematyczne konstrukcji kodów grupowych, liniowych, blokowych.

PEK\_W04. Zna ograniczenia stosowalności metod teorii informacji.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01. Potrafi zastosować podstawowe pojęć teorii informacji, w tym definicję jednostki informacji oraz entropię.

PEK\_U02. Potrafi wykonać konstrukcję optymalnego systemu identyfikacji elementów zbioru skończonego o znanych prawdopodobieństwach ich występowania metodą Huffmana.

PEK\_U03. Potrafi stosować pojęcia i twierdzenia teorii liczb i algebry w konstrukcjach kodów grupowych, liniowych, blokowych.

PEK\_U04. Potrafi uzasadnić poprawność konstrukcji kodu przez wyznaczenie jego parametrów.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01. potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu.

PEK\_K02. Rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Bez pamięciowe źródło wiadomości. Identyfikacja elementów zbioru. Jednostka ilości informacji. Entropia. Nierówność Krafta.  | 4             |
| Wy2                   | Optymalne systemy identyfikacji elementów źródła. Twierdzenie o istnieniu optymalnego systemu identyfikacji. Metoda Huffmana konstrukcji systemu optymalnego                   | 6             |
| Wy3                   | Własności entropii. Aksjomaty Faddiejewa. Informacja w kanałach transmisyjnych.  | 2             |
| Wy4                   | Pojęcie kodu. Kodowanie wiadomości. Pierwsze twierdzenie Shannona. Kody Huffmana. Entropia a priori i entropia a posteriori.   | 4             |
| Wy5                   | Kody blokowe. Kody liniowe. Ciała skończone. Kody cykliczne.   | 4             |
| Wy6                   | Kody Reeda-Salomona i ich uogólnienia.   | 4             |
| Wy7                   | Maszyna Turinga, złożoność informacyjna Kołmogorowa i jej własności. Liczba Chaitina. Złożoność informacyjna Kołmogorowa a entropia Shannona - uniwersalny test Martina Loffa. | 4             |
| Wy8                   | Podsumowanie   | 2             |
|                       | Suma godzin  | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia | Liczba godzin |
|-------------------------|---------------|
|-------------------------|---------------|

|     |  |           |
|-----|--|-----------|
| Ćw1 | Ilustracja pojęć podstawowych takich jak: bezpamięciowe źródło wiadomości, jednostka informacji, entropia. Zastosowanie nierówność Krafta. | 4         |
| Ćw2 | Wyznaczanie optymalne systemy identyfikacji elementów źródła z zastosowaniem twierdzenie o istnieniu optymalnego systemu identyfikacji.    | 6         |
| Ćw3 | Badanie własności entropii i analiza aksjomatów Faddiejewa. Wyliczanie informacja w kanałach transmisyjnych.                               | 2         |
| Ćw4 | Ilustracja kodów przez kodowanie prostych zbiorów wiadomości.  | 4         |
| Ćw5 | Konstrukcja kodów blokowych i liniowych. Obliczenia w ciałach skończonych. Zastosowanie do kodów cyklicznych.                              | 4         |
| Ćw6 | Konstrukcja kodów Reeda-Salomona i ich uogólnień.  | 6         |
| Ćw7 | Pojęcie złożoności informacyjnej Kołmogorowa i jej wykorzystanie.  | 2         |
| Ćw8 | Podsumowanie   | 2         |
|     | Suma godzin  | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta-przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_K01<br>PEK_K02                       | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia       |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_K01 | egzamin                                     |
| $P=0,4*F1+0,6*F2$  |   |   |

|  |
|--|
| <b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b> |
|--|

|                                      |
|--------------------------------------|
| <b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b> |
|--------------------------------------|

- |   |
|---|
| [1] Abramson N.: Teoria informacji i kodowania, PWN, Warszawa 1969.<br>[2] Birkhoff, G.; Bartee, T.C.: Współczesna algebra stosowana, PWN Warszawa 1983 |
|---|

|   |
|---|
| <b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b> |
|---|

- |  |
|--|
| [3] Nowakowski J., Sobczak W.: Teoria informacji, WNT, Warszawa 1970.<br>[4] Sebastià Xambó-Descamps: Block Error-Correcting Codes, A Computational Primer, Springer 2003.<br>[5] W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, vol. I, PWN, Warszawa, 1966.<br>[6] Gareth A. Jones and J. Mary Jones, Information and coding theory, Springer, New York, 2000.<br>[7] Claude E. Shannon and Warren Weaver, The mathematical theory of communication., University of Illinois Press., Urbana, Ill., 1949. |
|--|

|  |
|--|
| <b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b> |
|--|

|   |
|---|
| <b>Prof. dr hab. inż. Krzysztof Szajowski</b> |
|---|

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Podstawy Teorii Informacji**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W06, K1MIS_W12, K1MIS_W13, K1MIS_W14, K1MIS_W17, K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT  | C1, C2, C3, C4           | Wy1, Wy2, Wy3, Wy7, Wy8    | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W06, K1MIS_W12, K1MIS_W13, K1MIS_W14, K1MIS_W17, K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT  | C4, C5, C6, C7           | Wy2, Wy4, Wy5              | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W06, K1MIS_W12, K1MIS_W13, K1MIS_W14, K1MIS_W17, K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT  | C5, C6, C7, C8           | Wy4, Wy5, Wy6, Wy8         | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W06, K1MIS_W12, K1MIS_W13, K1MIS_W14, K1MIS_W17, K1MIS_W20_MAT, K1MIS_W21_MAT  | C7, C8                   | Wy7, Wy8                   | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U04, K1MIS_U08, K1MIS_U09, K1MIS_U26, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT   | C1, C2, C3, C4           | Ćw1, Ćw2, Ćw3, Ćw7, Ćw8    | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U08, K1MIS_U09, K1MIS_U26, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT   | C4, C5, C6               | Ćw2, Ćw4, Ćw5              | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U08, K1MIS_U09, K1MIS_U26, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT   | C6, C7, C8               | Ćw4, Ćw5, Ćw6, Ćw8         | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U04, K1MIS_U08, K1MIS_U09, K1MIS_U26, K1MIS_U30_MAT, K1MIS_U31_MAT   | C7, C8                   | Ćw7, Ćw8                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K04  | C1—C8                    | Wy1—Wy8<br>Ćw1—Ćw8         | 1, 2, 3, 4                             |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K03, K1MIS_K04  | C1—C8                    | Wy1—Wy8<br>Ćw1—Ćw8         | 1, 2, 3, 4                             |

\*\* - z tabeli powyżej



**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim Wstęp Do Układów Dynamicznych**

**Nazwa w języku angielskim An Introduction To Dynamical Systems M1**

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka i Statystyka**

**Stopień studiów i forma: I stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\***

**Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\*~~**

**Kod przedmiotu MAT001629**

**Grupa kursów TAK / NIE\***

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  | 30        |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Podstawy algebry, topologii, teorii miary i analizy funkcjonalnej.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie najważniejszych typów układów dynamicznych

C2 Zdobycie wiedzy na temat różnych własności pozwalających na rozróżnienie układów dynamicznych, w sensie izomorfizmu bądź sprzężenia

C3 Zapoznanie z różnymi aspektami zjawiska powracania i z konsekwencjami twierdzeń ergodycznych

C4 Zdobycie podstawowej wiedzy o topologicznych układach dynamicznych i ich własnościach

C5 Poznanie pojęcia entropii teorii-miarowej i entropii topologicznej; związków pomiędzy tymi pojęciami i ich interpretacjami.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, student:

PEK\_W01 zna fundamentalne modele układów dynamicznych (obroty, przesunięcia, topologiczne łańcuchy Markowa)

PEK\_W02 rozumie rolę układów dynamicznych w badaniu ewolucji zjawisk opisywanych przez modele matematyczne; rozumie pojęcie izomorfizmu i sprzężenia topologicznego

PEK\_W03 zna twierdzenie Poincarego o powracaniu oraz podstawowe twierdzenia ergodyczne (von Neumanna i Birkhoffa)

PEK\_W04 dobrze rozumie znaczenie pojęć takich jak ergodyczność, mieszanie, słabe mieszanie, tranzytywność, minimalność, mieszanie topologiczne, distalność

PEK\_W05 zna definicje entropii oraz entropii topologicznej; rozumie znaczenie tych wielkości.

Z zakresu umiejętności, student:

PEK\_U01 zna podstawowe własności układów dynamicznych, potrafi je stosować do zagadnień identyfikacji (bądź rozróżniania) układów, potrafi stosować pojęcie faktora miarowego i topologicznego

PEK\_U02 potrafi sprawdzić własności spektralne, ergodyczności bądź mieszania w odpowiednich klasach układów dynamicznych

PEK\_U03 potrafi stosować twierdzenia ergodyczne

PEK\_U04 potrafi badać podstawowe własności topologicznych układów dynamicznych, takie jak minimalność czy mieszanie topologiczne

PEK\_U05 zna pojęcie entropii, potrafi wyznaczyć entropię teorii-miarową bądź topologiczną układu (dla odpowiednich klas układów)

PEK\_U06 potrafi interpretować entropię w zagadnieniach kodowania układów, w zagadnieniach powracania i w elementarnej teorii informacji

Z zakresu kompetencji społecznych, student:

PEK\_K01 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury naukowej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę

PEK\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania

PEK\_K03 rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej, postępuje uczciwie

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć – wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Naturalne przykłady układów dynamicznych: teorii-miarowe (teoria ergodyczna), topologiczne (dynamika topologiczna) oraz inspirowane teorią równań różniczkowych (gładkie układy dynamiczne). | 2             |
| Wy2                   | Zjawisko powracania, przekształcenie indukowane. Twierdzenie Poincarego, lemat Kaca.   | 2             |
| Wy3                   | Pojęcia ergodyczności, słabego mieszania i mocnego mieszania. Różne charakterystyki tych pojęć. Twierdzenia ergodyczne: von Neumanna oraz Birkhoffa.   | 4             |
| Wy4                   | Pojęcie faktora miarowego oraz topologicznego, izomorfizmu oraz sprzężenia topologicznego.   | 2             |
| Wy5                   | Elementy dynamiki topologicznej: tranzytywność, minimalność, mieszanie, równościowość, distalność. Zbiór miar niezmienniczych  | 4             |

|     |  |           |
|-----|--|-----------|
|     | topologicznego układu dynamicznego, twierdzenie Bogoliubowa.   |           |
| Wy6 | Elementy teorii spektralnej układów dynamicznych.  | <b>4</b>  |
| Wy7 | Definicja entropii teorio-miarowej. Twierdzenie Kołmogorowa-Sinaja. Twierdzenie Kriegera o skończonym generatorze oraz Ornsteina o izomorfizmie układów Bernoulliego.        | <b>4</b>  |
| Wy8 | Definicja entropii topologicznej, przykłady obliczania entropii. Własności funkcji entropii na sympleksie miar niezmienniczych. Zasada Wariacyjna.                           | <b>4</b>  |
| Wy9 | Różne interpretacje entropii: twierdzenie Shannona-McMillana-Breimana, twierdzenie Ornsteina-Weissa, entropia a kody prefiksowe, kompresja danych, rozszerzenia symboliczne. | <b>4</b>  |
|     | Suma godzin  | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć – ćwiczenia</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|--------------------------------|--|----------------------|
| Ćw1                            | Elementarne układy dynamiczne pochodzenia teorio-miarowego i topologicznego.   | <b>2</b>             |
| Ćw2                            | Przykłady ilustrujące zjawisko powracania i lemat Kaca.  | 2                    |
| Ćw3                            | Przykłady ilustrujące ergodyczność, słabe mieszanie i mocne mieszanie. Zastosowania twierdzeń ergodycznych.                              | 4                    |
| Ćw4                            | Konstrukcje czynników miarowych i topologicznych. Izomorfizm a własności ergodyczne.   | 4                    |
| Ćw5                            | Przykłady układów tranzytywnych, minimalnych. Badanie równości i distalności układów. Zastosowania twierdzenia Bogoliubowa.              | 2                    |
| Ćw6                            | Elementy teorii spektralnej: przegląd różnych typów spektrum.  | 4                    |
| Ćw7                            | Wyznaczanie entropii teorio-miarowej. Zastosowania twierdzenia Kriegera oraz twierdzenia Ornsteina o izomorfizmie układów Bernoulliego.  | 4                    |
| Ćw8                            | Przykłady wyznaczania entropii topologicznej. Układy ekspansywne. Zastosowania zasady Wariacyjnej.                                       | 4                    |
| Ćw9                            | Zastosowania teorii entropii: twierdzenie o ekwipartycji, twierdzenie o czasach powrotu, entropia w teorii informacji; kompresja danych. | 4                    |
|                                | Suma godzin  | 30                   |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta -przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

|   |                          |   |
|---|--------------------------|---|
| <b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|---|--------------------------|---|

|                  |  |                                       |
|------------------|--|---------------------------------------|
| koniec semestru) |  |                                       |
| F1               | PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_U06<br>PEK_K02<br>PEK_K03   | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia |
| F2               | PEK_W01<br>PEK_W02<br>PEK_W03<br>PEK_W04<br>PEK_W05<br>PEK_U01<br>PEK_U02<br>PEK_U03<br>PEK_U04<br>PEK_U05<br>PEK_U06<br>PEK_K01<br>PEK_K02<br>PEK-K03 | Zaliczenie na ocenę                   |
| P=0,5*F1+0,5*F2  |  |                                       |

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Springer-Verlag, 1982.  
 [2] K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge University Press, 1983.  
 [3] T. Downarowicz, Entropy in Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2011.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press, 1995.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. inż. Jacek Serafin ( serafin@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO UKŁADÓW DYNAMICZNYCH  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W03, K1MIS_W04,<br>K1MIS_W05, K1MIS_W12  | C1                       | Wy1                        | 1,3                                    |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W03, K1MIS_W04,<br>K1MIS_W05, K1MIS_W12  | C2                       | Wy2, Wy4                   | 1,3                                    |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W03, K1MIS_W04,<br>K1MIS_W05, K1MIS_W12  | C3                       | Wy3                        | 1,3                                    |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W03, K1MIS_W04,<br>K1MIS_W05, K1MIS_W12  | C2, C4                   | Wy3, Wy4,<br>Wy5, Wy6      | 1,3                                    |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W01, K1MIS_W02<br>K1MIS_W03, K1MIS_W04,<br>K1MIS_W05, K1MIS_W12  | C2, C4, C5               | Wy7, Wy8,<br>Wy9           | 1,3                                    |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U01, K1MIS_U22,<br>K1MIS_U30_MAT   | C1, C2, C4               | Ćw1-Ćw4,<br>Ćw6            | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U22,<br>K1MIS_U30_MAT   | C2                       | Ćw3,<br>Ćw4, Ćw6           | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U22,<br>K1MIS_U30_MAT   | C3                       | Ćw2, Ćw3                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U22,<br>K1MIS_U30_MAT   | C4                       | Ćw4, Ćw5                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U22,<br>K1MIS_U30_MAT   | C5                       | Ćw7, Ćw8                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U06</b>                        | K1MIS_U01, K1MIS_U22,<br>K1MIS_U30_MAT   | C2, C5                   | Ćw4, Ćw9                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K05   | C1, C2, C3,<br>C4, C5    | Wy1-Wy9<br>Ćw1-Ćw9         | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS-K04  | C1, C2, C3,<br>C4, C5    | Wy1-Wy9<br>Ćw1-Ćw9         | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K04, K1MIS_K06   | C1, C2, C3,<br>C4, C5    | Wy1-Wy9<br>Ćw1-Ćw9         | 1,2,3,4                                |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI**  
**KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa w języku polskim: **Procesy Lévy'ego i ich zastosowania**  
 Nazwa w języku angielskim: **Lévy processes and their applications**  
 Kierunek studiów: **Matematyka i statystyka**  
 Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**  
 Rodzaj przedmiotu: **wybieralny**  
 Kod przedmiotu: **MAT001630**  
 Grupa kursów: **TAK**

|   | Wykład                     | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|----------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                 | <b>30</b>                  | <b>30</b> |              |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                             | <b>120</b>                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | <b>Zaliczenie na ocenę</b> |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | <b>X</b>                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | <b>4</b>                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | <b>2</b>                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | <b>2</b>                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Znajomość podstaw rachunku prawdopodobieństwa i teorii procesów stochastycznych.
2. Umiejętność posługiwania się aparatem analizy matematycznej.
3. Znajomość podstaw teorii miary i całki Lebesgue'a

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1. Poznanie definicji, własności oraz przykładów procesów Lévy'ego.  
 C2. Nabycie umiejętności rozwiązywania problemów dotyczących procesów Lévy'ego.

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

**I. Z zakresu wiedzy:**

PEK\_W01 – Poznanie definicji procesu Lévy'ego oraz podstawowych własności procesów Lévy'ego.

**II. Z zakresu umiejętności:**

PEK\_U01 – Umiejętność stosowania poznanych twierdzeń w rozwiązywaniu problemów dotyczących procesów Lévy'ego.

**III. Z zakresu kompetencji społecznych:**

PEK\_K01 – Zdolność do wyszukiwania i korzystania z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnego zdobywania wiedzy.

**TREŚCI PROGRAMOWE**

| Forma zajęć – wykład |  | Liczba godzin |
|----------------------|--|---------------|
| Wy1                  | Definicja procesu Lévy'ego. Informacja o związku z rozkładami nieskończone | 2             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
|      | podzielnymi i wzorem Lévy'ego–Chinczyna. Informacja o konstrukcji przez przybliżanie błędzeniami losowymi oraz związku z twierdzeniem granicznym dla schematów trójkątnych. Przykłady: deterministyczny dryf, proces Wienera, proces Poissona. Informacja o wybranych zastosowaniach.   |           |
| Wy2  | Złożony proces Poissona: konstrukcja, funkcja charakterystyczna, związek ze wzorem Lévy'ego–Chinczyna. Informacja o konstrukcji procesu Lévy'ego przez granice złożonych procesów Poissona.   | 2         |
| Wy3  | Losowe miary Poissona i ich własności. Konstrukcja procesu Lévy'ego przy pomocy losowych miar Poissona.   | 4         |
| Wy4  | Miara skoków procesu Lévy'ego. Szkic dowodu twierdzenia orzekającego, że miara skoków jest losową miarą Poissona.   | 2         |
| Wy5  | Rozkład Lévy'ego–Itô. Identyfikacja miary intensywności skoków i miary Lévy'ego we wzorze Lévy'ego–Chinczyna.   | 4         |
| Wy6  | Samopodobne procesy Lévy'ego i rozkłady ściśle stabilne. Stabilne procesy Lévy'ego.   | 2         |
| Wy7  | Prawdopodobieństwa przejścia i równanie Chapmana–Kołmogorowa. Informacja o konstrukcji procesu Lévy'ego przy pomocy twierdzenia Kołmogorowa o istnieniu procesu. Generator procesu Lévy'ego.  | 2         |
| Wy8  | Własność Markowa. Czasy zatrzymania i mocna własność Markowa (bez dowodu). Czasy wyjścia ze zbioru i czasy trafienia w zbiór. Wzór Dynkina i wzór Ikedy–Watanabe. Rozkład ściśle stabilnego procesu Lévy'ego w chwili wyjścia z odcinka oraz w chwili trafienia w odcinek. Twierdzenie Pruitta o oszacowaniu średniego czasu wyjścia z przedziału (bez dowodu). | 4         |
| Wy9  | Powracanie (rekurencyjność) i przejściowość (tranzytywność) procesów Lévy'ego oraz kryterium Chunga–Fuchsa (bez dowodu). Prawdopodobieństwo trafienia w ustalony punkt oraz kryterium Bretagnolle'a–Kestena (bez dowodu). Zastosowanie do stabilnych procesów Lévy'ego.   | 2         |
| Wy10 | Wielowymiarowe procesy Lévy'ego: definicja, uogólnienia twierdzeń z poprzednich wykładów.   | 2         |
| Wy11 | Wybrane zastosowanie procesów Lévy'ego, np.: zagadnienie ruiny z wprowadzeniem do faktoryzacji Wienera–Hopfa; funkcjonały wykładnicze w matematyce finansowej; drzewa losowe związane z procesami Lévy'ego; procesy samopodobne i reprezentacja Lampertiego.  | 2         |
|      | <b>Suma godzin</b>  | <b>30</b> |

| Forma zajęć – ćwiczenia |   | Liczba godzin |
|-------------------------|---|---------------|
| Ćw1                     | Podstawowe własności procesów Lévy'ego.   | 2             |
| Ćw2                     | Przykłady i własności złożonych procesów Poissona.  | 4             |
| Ćw3                     | Własności losowych miar Poissona oraz miar skoków procesów Lévy'ego. Rozkład Lévy'ego–Itô.              | 8             |
| Ćw4                     | Kolokwium   | 2             |
| Ćw5                     | Własności stabilnych procesów Lévy'ego.   | 2             |
| Ćw6                     | Prawdopodobieństwa przejścia, operatory przejścia, generatory i operatory potencjału procesów Lévy'ego. | 4             |
| Ćw7                     | Mocna własność Markowa i jej konsekwencje.  | 4             |
| Ćw7                     | Powracanie, przejściowość, trafianie w punkt.   | 2             |
| Ćw8                     | Kolokwium   | 2             |
|                         | <b>Suma godzin</b>  | <b>30</b>     |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia      | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|-------------------------------|---|
| F1   | PEK_W01<br>PEK_U01<br>PEK_K01 | Odpowiedzi ustne, kartkówki                 |
| F2   | PEK_W01<br>PEK_U01            | Kolokwia                                    |
| P = 0,2 F1 + 0,8 F2  |                               |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### LITERATURA PODSTAWOWA

[1] R. Schilling, *An Introduction to Lévy and Feller Processes*. Advanced Courses in Mathematics — CRM Barcelona 2014, Birkhäuser Verlag, w druku; arXiv:1603.00251

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

[2] D. Applebaum, *Lévy Processes and Stochastic Calculus*. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

[3] J. Bertoin, *Lévy Processes*. Cambridge University Press, Melbourne-New York (1998).

[4] W. E. Pruitt. *The growth of random walks and Lévy processes*. Ann. Probab. 9(6):948–956 (1981).

[4] K. Sato, *Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions*. Cambridge Univ. Press, Cambridge (1999).

#### OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Mateusz Kwaśnicki, mateusz.kwasnicki@pwr.edu.pl



**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**  
**Procesy Lévy'ego**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W06<br>K1MIS_W12<br>K1MIS_W13<br>K1MIS_W20_MAT   | C1, C2                   | Wy1-Wy11                   | 1,3,4                                  |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U18<br>K1MIS_U30_MAT   | C1, C2                   | Ćw1-Ćw8                    | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01<br>K1MIS_K03   | C1, C2                   | Wy1-Wy11<br>Ćw1-Ćw8        | 3,4                                    |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim: Eksploracja Danych**

**Nazwa w języku angielskim: Data Mining**

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): MATEMATYKA I STATYSTYKA**

**Stopień studiów i forma: 1 stopień, stacjonarna /niestacjonarna\***

**Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy~~/ wybieralny/~~ogólnouczelniany~~\***

**Kod przedmiotu: MAT001631**

**Grupa kursów: TAK / NIE**

|   | Wykład                             | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|------------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                                 |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin/<br>zaliczenie<br>na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy   | X                                  |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                                  |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                                  |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                                  |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa,
2. Wstęp do statystyki matematycznej.
3. Wstęp do programowania.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych rodzajów zadań eksploracji danych (data mining).
- C2 Opanowanie podstawowej wiedzy na temat metod eksploracji danych oraz ich własności.
- C3 Poznanie klasycznych i nowoczesnych metod klasyfikacji, redukcji wymiaru oraz analizy skupień.
- C4 Poznanie podstawowych algorytmów stosowanych w odkrywaniu reguł asocjacyjnych.
- C5 Poznanie metod stosowanych w ocenie jakości klasyfikacji i analizy skupień.
- C6 Umiejętność stosowania zdobytej wiedzy do rozwiązywania zagadnień praktycznych z różnych dziedzin nauki, techniki i ekonomii.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PE\_W01 ma wiedzę dotyczącą podstawowych rodzajów zadań eksploracji danych,  
PE\_W02 zna podstawowe metody klasyfikacji, redukcji wymiaru, analizy skupień (grupowania) i odkrywania reguł asocjacyjnych oraz ich własności,  
PE\_W03 zna podstawowe metody oceny jakości klasyfikacji i analizy skupień.

Z zakresu umiejętności student:

PE\_U01 potrafi odpowiednio dobierać metody umożliwiające realizację określonego zadania eksploracji danych,  
PE\_U02 potrafi stosować podstawowe metody/algorytmy redukcji wymiaru, klasyfikacji i grupowania danych,  
PE\_U03 potrafi weryfikować własności stosowanych metod eksploracji danych.

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PE\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu,  
PE\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Wprowadzenie do problematyki eksploracji danych. Cel i rodzaje zadań eksploracji.   | 2             |
| Wy2                   | Podstawy analizy danych wielowymiarowych.   | 2             |
| Wy3                   | Przygotowanie danych do eksploracji. Obsługa brakujących danych. Podstawowe metody identyfikacji obserwacji odstających. Niezbędne przekształcenia danych.                    | 4             |
| Wy4                   | Metody redukcji wymiaru. Analiza składowych głównych (PCA). Skalowanie wielowymiarowe (MDS).  | 4             |
| Wy5                   | Klasyfikacja danych. Idea klasyfikacji i przegląd wybranych algorytmów (m.in.: metoda k najbliższych sąsiadów (k-nn), drzewa klasyfikacyjne, naiwny klasyfikator bayesowski). | 6             |
| Wy6                   | Analiza skupień (grupowanie). Cel analizy skupień. Metody grupujące i hierarchiczne (m.in. algorytmy: k-means, PAM, AGNES, DIANA).  | 4             |
| Wy7                   | Metody stosowane w ocenie jakości klasyfikacji i analizy skupień.   | 2             |
| Wy8                   | Maszyny wektorów wspierających (SVM).   | 2             |
| Wy9                   | Rodziny klasyfikatorów. Algorytmy: bagging, boosting i lasy losowe (random forest).   | 2             |
| Wy10                  | Wprowadzenie do odkrywania reguł asocjacyjnych. Algorytm Apriori.   | 2             |
|                       | Suma godzin   | <b>30</b>     |

| <b>Forma zajęć - laboratorium</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|-----------------------------------|---|----------------------|
| La1                               | Metody analizy opisowej i wizualizacji danych wielowymiarowych. Poznanie danych i wybór interesującego podzbioru do dalszych analiz.        | 3                    |
| La2                               | Przygotowanie (wstępna obróbka) danych. Obsługa brakujących danych. Identyfikacja obserwacji odstających. Niezbędne przekształcenia danych. | 4                    |
| La3                               | Metody redukcji wymiaru. Algorytmy PCA i MDS.   | 4                    |
| La4                               | Klasyfikacja. Algorytm k najbliższych sąsiadów (k-nn), drzewa klasyfikacyjne, naiwny klasyfikator bayesowski.                               | 4                    |
| La5                               | Analiza skupień - metody grupujące (k-means, PAM).  | 2                    |
| La6                               | Analiza skupień - metody hierarchiczne (AGNES, DIANA, MONA)   | 2                    |
| La7                               | Ocena jakości klasyfikacji i analizy skupień.   | 4                    |
| La8                               | Maszyny wektorów podpierających (SVM).  | 2                    |
| La9                               | Rodziny klasyfikatorów: bagging, boosting i lasy losowe (random forest).  | 3                    |
| La10                              | Podstawy odkrywania reguł asocjacyjnych.  | 2                    |
|                                   | Suma godzin   | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>  |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna,</li> <li>2. Zajęcia laboratoryjne w pracowni komputerowej.</li> <li>3. Konsultacje,</li> <li>4. Praca własna studenta – przygotowanie do zajęć laboratoryjnych.</li> </ol> |

### **OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia                 |
|---|--|---|
| F1  | PEK_U01,PEK_U02, PEK_U03,PEK_K01, PEK_K02, | Odpowiedzi ustne, raporty z zadań laboratoryjnych, projekty |
| F2  | PEK_W01,PEK_W02, PEK_W03,PEK_K01, PEK_K02, | Kolokwium zaliczeniowe na wykładzie.                        |
| P = 60%F1 + 40%F2   |  |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] P.-N. Tan, M. Steinbach, V. Kumar, Introduction to Data Mining, Addison-Wesley, 2006.
- [2] G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani, An Introduction to Statistical Learning with Applications in R. Springer, 2013.
- [3] D.T. Larose, Odkrywanie wiedzy z danych. Wprowadzenie do eksploracji danych. PWN, 2006.
- [4] D.T. Larose, Metody i modele eksploracji danych, PWN, 2008.
- [5] D.J. Hand, H. Mannila, P. Smyth, Eksploracja danych, WNT, 2005.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. Koronacki, J. Ćwik, Statystyczne systemy uczące się, Exit, 2008.
- [2] T. Morzy, Eksploracja danych: metody i algorytmy. PWN, 2013.
- [3] W.N. Venables, B.D. Ripley, Modern Applied Statistics With S, Springer, 2001.
- [4] M. Walesiak, E. Gatnar, Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R. PWN, 2011.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

dr Adam Zagdański ([Adam.Zagdanski@pwr.edu.pl](mailto:Adam.Zagdanski@pwr.edu.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
EKSPLOACJA DANYCH  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C1                       | Wy1, Wy2                   | 1,3                                    |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C2, C3, C4               | Wy3-Wy6, Wy8-Wy10          | 1,3                                    |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C5                       | Wy5-Wy7                    | 1,3                                    |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U16, K1MIS_U19, K1MIS_U27, K1MIS_U32SAD, K1MIS_U34SAD, K1MIS_U35SAD  | C1, C2, C3, C4, C6       | La3-La10                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U19, K1MIS_U27, K1MIS_U32SAD, K1MIS_U34SAD, K1MIS_U35SAD  | C2, C3, C4, C6           | La1-La10                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U19, K1MIS_U27, K1MIS_U32SAD, K1MIS_U34SAD, K1MIS_U35SAD  | C5, C6                   | La3-La10                   | 2,3,4                                  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K05   | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | Wy1-Wy10<br>La1-La10       | 1,2,3,4                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K05   | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | Wy1-Wy10<br>La1-La10       | 1,2,3,4                                |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim:** Analiza Danych Ankietych  
**Nazwa w języku angielskim:** Categorical Data Analysis  
**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** MATEMATYKA I STATYSTYKA  
**Stopień studiów i forma:** 1 stopień, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~  
**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany\*~~  
**Kod przedmiotu** **MAT001632**  
**Grupa kursów** **TAK / NIE**

|   | Wykład                             | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|------------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                                 |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin/<br>zaliczenie<br>na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy   | X                                  |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                                  |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                                  |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                                  |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej takie jak: zmienna losowa, rozkład prawdopodobieństwa, zbieżność rozkładów, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne, model statystyczny, statystyka, estymator, test statystyczny.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie rodzajów badań statystycznych i rodzajów danych ankietych.
- C2 Poznanie metod konstrukcji przedziałów ufności dla prawdopodobieństwa sukcesu i obszarów ufności dla parametru rozkładu wielomianowego.
- C3 Nabycie umiejętności wyznaczania przedziałów ufności dla prawdopodobieństwa sukcesu i obszarów ufności dla parametru rozkładu wielomianowego.

- C4 Poznanie testów stosowanych w analizie danych ankietowych.  
 C5 Nabycie umiejętności weryfikowania hipotez w analizie danych ankietowych.  
 C6 Poznanie metod analizy danych zależnych (powiązanych i powtarzanych).  
 C7 Nabycie umiejętności analizy danych zależnych (powiązanych i powtarzanych).  
 C8 Poznanie miar zależności i podstawowych pojęć analizy korespondencji.  
 C9 Nabycie umiejętności wyznaczania miar zależności i ich interpretacji.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

- PEK\_W01 zna rodzaje badań statystycznych i rodzaje danych ankietowych.  
 PEK\_W02 zna metody konstrukcji przedziałów ufności dla prawdopodobieństwa sukcesu i obszarów ufności dla parametru rozkładu wielomianowego.  
 PEK\_W03 zna testy stosowane w analizie danych ankietowych.  
 PEK\_W04 zna metody analizy danych zależnych (powiązanych i powtarzanych).  
 PEK\_W05 zna miary zależności i podstawowe pojęcia analizy korespondencji.

Z zakresu umiejętności:

- PEK\_U01 potrafi wyznaczać przedziały ufności dla prawdopodobieństwa sukcesu i obszary ufności dla parametru rozkładu wielomianowego.  
 PEK\_U02 potrafi weryfikować hipotezy w analizie danych ankietowych.  
 PEK\_U03 potrafi analizować dane zależne (powiązane i powtarzane).  
 PEK\_U04 potrafi wyznaczać miary zależności i je interpretować.

Z zakresu kompetencji społecznych:

- PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie wyszukiwać dodatkowe materiały w celu poszerzenia swojej wiedzy.  
 PEK\_K02 potrafi twórczo współżyć w grupie studenckiej, budować pozytywne więzi emocjonalne z jej członkami.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Rodzaje badań i rodzaje danych ankietowych. Rozkład dwumianowy, rozkład hipergeometryczny, rozkład wielomianowy i produkt rozkładów wielomianowych.  | 2             |
| Wy2                   | Przedziały ufności dla parametru rozkładu dwumianowego w przypadku małej i dużej liczby danych.  | 4             |
| Wy3                   | Obszary ufności dla parametru rozkładu wielomianowego.   | 2             |
| Wy4                   | Testowanie hipotez dotyczących parametru rozkładu dwumianowego. Testowanie równości dwóch prawdopodobieństw sukcesu. Względne ryzyko i iloraz szans. | 4             |
| Wy5                   | Dokładne i asymptotyczne testy niezależności w tabelach dwuwymiarowych.  | 4             |
| Wy6                   | Miary zależności.  | 2             |
| Wy7                   | Analiza korespondencji.  | 2             |



|      |  |           |
|------|--|-----------|
| Wy8  | Analiza dwuwymiarowych tabel wielodzielczych z zerami losowymi i zerami strukturalnymi.                              | 2         |
| Wy9  | Modele dla danych wielomianowych zależnych (powtarzanych). Testowanie symetrii i brzegowej jednorodności.            | 2         |
| Wy10 | Modele dla danych wielomianowych zależnych (powiązanych). Testowanie symetrii, quasy symetrii i quasy niezależności. | 2         |
| Wy11 | Paradoks Simpsona. Tabele wielodzielcze wyższych wymiarów.   | 2         |
| Wy12 | Weryfikowanie warunkowej i brzegowej niezależności w tabelach wielodzielczych trójwymiarowych.                       | 2         |
|      | Suma godzin  | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - laboratorium</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|-----------------------------------|--|----------------------|
| La1                               | Podstawowe informacje o pracy z wybranym pakietem statystycznym. Wprowadzanie danych, ich modyfikacja; sprawdzanie danych.                           | 2                    |
| La2                               | Symulacyjne porównania różnych przedziałów ufności dla parametru rozkładu dwumianowego w przypadku małej i dużej liczby danych.                      | 4                    |
| La3                               | Konstrukcja obszarów ufności dla parametru rozkładu wielomianowego w oparciu o przedziały ufności dla parametru rozkładu dwumianowego.               | 2                    |
| La4                               | Testowanie hipotez dotyczących parametru rozkładu dwumianowego. Testowanie równości dwóch prawdopodobieństw sukcesu. Względne ryzyko i iloraz szans. | 4                    |
| La5                               | Dokładne i asymptotyczne testy niezależności w tabelach dwuwymiarowych.  | 4                    |
| La6                               | Obliczanie miar zależności dla rzeczywistych danych i ich interpretacja.   | 2                    |
| La7                               | Analiza korespondencji.  | 2                    |
| La8                               | Analiza dwuwymiarowych tabel wielodzielczych z zerami losowymi i zerami strukturalnymi.  | 2                    |
| La9                               | Modele dla danych wielomianowych zależnych (powtarzanych). Testowanie symetrii i brzegowej jednorodności.  | 2                    |
| La10                              | Modele dla danych wielomianowych zależnych (powiązanych). Testowanie symetrii, quasy symetrii i quasy niezależności.                                 | 2                    |
| La11                              | Paradoks Simpsona na przykładach rzeczywistych danych. Tabele wielodzielcze wyższych wymiarów.   | 2                    |
| La12                              | Weryfikowanie warunkowej i brzegowej niezależności w tabelach wielodzielczych trójwymiarowych.   | 2                    |
|                                   | Suma godzin  | <b>30</b>            |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład informacyjny, problemowy – metoda tradycyjna i prezentacja multimedialna.
2. Laboratorium.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta – przygotowanie raportów z analizy danych.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                                  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_W01-PEK_W05,<br>PEK_U01-PEK_U04,<br>PEK_K01, PEK_K02, | Odpowiedzi ustne, raporty                   |
| F2   | PEK_W01-PEK_W05,<br>PEK_K01                               | Test  |
| P=0,7F1+0,3F2  |   |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Agresti A. Categorical Data Analysis. John Wiley & Sons, New York, 1990.
- [2] Santner T. J., Duffy D. E. The Statistical Analysis of Discrete Data. Springer-Verlag, New York, 1989.
- [3] Bishop Y. M., Fienberg, S. Holland, P. W. Discrete Multivariate Analysis. Theory an

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Collet D. Modelling Binary Data. Chapman & Hall, New York, 1991.
- [2] Sheskin D. J. Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures. Chapman & Hall/CRC, New York, 2000.
- [3] Magiera Ryszard. Modele i metody statystyki matematycznej. Część II Wnioskowanie statystyczne. GIS 2007.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. Alicja Jokieli-Rokita, prof. nadzw. PWr ([Alicja.Jokieli-Rokita@pwr.edu.pl](mailto:Alicja.Jokieli-Rokita@pwr.edu.pl))**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA DANYCH ANKIETOWYCH  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu</b> | <b>Treści programowe</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego</b> |
|---------------------------------------|--|------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W23_SAD   | C1                     | Wy1                      | 1, 3 4                               |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD   | C2                     | Wy2, Wy3                 | 1, 3 4                               |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD   | C4                     | Wy4, Wy5,<br>Wy8-Wy12    | 1, 3 4                               |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD   | C6                     | Wy9, Wy10                | 1, 3 4                               |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W23_SAD   | C8                     | Wy6, Wy7                 | 1, 3 4                               |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U33_SAD  | C3                     | La2, La3                 | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U33_SAD  | C5                     | La4, La5,<br>La8-La12    | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U20  | C7                     | La9, La10                | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U34_SAD  | C9                     | La6, La7                 | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01  | C1-C9                  | Wy1-Wy12<br>La1-La12     | 1,2,3,4                              |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K02  | C1-C9                  | Wy1-Wy12<br>La1-La12     | 1,2,3,4                              |

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Modele Regresji I Ich Zastosowania

**Nazwa w języku angielskim** Regression models and their applications

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka i statystyka

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany~~\*

**Kod przedmiotu** MAT001633

**Grupa kursów** TAK / NIE\*

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej takie jak: zmienna losowa, rozkład prawdopodobieństwa, zbieżność rozkładów, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne, model statystyczny, statystyka, estymator, test statystyczny.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie popularnych modeli regresji i ich zastosowań.
- C2 Poznanie metod estymacji nieznanymi parametrami modeli regresji.
- C3 Nabycie umiejętności estymacji nieznanymi parametrami modeli regresji.
- C4 Nabycie umiejętności stosowania poznanych modeli regresji w analizie rzeczywistych danych, interpretacji uzyskanych wyników i formułowania wniosków.
- C5 Poznanie metod testowania hipotez dotyczących parametrów modeli regresji.
- C6 Nabycie umiejętności testowania hipotez dotyczących parametrów modeli regresji.

- C7 Poznanie metod wyboru zmiennych do modeli regresji.  
 C8 Nabycie umiejętności wyboru zmiennych do modeli regresji.  
 C9 Poznanie metod nieparametrycznej estymacji funkcji regresji.  
 C10 Nabycie umiejętności nieparametrycznej estymacji funkcji regresji.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

- PEK\_W01 zna popularne modele regresji i ich zastosowania.  
 PEK\_W02 zna metody estymacji nieznanych parametrów modeli regresji.  
 PEK\_W03 zna metody testowania hipotez dotyczących parametrów modeli regresji.  
 PEK\_W04 zna metody wyboru zmiennych do modeli regresji.  
 PEK\_W05 zna metody nieparametrycznej estymacji funkcji regresji.

Z zakresu umiejętności:

- PEK\_U01 potrafi estymować parametry w modelach regresji.  
 PEK\_U02 potrafi stosować poznane modele regresji w analizie rzeczywistych danych, interpretować uzyskane wyniki i formułować wnioski.  
 PEK\_U03 potrafi testować hipotezy dotyczące parametrów modeli regresji.  
 PEK\_U04 potrafi dokonać wyboru zmiennych do modeli regresji.  
 PEK\_U05 potrafi estymować funkcję regresji.

Z zakresu kompetencji społecznych:

- PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie wyszukiwać dodatkowe materiały w celu poszerzenia swojej wiedzy.  
 PEK\_K02 potrafi twórczo współżyć w grupie studenckiej, budować pozytywne więzi emocjonalne z jej członkami.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Modele regresji liniowej. Estymacja parametrów metodą najmniejszych kwadratów, metodą ważonych najmniejszych kwadratów i metodą największej wiarygodności. | 2             |
| Wy2                   | Testowanie hipotez w modelach regresji liniowej.   | 2             |
| Wy3                   | Metody krokowe wyboru zmiennych do modelu.   | 2             |
| Wy4                   | Kryterium Akaike'a wyboru zmiennych do modelu i jego modyfikacje.  | 2             |
| Wy5                   | Weryfikacja założeń modelu regresji liniowej   | 2             |
| Wy6                   | Zastosowania modelu regresji liniowej w predykcji.   | 2             |
| Wy7                   | Estymacja parametrów w regresji nieliniowej. Linearyzacja modelu.  | 2             |
| Wy8                   | Modele regresji dla danych binarnych. Estymacja parametrów modelu regresji na przykładzie regresji logistycznej.   | 4             |
| Wy9                   | Zastosowanie modeli regresji dla danych binarnych w klasyfikacji i w zagadnieniu <i>bioassay</i> .   | 2             |
| Wy10                  | Testowanie hipotez w modelach regresji dla danych binarnych.   | 2             |
| Wy11                  | Wybór zmiennych do modelu regresji dla danych binarnych.   | 2             |
| Wy12                  | Testowanie zgodności dopasowania modelu regresji dla danych  | 2             |

|      |  |           |
|------|--|-----------|
|      | binarnych.                                   |           |
| Wy13 | Nieparametryczna estymacja funkcji regresji. | 4         |
|      | Suma godzin                                  | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - laboratorium</b> |   | <b>Liczba godzin</b> |
|-----------------------------------|---|----------------------|
| La1                               | Wyznaczanie oszacowań parametrów modelu regresji liniowej na podstawie rzeczywistych danych.  | 2                    |
| La2                               | Testowanie hipotez dotyczących nieznanymi parametrów modelu regresji liniowej na podstawie rzeczywistych danych.                    | 2                    |
| La3                               | Wybór zmiennych do modelu regresji liniowej w analizie rzeczywistych danych.  | 4                    |
| La4                               | Weryfikacja założeń modelu regresji liniowej.   | 2                    |
| La5                               | Zastosowania modelu regresji liniowej w predykcji.  | 2                    |
| La6                               | Estymacja parametrów w regresji nieliniowej. Linearyzacja modelu.   | 2                    |
| La7                               | Wyznaczanie oszacowań nieznanymi parametrów regresji dla danych binarnych na podstawie rzeczywistych danych. Interpretacja wyników. | 4                    |
| La8                               | Zastosowanie modeli regresji dla danych binarnych w klasyfikacji i w zagadnieniu bioassay.  | 2                    |
| La9                               | Testowanie hipotez dotyczących nieznanymi parametrów modelu regresji dla danych binarnych na podstawie rzeczywistych danych.        | 2                    |
| La10                              | Wybór zmiennych do modelu regresji dla danych binarnych.  | 2                    |
| La11                              | Testowanie zgodności dopasowania modelu regresji dla danych binarnych.  | 2                    |
| La12                              | Nieparametryczna estymacja funkcji regresji.  | 4                    |
|                                   | Suma godzin   | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>  |
|---|
| 1. Wykład informacyjny, problemowy – metoda tradycyjna i prezentacja multimedialna.<br>2. Laboratorium.<br>3. Konsultacje.<br>4. Praca własna studenta – przygotowanie raportów z analizy danych. |

### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                                 | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|---|--|---|
| F1  | PEK_W01-PEK_W05,<br>PEK_U01-PEK_U04,<br>PEK_K01, PEK_K02 | Odpowiedzi ustne, raporty                   |
| F2  | PEK_W01-PEK_W05,<br>PEK_K01                              | Test  |
| $P=0,7F1+0,3F2$   |  |   |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Magiera R. (2007) Modele i metody statystyki matematycznej. Cz. II. Wnioskowanie statystyczne. GiS, Wrocław.
- [2] Wasserman L. (2004) All of Statistics. A Concise Course in Statistical Inference. Springer.
- [3] Sheskin, D. J. (2000) Handbook of Parametric and Nonparametric Statistical Procedures. Chapman & Hall/CRC.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Agresti, A. (2002) Categorical Data Analysis. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey.
- [2] Neter J., Wasserman W., Kutner M.H. (1989). Applied Linear Regression Models. Richard D. Irwin, Inc., Burr Ridge, Boston, Sydney, second edition.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. Alicja Jokił-Rokita, prof. nadzw. PWr ([Alicja.Jokił-Rokita@pwr.edu.pl](mailto:Alicja.Jokił-Rokita@pwr.edu.pl))**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
MODELE REGRESJI I ICH ZASTOSOWANIA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu</b> | <b>Treści programowe</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego</b> |
|---------------------------------------|--|------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1_MIS_W07,<br>K1_MIS_W23_SAD  | C1                     | Wy1, Wy8,<br>Wy9, Wy13   | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1_MIS_W07,<br>K1_MIS_W22_SAD  | C2                     | Wy1, Wy7,<br>Wy8, Wy13   | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1_MIS_W07,<br>K1_MIS_W22_SAD  | C5                     | Wy2, Wy5,<br>Wy10, Wy12  | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1_MIS_W07,<br>K1_MIS_W22_SAD  | C7                     | Wy3, Wy4,<br>Wy11        | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1_MIS_W07,<br>K1_MIS_W22_SAD  | C9                     | Wy13                     | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U16, K1_MIS_U20,<br>K1_MIS_U34_SAD   | C3                     | La1, La6, La7,<br>La12   | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U16, K1_MIS_U20,<br>K1_MIS_U34_SAD   | C4                     | La5, La8                 | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U16, K1_MIS_U20,<br>K1_MIS_U34_SAD   | C6                     | La2, La9, La11           | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U16, K1_MIS_U20,<br>K1_MIS_U34_SAD   | C8                     | La3, La10                | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U05</b>                        | K1MIS_U16, K1_MIS_U20,<br>K1_MIS_U34_SAD   | C10                    | La12                     | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01  | C1-C10                 | Wy1-Wy13<br>La1-La12     | 1,2,3,4                              |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K02  | C1-C10                 | Wy1-Wy13<br>La1-La12     | 1,2,3,4                              |



**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim:** Analiza Przeżycia

**Nazwa w języku angielskim:** Survival Analysis

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** MATEMATYKA I STATYSTYKA

**Stopień studiów i forma:** 1 stopień, stacjonarna / ~~niestacjonarna~~\*

**Rodzaj przedmiotu:** ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany~~\*

**Kod przedmiotu** MAT001634

**Grupa kursów** TAK / ~~NIE~~

|   | Wykład                             | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|------------------------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                                 |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                                |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | Egzamin/<br>zaliczenie<br>na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy   | X                                  |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                                  |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                                  |           |              |         |            |
| W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                                  |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa takie jak: zmienna losowa, rozkład prawdopodobieństwa, zbieżność rozkładów, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych klas rozkładów czasu życia i ich własności.
- C2 Poznanie metod estymacji funkcji przeżycia i funkcji hazardu.
- C3 Nabycie umiejętności wyznaczania estymatorów funkcji przeżycia i funkcji hazardu.
- C4 Poznanie parametrycznych i semiparametrycznych modeli regresji stosowanych w analizie przeżycia.
- C5 Nabycie umiejętności estymacji parametrów modeli regresji stosowanych w analizie

przeżycia.

C6 Poznanie testów stosowanych w analizie przeżycia.

C7 Nabycie umiejętności przeprowadzania testów stosowanych w analizie przeżycia.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna podstawowe klasy rozkładów czasu życia i ich własności.

PEK\_W02 zna metody estymacji funkcji przeżycia i funkcji hazardu oraz metody estymacji charakterystyk czasu życia.

PEK\_W03 zna parametryczne i semiparametryczne modele regresji stosowane w analizie przeżycia.

PEK\_W04 zna testy stosowane w analizie przeżycia.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi wyznaczać estymatory funkcji przeżycia i funkcji hazardu oraz estymatory charakterystyk czasu życia.

PEK\_U02 potrafi wyznaczać estymatory parametrów modeli regresji stosowanych w analizie przeżycia.

PEK\_U03 potrafi przeprowadzać testy stosowane w analizie przeżycia.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie wyszukiwać dodatkowe materiały w celu poszerzenia swojej wiedzy.

PEK\_K02 potrafi twórczo współżyć w grupie studenckiej, budować pozytywne więzi emocjonalne z jej członkami

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |   | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1                   | Funkcje charakteryzujące rozkłady czasu życia: funkcja przeżycia, funkcja hazardu, skumulowana funkcja hazardu, funkcja średniego pozostałego czasu życia i związki między nimi. Ważne parametryczne rodziny rozkładów czasu życia. | 2             |
| Wy2                   | Typy danych cenzurowanych: dane cenzurowane I-go i II-go typu, dane cenzurowane losowo.   | 2             |
| Wy3                   | Tablice trwania życia. Estymator Kaplana-Meiera funkcji przeżycia i jego modyfikacje. Estymator Nelsona-Aalena skumulowanej funkcji hazardu.  | 4             |
| Wy4                   | Estymacja średniej i mediany czasu życia.   | 2             |
| Wy5                   | Estymacja parametrów na podstawie danych cenzurowanych.   | 2             |
| Wy6                   | Parametryczne modele regresji w analizie przeżycia (wykładniczy, Weibulla, log-normalny, log-logistyczny, uogólniony gamma).  | 4             |
| Wy7                   | Model proporcjonalnych hazardów – estymacja parametrów metodą cząstkowej największej wiarygodności.   | 2             |
| Wy8                   | Model proporcjonalnych hazardów – estymacja bazowej funkcji hazardu i bazowej funkcji przeżycia.  | 2             |
| Wy9                   | Weryfikacja modelu proporcjonalnych hazardów.   | 2             |

|      |  |           |
|------|--|-----------|
| Wy10 | Punktowe przedziały ufności dla funkcji przeżycia i obszary ufności dla funkcji przeżycia. | 2         |
| Wy11 | Testowanie hipotez dotyczących parametrów, na podstawie danych cenzurowanych.              | 2         |
| Wy12 | Testowanie zgodności na podstawie danych cenzurowanych.                                    | 2         |
| Wy13 | Testowanie jednorodności na podstawie danych cenzurowanych.                                | 2         |
|      | Suma godzin  | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - laboratorium</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|-----------------------------------|--|----------------------|
| La1                               | Podstawowe informacje o pracy z wybranym pakietem statystycznym. Analityczne badanie własności klas rozkładów czasu życia i graficzna ilustracja funkcji przeżycia, funkcji intensywności awarii i funkcji średniego czasu pozostałego życia reprezentantów tych klas. | 2                    |
| La2                               | Generowanie danych cenzurowanych.  | 2                    |
| La3                               | Wyznaczanie tablic trwania życia, estymatora Kaplana-Meiera i jego modyfikacji oraz estymatora Nelsona-Aalena skumulowanej funkcji hazardu.  | 4                    |
| La4                               | Wyznaczanie oszacowań średniej i mediany czasu życia.  | 2                    |
| La5                               | Wyznaczanie oszacowań parametrów na podstawie danych cenzurowanych.  | 2                    |
| La6                               | Parametryczne modele regresji w analizie przeżycia (wykładniczy, Weibulla, log-normalny, log-logistyczny, uogólniony gamma).   | 4                    |
| La5                               | Konstruowanie tablic trwania życia.  | 2                    |
| La6                               | Wyznaczanie estymatora Kaplana-Meiera funkcji przeżycia i jego modyfikacji oraz wyznaczenie estymatora Nelsona-Aalena skumulowanej funkcji hazardu, na podstawie rzeczywistych danych.   | 2                    |
| La7                               | Model proporcjonalnych hazardów – estymacja parametrów metodą cząstkowej największej wiarygodności.  | 2                    |
| La8                               | Model proporcjonalnych hazardów – estymacja bazowej funkcji hazardu i bazowej funkcji przeżycia.   | 2                    |
| La9                               | Weryfikacja modelu proporcjonalnych hazardów.  | 2                    |
| La10                              | Punktowe przedziały ufności dla funkcji przeżycia i obszary ufności dla funkcji przeżycia.   | 2                    |
| La11                              | Testowanie hipotez dotyczących parametrów, na podstawie danych cenzurowanych.  | 2                    |
| La12                              | Testowanie zgodności na podstawie danych cenzurowanych.  | 2                    |
| La13                              | Testowanie jednorodności na podstawie danych cenzurowanych.  | 2                    |
|                                   | Suma godzin  | <b>30</b>            |

#### **STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE**

1. Wykład informacyjny, problemowy, metoda tradycyjna, częściowo prezentacja multimedialna
2. Laboratorium
3. Konsultacje

4. Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium

### OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia                                  | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|---|---|
| F1   | PEK_W01-PEK_W04,<br>PEK_U01 – PEK_U03,<br>PEK_K01-PEK_K02 | odpowiedzi ustne, raporty                   |
| F2   | PEK_W01-PEK_W04,<br>PEK_K01                               | test  |
| $P=0,7*F1+0,3*F2$  |   |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Klein J.P., Moeschberger M.L. (1997). Survival Analysis. Springer, New York.
- [2] Deshpande J.V. and Purohit S.G. (2005). Life Time Data: Statistical Models and Methods. Series on Quality, Reliability and Engineering Statistics. Vol. 11. World Scientific.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [3] Magiera, R. (2005). Modele i metody statystyki matematycznej. Część I. Rozkłady i symulacja stochastyczna. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław.
- [4] Jokieli-Rokita A., Magiera R. (2011). Selected Stochastic Models In Reliability.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

dr hab. Alicja Jokieli-Rokita, prof. nadzw. PWr ([Alicja.Jokieli-Rokita@pwr.edu.pl](mailto:Alicja.Jokieli-Rokita@pwr.edu.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA PRZEŻYCIA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu</b> | <b>Treści programowe</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego</b> |
|---------------------------------------|--|------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| <b>PEK_W01</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W23_SAD   | C1                     | Wy1, Wy2                 | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C2                     | Wy3-Wy5, Wy10            | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W23_SAD   | C4                     | Wy6-Wy9                  | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD   | C6                     | Wy11-Wy13                | 1, 3, 4                              |
| <b>PEK_U01</b>                        | K1MIS_U20, K1MIS_U35_SAD   | C3                     | La3 – La6, La10          | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U34_SAD   | C5                     | La7-La9                  | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U20, K1MIS_U35_SAD   | C7                     | La9, La11 – La13         | 2, 3, 4                              |
| <b>PEK_K01</b>                        | K1MIS_K01  | C1, C2, C4, C6         | Wy1 – Wy10, La1 – La8    | 1, 4                                 |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K02  | C3, C5, C7             | Wy1 – Wy10, La1 – La8    | 3                                    |

|  |  |
|--|--|
| <b>WYDZIAŁ MATEMATYKI<br/>KARTA PRZEDMIOTU</b>   |  |
| <b>Nazwa w języku polskim</b> Metody Reprezentacyjne   |  |
| <b>Nazwa w języku angielskim</b> Survey Sampling Methods                                     |  |
| <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy):</b> Matematyka i Statystyka                             |  |
| <b>Stopień studiów i forma:</b> I stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del>         |  |
| <b>Rodzaj przedmiotu:</b> <del>obowiązkowy</del> / wybieralny / <del>ogólnouczelniany*</del> |  |
| <b>Kod przedmiotu</b> MAT001635  |  |
| <b>Grupa kursów</b> TAK / NIE*   |  |

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

#### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa takie jak zmienna losowa, rozkład prawdopodobieństwa, zbieżność rozkładów, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne.

#### CELE PRZEDMIOTU

- C1 Poznanie podstawowych schematów losowania.
- C2 Poznanie różnych metod estymacji średniej i globalnej wartości cechy oraz liczby i frakcji elementów wyróżnionych w populacji w zależności od sposobu losowania próby.
- C3 Opanowanie wiedzy dotyczącej wyznaczania przedziałów ufności dla parametrów populacji.
- C4 Poznanie metod radzenia sobie z problemem brakujących danych.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 Zna podstawowe pojęcia metod reprezentacyjnych i podstawowe schematy losowania.

PEK\_W02 Dla różnych schematów losowania zna metody estymacji średniej i globalnej wartości cechy oraz liczby i frakcji elementów wyróżnionych w populacji.

PEK\_W03 Zna metody konstrukcji przedziałów ufności dla parametrów populacji.

PEK\_W04 Zna sposoby radzenia sobie z problemem brakujących danych.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 Potrafi pobrać próbę zgodnie z poznanymi schematami losowania.

PEK\_U02 Dla różnych schematów losowania potrafi wyznaczyć oszacowania średniej i globalnej wartości cechy oraz liczby i frakcji elementów wyróżnionych w populacji.

PEK\_U03 Umie wyznaczyć przedziały ufności dla parametrów populacji.

PEK\_U04 Potrafi poradzić sobie z problemem brakujących danych.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 Posiada umiejętność stawiania sobie celów i realizowania ich z zachowaniem dobrych interpersonalnych relacji z członkami społeczności akademickiej

PEK\_K02 Potrafi korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie wyszukiwać dodatkowe materiały w celu poszerzenia swojej wiedzy.

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Populacja, cecha, parametr, próba losowa i plan losowania. Schemat losowania i operat losowania.   | 2             |
| Wy2                   | Losowanie proste. Losowanie warstwowe. Alokacja próby między warstwy. Zasady tworzenia warstw. Warstwowanie po wylosowaniu próby.  | 2             |
| Wy3                   | Losowanie dwustopniowe. Optymalna lokalizacja próby. Schematy losowania: Rao-Hartleya-Cochrana, Hartleya-Rao, Sampforda, Suntera.  | 4             |
| Wy4                   | Inne schematy losowania: losowanie systematyczne, losowanie dwufazowe. Badania powtarzalne.  | 2             |
| Wy5                   | Statystyki opisowe.  | 2             |
| Wy6                   | Wyznaczanie estymatorów średniej i globalnej wartości cechy oraz liczby i frakcji elementów wyróżnionych na podstawie prób wylosowanych zgodnie z poznanymi schematami losowania. Badanie własności estymatorów. | 6             |
| Wy7                   | Asymptotyczne aspekty w metodach reprezentacyjnych – centralne twierdzenie graniczne, zgodność estymatorów i ich asymptotyczna niobciążoność.  | 2             |
| Wy8                   | Ustalanie minimalnej liczebności próby.  | 2             |
| Wy9                   | Konstrukcja przedziałów ufności dla parametrów populacji.  | 2             |
| Wy10                  | Estymacja parametrów przy brakujących danych. Imputacje.   | 4             |
| Wy11                  | Problem braku odpowiedzi.  | 2             |
|                       | Suma godzin  | <b>30</b>     |

| Forma zajęć - ćwiczenia |   | Liczba godzin |
|-------------------------|---|---------------|
| Lab1                    | Podstawowe informacje o pracy z wybranym pakietem statystycznym.                                  | 2             |
| Lab2                    | Zarządzanie danymi: sprawdzanie poprawności danych, tworzenie podzbiorów danych, scalanie danych. | 2             |

|      |  |           |
|------|--|-----------|
| Lab3 | Losowanie proste i losowanie warstwowe przy użyciu wybranego pakietu statystycznego.   | 2         |
| Lab4 | Losowanie dwustopniowe i wielostopniowe.   | 2         |
| Lab5 | Losowanie systematyczne i losowanie dwufazowe.   | 2         |
| Lab6 | Wyznaczanie statystyk opisowych i ich interpretacja.   | 4         |
| Lab7 | Wyznaczanie estymatorów średniej i globalnej wartości cechy oraz liczby i frakcji elementów wyróżnionych na podstawie prób wylosowanych zgodnie z poznanymi schematami losowania. Badanie własności estymatorów. | 6         |
| Lab8 | Konstrukcja przedziałów ufności.   | 4         |
| Lab9 | Estymacja parametrów przy brakujących danych. Imputacje.   | 6         |
|      | Suma godzin  | <b>30</b> |

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład informacyjny, problemowy – metoda tradycyjna i prezentacja multimedialna.
2. Laboratorium.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta – przygotowywanie raportów z przeprowadzonych analiz.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia   | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|--|---|
| F1   | PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_K01, PEK_K02                                     | Odpowiedzi ustne, raporty                   |
| F2   | PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_W04, PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_K01, PEK_K02 | Kolokwium                                   |
| P=0,5F1+0,5F2  |  |   |

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Bracha Czesław. Teoretyczne podstawy metody reprezentacyjnej. Wydawnictwo Naukowe PWN 1996.
- [2] Magiera Ryszard. Modele i metody statystyki matematycznej. Część I Rozkłady i symulacja stochastyczna. GIS 2005.
- [3] Magiera Ryszard. Modele i metody statystyki matematycznej. Część II Wnioskowanie statystyczne. GIS 2007.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Singh Sarjinder. Advanced Sampling Theory with Applications. Kluwer Academic Publisher 2003.



[2] Dorofeev Sergey, Grant Peter. Statistics for Real-Life Sample Surveys. Non-Simple-Random Samples and Weighted Data. Cambridge University Press 2006.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. Maciej Wilczyński ([Maciej.Wilczynski@pwr.edu.pl](mailto:Maciej.Wilczynski@pwr.edu.pl))**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
METODY REPREZENTACYJNE  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b> | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W08, K1MIS_W14, K1MIS_W15  | C1                       | Wy1-Wy4                    | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W08, K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W22_SAD   | C2                       | Wy5-Wy7                    | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W08, K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W22_SAD   | C3                       | Wy8, Wy9                   | 1, 3                                   |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W04, K1MIS_W07, K1MIS_W08, K1MIS_W14, K1MIS_W15, K1MIS_W22_SAD   | C4                       | Wy10, Wy11                 | 1, 3                                   |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U16, K1MIS_U17, K1MIS_U18, K1MIS_U19, K1MIS_U35_SAD  | C1                       | La1-La5                    | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U17, K1MIS_U18, K1MIS_U19, K1MIS_U20, K1MIS_U21, K1MIS_U35_SAD  | C2                       | La6, La7                   | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U17, K1MIS_U18, K1MIS_U19, K1MIS_U20, K1MIS_U21, K1MIS_U35_SAD  | C3                       | La8                        | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U17, K1MIS_U18, K1MIS_U19, K1MIS_U20, K1MIS_U21, K1MIS_U35_SAD  | C4                       | La9                        | 2, 3, 4                                |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K04  | C1, C2, C3, C4           | Wy1-Wy11<br>La1-La9        | 1, 2, 3                                |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K01, K1MIS_K02, K1MIS_K04  | C1, C2, C3, C4           | Wy1-Wy11<br>La1- La9       | 1, 2, 3                                |

\*\* - z tabeli powyżej

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** Analiza Szeregów Czasowych

**Nazwa w języku angielskim** Analysis Of Time Series

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** MATEMATYKA I STATYSTYKA

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna

**Rodzaj przedmiotu:** wybieralny

**Kod przedmiotu** MAT001636

**Grupa kursów:** TAK

|   | Wykład              | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------------------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)                                       | 30                  |           | 30           |         |            |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)                                   | 120                 |           |              |         |            |
| Forma zaliczenia  | zaliczenie na ocenę |           |              |         |            |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)   | X                   |           |              |         |            |
| Liczba punktów ECTS   | 4                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)                 | 2                   |           |              |         |            |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2                   |           |              |         |            |

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa,
2. Elementy Statystyki Matematycznej,
3. Wstęp do Statystyki Matematycznej.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Opanowanie podstawowej wiedzy dotyczącej szeregów czasowych stacjonarnych drugiego rzędu oraz własności estymatorów parametrów rozkładu prawdopodobieństwa dla tych szeregów czasowych.

C2 Poznanie podstawowych modeli szeregów czasowych typu MA(q), AR(p), ARMA(p,q) oraz ich uogólnień na modele ARIMA, ARCH, GARCH. .

C3 Poznanie metod estymacji parametrycznej oraz nieparametrycznej trendu w szeregach czasowych.

C4 Poznanie metod estymacji rzędu modeli szeregów czasowych.

C5 Poznanie metod predykcji szeregów czasowych.

C6 Nabycie umiejętności identyfikacji i konstrukcji modeli szeregów czasowych w zastosowaniach technologicznych, ekonometrycznych, finansowych.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 ma podstawową wiedzę dotyczącą szeregów czasowych stacjonarnych drugiego rzędu oraz własności estymatorów parametrów rozkładu prawdopodobieństwa dla tych szeregów czasowych

PEK\_W02 zna podstawowe modele szeregów czasowych typu MA(q), AR(p), ARMA(p,q) oraz ich uogólnienia na modele ARIMA, ARCH, GARCH

PEK\_W03 zna metody estymacji parametrycznej oraz nieparametrycznej trendu w szeregach czasowych

PEK\_W04 zna metody estymacji rzędu modeli szeregów czasowych

PEK\_W05 zna metody predykcji szeregów czasowych

PEK\_W06 zna metody identyfikacji modeli szeregów czasowych

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi przeprowadzić identyfikację modeli szeregów czasowych

PEK\_U02 potrafi przeprowadzić procedurę estymacji rzędu modelu oraz parametrów modelu szeregu czasowego wraz z weryfikacją hipotez statystycznych oraz estymacją nieparametryczną odnośnie postaci modelu szeregu czasowego

PEK\_U03 potrafi przeprowadzić analizę symulacyjną związaną z estymacją, weryfikacją hipotez, identyfikacją i doбором modelu szeregu czasowego

PEK\_U04 potrafi uzasadnić własności stosowanych procedur statystycznych oraz dobranych modeli szeregów czasowych

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK\_K02 potrafi poprawnie referować i przedstawiać rezultaty rozwiązywanych problemów.

PEK\_K03 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

### TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady |  | Liczba godzin |
|-----------------------|--|---------------|
| Wy1                   | Szeregi czasowe ściśle stacjonarne. Funkcja autokorelacji. Szeregi czasowe stacjonarne drugiego rzędu. Średnia próbkowa, wariancja próbkowa, autokowariancja próbkowa, autokorelacja próbkowa. Sformułowanie własności zdefiniowanych estymatorów.                   | 2             |
| Wy2                   | Opis testów weryfikujących hipotezę, że szereg czasowy jest białym szumem.   | 2             |
| Wy3                   | Transformacje szeregów czasowych (m.in. transformacja Boxa-Coxa). Metody estymacji i eliminacji trendu wielomianowego oraz trendu okresowego z zastosowaniem operatorów różnicowania. Estymacja trendu będącego liniową kombinacją funkcji bazowych - model liniowy. | 2             |
| Wy4                   | Metody wygładzania w estymacji trendu. Wygładzanie eksponencjalne. Metody dekompozycji szeregów czasowych. Nieparametryczna, jądrowa estymacja trendu.   | 4             |
| Wy5                   | Modele liniowe MA(q), AR(p), ARMA(p,q). Przyczynowość i odwracalność stacjonarnych modeli ARMA.  | 2             |
| Wy6                   | Metody estymacji parametrów modelu AR(p), ARMA(p,q). Ocena poprawności dopasowania modelu (diagnostyka).   | 4             |
| Wy7                   | Funkcja cząstkowej autokorelacji (PACF) szeregu czasowego i jej własności.   | 2             |
| Wy8                   | Predykcja szeregów czasowych. Konstrukcja prognoz punktowych i przedziałowych.   | 4             |

|      |   |           |
|------|---|-----------|
| Wy9  | Estymacja rzędu modelu autoregresji. Metoda FPE. Metody doboru rzędu modelu dla modeli ARMA. Kryterium AIC i BIC. | 2         |
| Wy10 | Modele ARIMA(p,d,q).  | 2         |
| Wy11 | Wprowadzenie do modeli warunkowo heteroskedastycznych. Modele ARCH(p), GARCH(p,q).                                | 3         |
| Wy12 | Wprowadzenie do estymacji w domenie częstościowej. Periodogram – własności i zastosowania.                        | 1         |
|      | Suma godzin   | <b>30</b> |

| <b>Forma zajęć - laboratorium</b> |  | <b>Liczba godzin</b> |
|-----------------------------------|--|----------------------|
| La1                               | Analiza symulacyjna własności asymptotycznych średniej próbkowej, autokowariancji próbkowej, autokorelacji próbkowej. Weryfikacja hipotezy, że szereg czasowy jest szeregiem typu białego szumu. | 4                    |
| La2                               | Metody eliminacji i estymacji trendu szeregu czasowego.  | 4                    |
| La3                               | Estymacja parametrów modelu autoregresji. Metody doboru rzędu modelu dla modeli autoregresyjnych.  | 4                    |
| La4                               | Estymacja parametrów modelu ARMA. Metody doboru rzędu modelu dla modeli ARMA. Analiza poprawności dopasowania modelu (diagnostyka).  | 6                    |
| La5                               | Modele ARIMA. Dopasowanie do danych i zastosowanie do konstrukcji prognoz.   | 6                    |
| La6                               | Estymacja dla modeli ARCH, GARCH.  | 4                    |
| La7                               | Zastosowanie periodogramu w analizie danych rzeczywistych.   | 2                    |
|                                   | Suma godzin  | <b>30</b>            |

| <b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>  |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>Wykład problemowy – metoda tradycyjna</li> <li>Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna</li> <li>Zajęcia laboratoryjne w pracowni komputerowej.</li> <li>Konsultacje</li> <li>Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń problemowo rachunkowych oraz laboratoryjnych.</li> </ol> |

### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

| <b>Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))</b> | <b>Numer efektu kształcenia</b>  | <b>Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia</b>               |
|---|--|--|
| F1  | PEK_U01,<br>PEK_U02,<br>PEK_U03,<br>PEK_U04,<br>PEK_K01,<br>PEK_K02,<br>PEK_K03. | Odpowiedzi ustne, referaty, sprawozdania z zadań laboratoryjnych |
| F2  | PEK_W01,<br>PEK_W02,<br>PEK_W03,<br>PEK_W04,                                     | Kolokwium zaliczeniowe na wykładzie.                             |

|                  |  |  |
|------------------|--|--|
|                  | PEK_W05,<br>PEK_W06,<br>PEK_K01,<br>PEK_K02,<br>PEK_K03. |  |
| F3               |  |  |
| P = 75%F1 +25%F2 |  |  |

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Brockwell P., Davis R., Introduction to Time Series and Forecasting. Springer, 2nd edition, 2010.
- [2] Chatfield M. B., The Analysis of Time Series: An Introduction. Taylor Francis Inc, 2003.
- [3] Hyndman, R.J., Athanasopoulos, G., Forecasting: principles and practice. OTexts: Melbourne, Australia. <http://otexts.org/fpp/>, 2013.
- [4] Shumway R. H., Stoffer D. S., Time Series Analysis and its Applications With R Examples. Springer, 3rd edition, 2011.
- [5] Zagdański A., Suchwałko A., Analiza i prognozowanie szeregów czasowych. Praktyczne wprowadzenie na podstawie środowiska R. PWN, 2015.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA :**

W czasie wykładu będą przekazywane studentom informacje dotyczące dodatkowych artykułów do lektury i zreferowania.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. Roman Różański, prof. nadzw. PWr** [Roman.Rozanski@pwr.edu.pl](mailto:Roman.Rozanski@pwr.edu.pl)  
**dr Adam Zagdański,** [Adam.Zagdanski@pwr.edu.pl](mailto:Adam.Zagdanski@pwr.edu.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA SZEREGÓW CZASOWYCH  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA**

| <b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b> | <b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b> | <b>Cele przedmiotu**</b> | <b>Treści programowe**</b>        | <b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b> |
|---------------------------------------|--|--------------------------|-----------------------------------|--|
| <b>PEK_W01 (wiedza)</b>               | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C1                       | Wy1, Wy2, Wy7                     | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W02</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C2                       | Wy5, Wy10, Wy11                   | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W03</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C3                       | Wy3, Wy4                          | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W04</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C4                       | Wy9                               | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W05</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C5                       | Wy8                               | 1, 4                                   |
| <b>PEK_W06</b>                        | K1MIS_W07, K1MIS_W22_SAD, K1MIS_W23_SAD  | C6                       | Wy6, Wy7, Wy9, Wy10, Wy11, Wy12   | 1, 4                                   |
| ...                                   |  |                          |                                   |  |
| <b>PEK_U01 (umiejętności)</b>         | K1MIS_U16, K1MIS_U34_SAD, K1MIS_U35_SAD  | C6                       | La3, La4, La5, La6                | 2,3,4,5                                |
| <b>PEK_U02</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U34_SAD, K1MIS_U35_SAD  | C1, C3, C4               | La1, La2, La3, La4, La5, La6, La7 | 2,3,4,5                                |
| <b>PEK_U03</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U34_SAD, K1MIS_U35_SAD  | C1, C3, C4, C6           | La1, La2, La3, La4, La5, La6, La7 | 3,4,5                                  |
| <b>PEK_U04</b>                        | K1MIS_U16, K1MIS_U34_SAD, K1MIS_U35_SAD  | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | La1, La2, La3, La4, La5, La6, La7 | 2,3,4,5                                |
| ...                                   |  |                          |                                   |  |
| <b>PEK_K01 (kompetencje)</b>          | K1MIS_K01  | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | Wy1 - Wy12<br>La1 - La7           | 1,2,3,4,5                              |
| <b>PEK_K02</b>                        | K1MIS_K02  | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | La1 - La7                         | 2,3,4,5                                |
| <b>PEK_K03</b>                        | K1MIS_K05  | C1, C2, C3, C4, C5, C6   | Wy1 - Wy12<br>La1 - La7           | 1,2,3,4,5                              |
| ...                                   |  |                          |                                   |  |

\*\* - z tabeli powyżej