

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI KARTA PRZEDMIOTU</b>	
<b>Nazwa w języku polskim: MATEMATYKA FINANSOWA</b>	
<b>Nazwa w języku angielskim: Economathematics</b>	
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana</b>	
<b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b>	
<b>Stopień studiów i forma:</b>	<b>II stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>
<b>Rodzaj przedmiotu:</b>	<b>obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany*</b>
<b>Kod przedmiotu</b>	<b>MAP1899</b>
<b>Grupa kursów</b>	<b>TAK / NIE*</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90	90			
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3	3			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		3			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5	1,5			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Student posiada elementarną wiedzę na temat rynków finansowych i dyskretnych modeli matematyki finansowej

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie i opanowanie najważniejszych pojęć i metod z zakresu matematyki finansowej

\*niepotrzebne skreślić

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna najważniejsze twierdzenia i hipotezy z matematyki finansowej

PEK\_W02 zna podstawy modelowania stochastycznego w matematyce finansowej

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w matematyce finansowej

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych

**TREŚCI PROGRAMOWE**

<b>Forma zajęć - wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Model Blacka-Scholesa	4
Wy2	Wielowymiarowy model Blacka-Scholesa	2
Wy3	Formuła Feynmana-Kaca i wzór Blacka-Scholesa	4
Wy4	Model Bacheliera	2
Wy5	Modelowanie struktury terminowej	4

Wy6	Model Vasicka, Model Coxa-Ingersona-Rossa, Model HJM	4
Wy7	Kalibracja instrumentów stopy procentowej	2
Wy8	Subdyfuzyjne modele Blacka-Scholesa i Bacheliera	4
Wy9	Ułamkowy ruch Browna w finansach	2
Wy10	Model Gerbera-Shiu, transformata Esschera	2
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Ilustracja modeli. Metody analityczne i komputerowe. Przykłady wyceny instrumentów pochodnych.	30
	Suma godzin	<b>30</b>

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.</li> <li>2. Ćwiczenia rachunkowe i problemowe.</li> <li>3. Konsultacje.</li> <li>4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.</li> </ol>	

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	egzamin
F2	PEK_U01 PEK_K01	odpowiedzi ustne, kolokwia, kartkówki
P=0.5*F1+0.5*F2		

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

**LITERATURA PODSTAWOWA:**

[1] A. Weron, R. Weron (1998) Inżynieria finansowa, WNT

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

[1] A. Jakubowski, A. Palczewski, M. Rutkowski, Ł. Stettner (2003) Matematyka finansowa, WNT.

[2] M. Musiela, M. Rutkowski (1997) Martingale methods in financial modelling, Springer.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Dr hab. Marcin Magdziarz** (Marcin.Magdziarz@pwr.wroc.pl)

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**ECONOMATHEMATICS MAP1899**  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU **MATEMATYKA STOSOWANA**  
 I SPECJALNOŚCI **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
<b>PEK_W01</b>  (wiedza)	K2MAT_W03	C1	Wy1-Wy10	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MAT_W09	C1	Wy1-Wy10	1, 3
<b>PEK_U01</b>  (umiejętności)	K2MAT_U15	C1	Ćw1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b>  (kompetencje)	K2MAT_K06	C1	Wy1-Wy10, Ćw1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish: Matematyka finansowa</b>					
<b>Name in English: Econometrics</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: 1st/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: obligatory / <del>optional</del> / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP1899</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30	30			
Number of hours of total student workload (CNPS)	90	90			
Form of crediting	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3	3			
including number of ECTS points for practical (P) classes	1	3			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1,5	1,5			

\*delete as applicable

<b>PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES</b>
1. Student has an elementary knowledge of financial markets and discrete models of financial mathematics

<b>SUBJECT OBJECTIVES</b>
C1 Learning and mastery of key concepts and methods in the field of financial mathematics
<b>SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS</b>
relating to knowledge: PEK_W01 knows the most important theorems and hypotheses of financial mathematics PEK_W02 knows the basics of stochastic modeling in financial mathematics
relating to skills: PEK_U01 can construct mathematical models used in financial mathematics
relating to social competences: PEK_K01 can by himself search for information in the literature, even in foreign languages

<b>PROGRAMME CONTENT</b>		
<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Blacka-Scholes model	4
Lec 2	Multidimensional Blacka-Scholes model	2
Lec 3	Feynman-Kac formula and Blacka-Scholes formula	4
Lec 4	Bachelier model	2
Lec 5	Modeling of term structure	4
Lec 6	Vasicek and Cox-Ingerson-Ross models HJM model	4
Lec 7	Calibration of interest rate instruments	2
Lec 8	Subdiffusive Black-Scholes and Bachelier models	4
Lec 9	Fractional Brownian motion in finance	2
Lec 10	Gerber-Shiu model, Esscher transform	2
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>
<b>Form of classes - class</b>		<b>Number of hours</b>
Cl 1	Illustration of all models.. Analytical and computer methods. Examples of pricing derivatives.	30
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>
<b>TEACHING TOOLS USED</b>		
N1. Lecture problem - traditional method. N2. Problem and counting exercises. N3. Consultations. N4. Student's self work - preparation for exercises.		

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	<b>Educational effect number</b>	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	exam
F2	PEK_U01 PEK_K01	oral responses, tests, small tests
P=0.5*F1+0.5*F2		

**PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE**

**PRIMARY LITERATURE:**

[1] A. Weron, R. Weron (1998) Inżynieria finansowa, WNT

**SECONDARY LITERATURE:**

[1] A. Jakubowski, A. Palczewski, M. Rutkowski, Ł. Stettner (2003) Matematyka finansowa, WNT.

[2] M. Musiela, M. Rutkowski (1997) Martingale methods in financial modelling, Springer.

**SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

**Dr hab. Marcin Magdziarz** (Marcin.Magdziarz@pwr.wroc.pl)

**MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
ECONOMATHEMATICS MAP1899  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY APPLIED MATHEMATICS  
AND SPECIALIZATION MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Lec 1-Lec 10	1, 3
PEK_W02	K2MIC_W09	C1	Lec 1-Lec 10	1, 3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Cl 1	2, 3, 4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec 1-Lec 10, Cl 1	1, 2, 3, 4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>					
<b>Nazwa w języku polskim: Równania różniczkowe cząstkowe z zastosowaniami w przemyśle</b>					
<b>Nazwa w języku angielskim: Partial differential equations with applications in industry</b>					
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana</b>					
<b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Stopień studiów i forma:</b>	<b>II stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b>				
<b>Rodzaj przedmiotu:</b>	<b>obowiązkowy / <del>wybieralny</del> / <del>ogólnouczelniany*</del></b>				
<b>Kod przedmiotu</b>	<b>MAP2040</b>				
<b>Grupa kursów</b>	<b>TAK / <del>NIE*</del></b>				
	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90	90			
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3	3			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	1	3			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	2	2			
<b>WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI</b>					
C2 Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i metody rzeczywistej i zespolonej analizy matematycznej					
C3 Zna i potrafi stosować elementarne pojęcia i metody z zakresu równań różniczkowych zwyczajnych					

### CELE PRZEDMIOTU

5. Poznanie podstawowych pojęć i opanowanie wiedzy z zakresu równań różniczkowych cząstkowych
6. Poznanie podstawowych zastosowań równań różniczkowych cząstkowych w nauce, technice i przemyśle
7. Nabycie podstawowych umiejętności w modelowaniu matematycznym za pomocą równań różniczkowych cząstkowych

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna najważniejsze twierdzenia z głównych działów równań różniczkowych

PEK\_W02 zna podstawy modelowania za pomocą równań różniczkowych w zagadnieniach technicznych lub w naukach przyrodniczych, w szczególności fizyce, chemii i biologii.

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi analizować podstawowe zagadnienia z równań różniczkowych

PEK\_U02 potrafi konstruować modele matematyczne za pomocą równań różniczkowych, wykorzystywane w konkretnych zastosowaniach matematyki.

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, także w językach obcych

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przypomnienie wiadomości o równaniach różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu. Metoda charakterystyk, rozwiązania słabe oraz fale uderzeniowe.	4
Wy2	Równania cząstkowe II rzędu oraz ich klasyfikacja. Motywacje fizyczne.	2
Wy3	Równania paraboliczne i ich zastosowania (ciepło, dyfuzja). Zagadnienia początkowo-brzegowe, metoda rozdzielania zmiennych, transformata Fouriera, rozwiązanie fundamentalne, zasada maksimum.	8

Wy4	Równania hiperboliczne i ich zastosowania (drgania strun, membran i prętów; fale mechaniczne, akustyczne i elektromagnetyczne). Rozwiązanie d'Alemberta, zagadnienia początkowo-brzegowe, metoda rozdzielania zmiennych, rozwiązanie Kirchhoffa, zasada Huygensa.	8
Wy5	Równania eliptyczne i ich zastosowania (stacjonarny rozkład temperatury, potencjał grawitacyjny oraz elektrostatyczny). Zagadnienia brzegowe, funkcje własne, równanie Poissona, funkcja Greena.	6
Wy6	Rachunek wariacyjny oraz jego zastosowania. Równanie Eulera-Lagrange'a, mechanika Lagranżowska, równanie geodezyjnej, równanie powierzchni minimalnej.	2
	Suma godzin	<b>30</b>
<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Cw1	Rozwiązywanie zagadnień z równań różniczkowych cząstkowych i ich zastosowań.	30
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	egzamin
F2	PEK_U01 PEK_U02 PEK_K01	odpowiedzi ustne, kolokwia, kartkówki, sprawozdania
P=0.5*F1+0.5*F2		

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

1. S.J.Farlow, Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, Dover Publications, 1993.
2. R.Haberman, Applied Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems, Pearson, 2012.
3. A. N. Tichonow, A. A. Samarski, Równania fizyki matematycznej, PWN 1963.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. Ockendon, S. Howison, A. Lacey & A. Movchan, Applied Partial Differential Equations, Oxford University Press, Oxford 1999.
- [2] L. C. Evans, Równania różniczkowe cząstkowe, PWN 2002.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Wojciech Okraśiński** ([wojciech.okrasinski@pwr.wroc.pl](mailto:wojciech.okrasinski@pwr.wroc.pl))

**dr inż. Łukasz Płociniczak** ([lukasz.plociniczak@pwr.edu.pl](mailto:lukasz.plociniczak@pwr.edu.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
 PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS MAP2040  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
 I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W03	C1-C3	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W07	C1-C3	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15	C1-C3	Cw1	2, 3, 4
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U16	C1-C3	Cw1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1-C3	Wy1-Wy15, Cw1	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K01	C1-C3	Wy1-Wy15, Cw1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

**FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS  
SUBJECT CARD**

**Name in Polish: Równania różniczkowe cząstkowe z zastosowaniami w przemyśle**

**Name in English: Partial differential equations with applications in industry**

**Main field of study (if applicable): Applied Mathematics**

**Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce**

**Level and form of studies: ~~1st~~/ 2nd\* level, full-time / ~~part-time~~\***

**Kind of subject: obligatory- / ~~optional~~ / ~~university-wide~~\***

**Subject code MAP2040**

**Group of courses YES / ~~NO~~\***

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30	30			
Number of hours of total student workload (CNPS)	90	90			
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3	3			
including number of ECTS points for practical (P) classes	1	3			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	2	2			

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

1. Student knows and can apply classical notions and methods of real and complex analysis.
2. Student knows and can apply elementary notions and methods of ordinary differential equations.

**SUBJECT OBJECTIVES**

- C1 Study of basic notions and acquisition of knowledge in the area of differential equations.  
 C2 Study of basic applications of partial differential equations in science, technology and industry.  
 C3 Acquisition of basic abilities in mathematical modelling by partial differential equations.

### SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

relating to knowledge the student:

PEK\_W01 knows the most important theorems from main areas of differential equations

PEK\_W02 knows basics of modelling by differential equations in technology and natural sciences, especially in physics, chemistry and biology.

relating to skills the student:

PEK\_U01 can analyze basic problems of differential equations,

PEK\_U02 can construct mathematical models with the usage of differential equations in concrete applications of mathematics.

relating to social competences the student:

PEK\_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature, also in foreign languages

PEK\_K02 understands necessity of systematic and individual work on the material of the course.

### PROGRAMME CONTENT

Form of classes - lecture		Number of hours
Lec1	A reminder of information concerning first order partial differential equations. Methods of characteristics, weak solutions and shock waves.	4
Lec2	Second order partial differential equations and their classification. Physical motivations.	2
Lec3	Parabolic equations and their applications (heat, diffusion). Initial-boundary problems, method of separation of variables, Fourier transform, fundamental solution, maximum principle.	8
Lec4	Hyperbolic equations and their applications (vibration of strings, membranes and beams; acoustical, mechanical and electromagnetic waves). D'Alembert's solution, initial-boundary problems, method of separation of variables, Kirchhoff's solution, Huygens' principle.	8
Lec5	Elliptic equations and their applications (stationary temperature distribution, gravitational and electrostatic potential). Boundary value problems, eigenfunctions, Poisson's equation, Green's function.	6
Lec6	The calculus of variations and its applications. Euler-Lagrange equation, Lagrangian mechanics, geodesic equation, minimal surface equation.	2
	Total hours	<b>30</b>

Form of classes - Class		Number of hours
Cl1	Solving of problems for differential equations and their applications.	<b>30</b>
	Total hours	<b>30</b>

### TEACHING TOOLS USED

- N1. Lecture – traditional method
- N2. Tutorial class
- N3. Consultations
- N4. Student's personal work – preparation for the laboratory

### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	exam
F2	PEK_U01 PEK_U02 PEK_K01	Oral presentations, tests, written reports.
P=0.5*F1+0.5*F2		
<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>		
<b>PRIMARY LITERATURE:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. S.J.Farlow, Partial Differential Equations for Scientists and Engineers, Dover Publications, 1993.</li> <li>2. R.Haberman, Applied Partial Differential Equations with Fourier Series and Boundary Value Problems, Pearson, 2012.</li> <li>3. A. N. Tichonow, A. A. Samarski, Równania fizyki matematycznej, PWN 1963.</li> </ol>		
<b>SECONDARY LITERATURE:</b>		
<p>[1] J. Ockendon, S. Howison, A. Lacey &amp; A. Movchan, Applied Partial Differential Equations, Oxford University Press, Oxford 1999.</p> <p>[2] L. C. Evans, Równania różniczkowe cząstkowe, PWN 2002.</p>		
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>		
<b>Prof. dr hab. Wojciech Okraśiński</b> ( <a href="mailto:wojciech.okrasinski@pwr.wroc.pl">wojciech.okrasinski@pwr.wroc.pl</a> )  <b>dr inż. Łukasz Płociniczak</b> ( <a href="mailto:lukasz.plociniczak@pwr.edu.pl">lukasz.plociniczak@pwr.edu.pl</a> )		

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS MAP2040**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
APPLIED MATHEMATICS  
AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1-C3	Lec1-Lec15	1, 3
PEK_W02	K2MIC_W07	C1-C3	Lec1-Lec15	1, 3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1-C3	Cl1	2, 3, 4
PEK_U02	K2MIC_U16	C1-C3	Cl1	2, 3, 4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1-C3	Lec1-Lec15 Cl1	1, 2, 3, 4
PEK_K02	K2MIC_K01	C1-C3	Lec1-Lec15 Cl1	1, 2, 3, 4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b> <b>KARTA PRZEDMIOTU</b>					
<b>Nazwa w języku polskim: PAKIETY STATYSTYCZNE</b> <b>Nazwa w języku angielskim: Statistical Packages</b> <b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana</b> <b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b> <b>Stopień studiów i forma: II stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b> <b>Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / <del>wybieralny</del> / <del>ogólnouczelniany*</del></b> <b>Kod przedmiotu MAP2041</b> <b>Grupa kursów TAK / <del>NIE*</del></b>					
	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	60		60		
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	2		2		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	1		2		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i metody rachunku prawdopodobieństwa.  
Zna podstawowe pojęcia statystyki matematycznej.

**CELE PRZEDMIOTU**

Poznanie podstawowych metod analizy danych.

Nabycie umiejętności analizy danych za pomocą pakietów statystycznych.  
 Nabycie umiejętności pisania raportów z analiz statystycznych.  
 Nabycie umiejętności posługiwania się językiem angielskim w stopniu umożliwiającym wykonanie analiz statystycznych i napisanie raportów z tych analiz.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 ma pogłębioną wiedzę z zakresu statystycznej analizy zależności pomiędzy zmiennymi w bazach danych

PEK\_W02 zna język angielski stosowany w analizie statystycznej

PEK\_W03 zna metody wykorzystania pakietów statystycznych do analizy danych

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi wykorzystać pakiet statystyczny do analizy danych

PEK\_U02 potrafi napisać raport z analizy statystycznej w języku angielskim

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi przełożyć pytania dotyczące rzeczywistych zjawisk na precyzyjny język matematyczny

PEK\_K02 potrafi przedstawić wyniki badań statystycznych w sposób zrozumiały dla niematematyków

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – wykłady		Liczba godzin
Wy1	Statystyki opisowe. Graficzna reprezentacja danych.	2
Wy2	Porównanie dwóch populacji – test Studenta, testy nieparametryczne.	2
Wy3	Estymacja proporcji. Test chi-kwadrat zgodności.	2
Wy4	Tablice dwudzielcze. Test chi-kwadrat niezależności.	2
Wy5	Prosta regresja liniowa – model, estymacja, testowanie.	2
Wy6	Prosta regresja liniowa – predykcja, sprawdzanie założeń, transformacje	2
Wy7	Kolokwium	2
Wy8	Regresja liniowa wieloraka – estymacja, testowanie, sprawdzanie założeń	2
Wy9	Regresja liniowa wieloraka – analiza wariancji, współczynnik determinacji	2
Wy10	Regresja liniowa wieloraka – sumy kwadratów, uogólnione testy liniowe	2
Wy11	Regresja liniowa wieloraka – skorelowane predyktory, kryteria wyboru modelu	2
Wy12	Jednoczynnikowa analiza wariancji – model, estymacja parametrów, testowanie.	2
Wy13	Wieloczynnikowa analiza wariancji.	2
Wy14	Modele mieszane i uogólnione modele liniowe.	2

Wy15	Kolokwium	2
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć – laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Zapoznanie się z wybranym pakietem statystycznym.	2
La2	Statystyki opisowe i graficzna reprezentacja danych.	4
La3	Problem dwóch prób – testy Studenta, testy nieparametryczne, testowanie normalności, graficzna reprezentacja danych	4
La4	Testy i przedziały ufności dla proporcji – test dla pojedynczej proporcji, test zgodności chi-kwadrat, test niezależności chi-kwadrat, graficzna reprezentacja danych	4
La5	Prosta regresja liniowa – estymacja, predykcja, moc, graficzna reprezentacja danych i wyników	4
La6	Prosta regresja liniowa – diagnostyka, transformacje zmiennych	4
La7	Regresja liniowa wieloraka – estymacja, predykcja, testowanie, diagnostyka, wybór istotnych zmiennych	4
La8	Analiza wariancji – estymacja, testowanie, porównania między grupami, diagnostyka	4
	Suma godzin	<b>30</b>

### **STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE**

- C1 Wykład problemowy – prezentacja komputerowa i metoda tradycyjna.
- C2 Laboratoria komputerowe – samodzielna analiza danych, raporty z analiz.
- C3 Konsultacje.
- C4 Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium

### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01 PEK_K01 PEK_K02	sprawozdania z laboratoriów
F2	PEK_W01	dwa kolokwia

	PEK_U01 PEK_K01 PEK_K02	
P=0,5 F1+0,5 F2		

<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>	
<b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b>	
[1] D. S. Moore, G.P. McCabe, Introduction to the Practise of Statistics	
[2] M. H. Kutner, C. J. Nachstheim, J. Neter, W. Li, Applied Linear Statistical Models.	
<b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b>	
1. R. Freund, R. Littell, SAS System for Regression	
<b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>	
<b>Dr hab. Małgorzata Bogdan</b> (Małgorzata.Bogdan@pwr.wroc.pl)	

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
 PAKIETY STATYSTYCZNE MAP2041  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
 I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W02, K2MIC_W04, K2MIC_W08, K2MIC_W16	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W13	C4	Wy1-Wy15, La1-La8	1-4
<b>PEK_W03</b>	K2MIC_W12, K2MIC_W18	C2	Wy1-Wy15, La1-La8	1-4
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U11, K2MIC_U15, K2MIC_U20, K2MIC_U21	C2	Wy1-Wy15, La1-La8	1-4
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U02, K2MIC_U12	C3, C4	La1-La8	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K02	C1, C2	Wy1-Wy15, La1-La8	1-4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K05	C3, C4	La1-La8	2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>Name in Polish: PAKIETY STATYSTYCZNE</b>					
<b>Name in English: Statistical Packages</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: <del>1st</del>/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: obligatory- / <del>optional</del> / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP2041</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	60		60		
Form of crediting	<del>Examination</del> / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	2		2		
including number of ECTS points for practical (P) classes	1		2		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1,5		1,5		

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

Student knows and can apply basic concepts of the probability theory  
 Student knows basic concepts of the mathematical statistics

**SUBJECT OBJECTIVES**

- C1 Study of basic methods of data analysis.
- C2 Acquisition of the ability to analyze data using statistical packages.
- C3 Acquisition of the ability to write reports on statistical analyzes.
- C4 Acquisition of skills in the English language sufficiently to enable the execution of statistical analyzes and write reports on these analyzes.

### SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

relating to knowledge:

PEK\_W01 has statistical knowledge of the relationship between the variables in the databases

PEK\_W02 knows English in the statistical analysis

PEK\_W03 knows methods of using statistical packages for data analysis

relating to skills:

PEK\_U01 can use a statistical package for data analysis

PEK\_U02 can write a report on the statistical analysis in English

relating to social competences:

PEK\_K01 can translate questions about the real phenomenon on the precise mathematical language

PEK\_K02 can present the results of statistical analysis in a manner understandable to non-mathematicians

### PROGRAMME CONTENT

Form of classes - lecture		Number of hours
Lec 1	Descriptive statistics. Graphical representation of data.	2
Lec 2	Comparison of two populations - Student test, nonparametric tests.	2
Lec 3	Estimation of proportion. Chi-square goodness of fit test.	2
Lec 4	Cross tabulation. Chi-squared test of independence.	2
Lec 5	Simple linear regression - model, estimation, testing.	2
Lec 6	Simple linear regression - prediction, checking assumptions, transformations.	2
Lec 7	Test.	2
Lec 8	Multiple linear regression - estimation, testing, checking assumptions.	2
Lec 9	Multiple linear regression - analysis of variance, coefficient of determination.	2
Lec 10	Multiple linear regression - the sum of the squares, generalized linear tests.	2
Lec 11	Multiple linear regression - correlated predictors, the model selection criteria.	2
Lec 12	Univariate analysis of variance - model, estimation of parameters, testing.	2
Lec 13	Multivariate analysis of variance.	2
Lec 14	Mixed models and generalized linear model.	2
Lec 15	Test.	2
	Total hours	<b>30</b>

<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Getting familiar with selected statistical package.	2
Lab 2	Descriptive statistics and graphical representation of data.	4
Lab 3	The problem of two samples - Student tests, nonparametric tests, testing normality, graphical representation of data	4
Lab 4	Tests and confidence intervals for the ratio - the proportion of a single ratio, chi-square goodness of fit test, chi-squared test of independence, graphical representation of data	4
Lab 5	Simple linear regression - estimation, prediction, power, graphical representation of data and results	4
Lab 6	Simple linear regression - diagnostics, transformations of variables	4
Lab 7	Multiple linear regression - estimation, prediction, testing, diagnosis, selection of relevant variables.	4
Lab 8	Analysis of variance - estimation, testing, comparison between groups, diagnostics	4
	Total hours	<b>30</b>

### **TEACHING TOOLS USED**

- N1. Lecture-computer presentation and traditional method.
- N2. Computer laboratory - an independent analysis of the data, analysis reports.
- N3. Consultations.
- N4. Student's self work – preparation for the laboratory.

### **EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	<b>Educational effect number</b>	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>
F1	PEK_U01 PEK_K01 PEK_K02	written reports

F2	PEK_W01 PEK_U01 PEK_K01 PEK_K02	two tests
P=0,5 F1+0,5 F2		

<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>
<p><b><u>PRIMARY LITERATURE:</u></b></p> <p>[1] D. S. Moore, G.P. McCabe, Introduction to the Practise of Statistics  [2] M. H. Kutner, C. J. Nachstheim, J. Neter, W. Li, Applied Linear Statistical Models.</p>
<p><b><u>SECONDARY LITERATURE:</u></b></p> <p>1. R. Freund, R. Littell, SAS System for Regression</p>
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>
<b>Dr hab. Małgorzata Bogdan</b> (Małgorzata.Bogdan@pwr.wroc.pl)

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**STATISTICAL PACKAGES MAP2041**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY **APPLIED MATHEMATICS**  
AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W02, K2MIC_W04, K2MIC_W08, K2MIC_W16	C1	Lec 1- Lec 15	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W13	C4	Lec 1- Lec 15, Lab 1-Lab 8	1-4
<b>PEK_W03</b>	K2MIC_W12, K2MIC_W18	C2	Lec 1- Lec 15, Lab 1-Lab 8	1-4
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U11, K2MIC_U15, K2MIC_U20, K2MIC_U21	C2	Lec 1- Lec 15, Lab 1-Lab 8	1-4
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U02, K2MIC_U12	C3, C4	Lab 1-Lab 8	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K02	C1, C2	Lec 1- Lec 15, Lab 1-Lab 8	1-4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K05	C3, C4	Lab 1-Lab 8	2, 3, 4

\*\* - from table above

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>	
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>	
<b>Nazwa w języku polskim: MODELE UBEZPIECZEŃ ŻYCIOWYCH</b>	
<b>Nazwa w języku angielskim: Life insurance models</b>	
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka stosowana</b>	
<b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b>	
<b>Stopień studiów i forma:</b>	<b>II stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>
<b>Rodzaj przedmiotu:</b>	<b>obowiązkowy-/ wybieralny /ogólnouczelniany*</b>
<b>Kod przedmiotu</b>	<b>MAP2042</b>
<b>Grupa kursów</b>	<b>TAK / NIE*</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90	60			
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3	2			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	1	2			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5	1,5			

<b>WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI</b>
Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i metody rachunku prawdopodobieństwa

<b>CELE PRZEDMIOTU</b>
Poznanie podstawowych pojęć i opanowanie wiedzy z zakresu ubezpieczeń życiowych

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna najważniejsze twierdzenia i metody matematyki aktuarialnej w zakresie ubezpieczeń życiowych

PEK\_W02 zna podstawy modelowania stochastycznego w matematyce aktuarialnej

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w matematyce aktuarialnej w zakresie ubezpieczeń życiowych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej w języku angielskim, w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

**TREŚCI PROGRAMOWE**

<b>Forma zajęć - wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Model ryzyka indywidualnego	2
Wy2	Aproksymacje w modelu ryzyka indywidualnego	2
Wy3	Rozkład przyszłego czasu trwania życia	2
Wy4	Tablice trwania życia	2
Wy5	Założenia dla wieków ułamkowych	2
Wy6	Analityczne prawa umieralności	2
Wy7	Ubezpieczenia płatne w momencie śmierci	2
Wy8	Ubezpieczenia płatne na koniec roku śmierci	2
Wy9	Składka w ubezpieczeniach ciągłych	2
Wy10	Składka w ubezpieczeniach dyskretnych	2
Wy11	Funkcje komutacyjne	2
Wy12	Renty – przypadek dyskretny	2
Wy13	Renty – przypadek ciągły	2
Wy14	Rezerwy – przypadek dyskretny	2
Wy15	Rezerwy – przypadek ciągły	2
	Suma godzin	<b>30</b>
<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Rozwiązywanie zadań ilustrujących teorię podaną na wykładzie, rozwiązywanie zadań z egzaminu na aktuarusza	30
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.
2. Ćwiczenia rachunkowe i problemowe.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	egzamin
F2	PEK_U01 PEK_K01	odpowiedzi ustne, kolokwia, kartkówki
$P=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$		

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### LITERATURA PODSTAWOWA:

- C5 N. L. Bowers i inni „Actuarial Mathematics”, The Society of Actuaries, Itasca, Illinois 1997.  
C6 H. U. Gerber „Life insurance mathematics”, Springer-Verlag, Berlin 1997.

#### OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Dr Krzysztof Burnecki ([Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl](mailto:Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl))

Dr Agnieszka Wyłomańska ([Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl](mailto:Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**MODELE UBEZPIECZEŃ ŻYCIOWYCH MAP2042**  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU **MATEMATYKA STOSOWANA**  
 I SPECJALNOŚCI **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE****

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b>  (wiedza)	K2MIC_W03	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W09	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_U01</b>  (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	Ćw1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b>  (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Wy1-Wy15, Ćw1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish: MODELE UBEZPIECZEŃ ŻYCIOWYCH</b>					
<b>Name in English: Life insurance models</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: <del>1st</del>/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: obligatory / <del>optional</del> / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP2042</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30	30			
Number of hours of total student workload (CNPS)	90	60			
Form of crediting	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>	Examination / <del>crediting with grade*</del>
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3	2			
including number of ECTS points for practical (P) classes	1	2			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1.5	1.5			

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

1. Student knows and can apply basic concepts of the probability theory

**SUBJECT OBJECTIVES**

C1 Study of the classical concepts and acquisition of the knowledge of life insurance mathematics

**SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS**

relating to knowledge:

PEK\_W01 knows the most important concepts of life insurance mathematics

PEK\_W02 knows principles of stochastic modeling in life insurance mathematics

relating to skills:

PEK\_U01 can construct mathematical models used in life insurance mathematics

relating to social competences:

PEK\_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature, also in foreign languages

<b>PROGRAMME CONTENT</b>		
<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Individual risk models for a short term	2
Lec 2	Approximations for total loss in individual risk model	2
Lec 3	Distribution of the future lifetime	2
Lec 4	Life tables	2
Lec 5	Assumptions for fractional ages	2
Lec 6	Analytical laws of mortality	2
Lec 7	Life insurance payable at the moment death	2
Lec 8	Life insurance payable at the end of the year of death	2
Lec 9	Fully continuous net premiums	2
Lec 10	Fully discrete net premiums	2
Lec 11	Commutation functions	2
Lec 12	Discrete life annuities	2
Lec 13	Continuous life annuities	2
Lec 14	Fully discrete net premium reserves	2
Lec 15	Fully continuous net premium reserves	2
	Total hours	<b>30</b>
<b>Form of classes - class</b>		<b>Number of hours</b>
Cl 1	Solving of problems illustrating theory given in the lectures, solving of problems from actuarial exams	30
	Total hours	<b>30</b>
<b>TEACHING TOOLS USED</b>		
N1. Lecture – traditional method. N2. Problem-solving classes. N3. Consultations. N4. Student’s self-work – preparation for the classes.		

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	<b>Educational effect number</b>	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	tests
F2	PEK_U01 PEK_K01	oral presentations, tests
P=0.5*F1+0.5*F2		

<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>
---

<b>PRIMARY LITERATURE:</b>
----------------------------

- |   |
|---|
| [1] N. L. Bowers i inni „Actuarial Mathematics”, The Society of Actuaries, Itasca, Illinois 1997<br>[2] H. U. Gerber „Life insurance mathematics”, Springer-Verlag, Berlin 1997 |
|---|

<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>
--

Dr Krzysztof Burnecki (Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl) Dr Agnieszka Wyłomańska (Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl)
--

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**LIFE INSURANCE MODELS MAP2042**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY **APPLIED MATHEMATICS**  
AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Lec 1- Lec 15	1,3
PEK_W02	K2MIC_W09	C1	Lec 1- Lec 15	1,3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Cl 1	2,3,4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec 1- Lec 15, Cl 1	1,2,3,4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>					
<b>Nazwa w języku polskim: Analiza Funkcjonalna i jej zastosowania</b>					
<b>Nazwa w języku angielskim: Applied functional analysis</b>					
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana</b>					
<b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Stopień studiów i forma: II stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b>					
<b>Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / <del>wybieralny</del> / <del>ogólnouczelniany*</del></b>					
<b>Kod przedmiotu MAP2043</b>					
<b>Grupa kursów TAK / <del>NIE*</del></b>					
	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90		60		
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3		2		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2		2		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i twierdzenia analizy matematycznej  
Zna i potrafi korzystać z pojęć i metod algebry liniowej

**CELE PRZEDMIOTU**

Poznanie podstawowych pojęć z topologii, elementów optymalizacji i analizy funkcjonalnej oraz ich zastosowanie w rozwiązywaniu prostych zagadnień odwrotnych

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna najważniejsze twierdzenie i hipotezy z analizy funkcjonalnej, topologii

PEK\_W02 zna podstawowe metody optymalizacji

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 posługuje się językiem oraz metodami analizy funkcjonalnej w zagadnieniach

analizy matematycznej i jej zastosowaniach

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej w języku angielskim, w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Wstęp do stosowalnej analizy funkcjonalnej – problemy z rzeczywistego świata modelowane za pomocą równań operatorowych.	4
Wy2	Elementy topologii i przestrzenie liniowe	2
Wy3	Liniowe przestrzenie unormowane	2
Wy4	Przestrzenie Hilberta	2
Wy5	Operatory liniowe	4
Wy6	Elementy teorii spektralnej	4
Wy7	Podstawy optymalizacji	4
Wy8	Rola analizy funkcjonalnej w rozwiązywaniu problemów odwrotnych	4
Wy9	Elementy analizy funkcjonalnej w metodach numerycznych	4
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - laboratorium		Liczba godzin
La1	Zastosowanie metod prezentowanych na wykładzie do problemów z rzeczywistego świata, z wykorzystaniem obliczeń komputerowych	30
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

- C1 Wykład – metoda tradycyjna
- C2 Laboratorium problemowe z wykorzystaniem komputerów
- C3 Konsultacje
- C4 Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	egzamin
F2	PEK_U01 PEK-K01	odpowiedzi ustne, ćwiczenia obliczeniowe, kolokwia, projekty, sprawozdania
P=0.5*F1+0.5*F2		

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] E. Zeidler, Applied Functional Analysis, Springer-Verlag 1995
- [2] Ch.W. Groetsch, Inverse Problems in the Mathematical Science, Vieweg-Verlag 1993

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] L. Debnath, P. Mikusiński, Introduction to Hilbert Spaces with Applications, Academic Press 2005

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Wojciech Okrański** (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ZASTOSOWANIE ANALIZY FUNKCJONALNEJ, TOPOLOGII I OPTYZMALIZACJI MAP2043  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W03	C1	Wy1-Wy9	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W07	C1	Wy1-Wy9	1, 3
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U09	C1	La1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Wy1-Wy9, La1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>	
<b>SUBJECT CARD</b>	
<b>Name in Polish: Analiza funkcjonalna i jej zastosowania</b>	
<b>Name in English: Applied functional_analysis</b>	
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>	
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>	
<b>Level and form of studies: <del>1st/</del> 2nd* level, full-time / <del>part-time*</del></b>	
<b>Kind of subject: obligatory / <del>optional</del> / <del>university-wide*</del></b>	
<b>Subject code</b>	<b>MAP2043</b>
<b>Group of courses YES / <del>NO*</del></b>	

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	90		60		
Form of crediting	Egamination				
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3		2		
including number of ECTS points for practical (P) classes	2		2		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1,5		1,5		

<b>PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES</b>
Student knows and can apply basic concepts of mathematical analysis
Student knows and can apply basic concepts of linear algebra
<b>SUBJECT OBJECTIVES</b>
Study of the classical concepts of topology, elements of optimization and functional analysis and its application to solve simple inverse problems

\*delete as applicable

**SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS**

relating to knowledge:

PEK\_W01 knows the most important theorems and hypothesis of functional analysis, topology

PEK\_W02 knows basic methods of optimisation

relating to skills:

PEK\_U01 knows and can apply methods of functional analysis

relating to social competences:

PEK\_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature, also in foreign languages

**PROGRAMME CONTENT**

Form of classes - lecture		Number of hours
Lec1	Introduction to functional analysis – real world problems modeled by operator equations	4
Lec 2	Elements of topology and linear spaces	2
Lec 3	Linear normed spaces	2
Lec 4	Hilbert spaces	2
Lec 5	Linear operators	4
Lec 6	Elements of spectra theory	4
Lec 7	Fundamentals of optimisation	4
Lec 8	Role of functional analysis in solving inverse problems	4
Lec 9	Elements of functional analysis in numerical methods	4
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>

Form of classes - laboratory		Number of hours
Lab1	Solving of problems illustrating theory given in the lectures using mathematical packages for numerical computing	30
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>

### TEACHING TOOLS USED

- N1. Lecture – traditional method
- N2. Computer laboratory
- N3. Consultations
- N4. Student’s self work – preparation for the laboratory

### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	examination
F2	PEK_U01 PEK-K01	oral presentations, tests, projects, raports
P=0.5*F1+0.5*F2		

### PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE

**PRIMARY LITERATURE:**

- [1] E. Zeidler, Applied Functional Analysis, Springer-Verlag 1995
- [2] Ch.W. Groetsch, Inverse Problems in the Mathematical Science, Vieweg-Verlag 1993

**PRIMARY LITERATURE:**

- [1] L. Debnath, P. Mikusiński, Introduction to Hilbert Spaces with Applictions, Academic Press 2005

**SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

Prof. dr hab. Wojciech Okraśniński (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)

**MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
APPLIEDFUNCTIONAL ANALYSIS, TOPOLOGY AND OPTIMIZATION MAP2043  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY APPLIED MATHEMATICS  
AND SPECIALIZATION MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
<b>PEK_W01</b> (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Lec 1-Lec 9	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W07	C1	Lec 1- Lec 9	1, 3
<b>PEK_U01</b> (skills)	K2MIC_U09	C1	Lab 1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec 1- Lec 9, Lab 1	1, 2, 3, 4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****Nazwa w języku polskim: WYBRANE ASPEKTY METOD PERTURBACYJNYCH****Nazwa w języku angielskim: Selected Aspects of Perturbation Methods****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana****Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce****Stopień studiów i forma: II stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~****Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouczelniany\*~~****Kod przedmiotu MAP1995****Grupa kursów TAK / ~~NIE\*~~**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	60		60		
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	2		2		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)			2		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i twierdzenia analizy matematycznej  
 Zna i potrafi stosować elementarne pojęcia i metody z zakresu równań różniczkowych zwyczajnych

## CELE PRZEDMIOTU

- c1 Poznanie podstawowych pojęć oraz opanowanie podstawowych technik używanych w metodach perturbacyjnych

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 ma pogłębioną wiedzę w zakresie metod perturbacyjnych

PEK\_W02 zna metody numeryczne stosowane do znajdowania przybliżonych rozwiązań zagadnień matematycznych (na przykład równań różniczkowych) stawianych przez dziedziny stosowane

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w konkretnych zaawansowanych zastosowaniach matematyki

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej w języku angielskim, w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przykłady prowadzące do metod perturbacyjnych	2
Wy2	Regularna metoda perturbacyjna	2
Wy3	Metoda Poincare-Lindstedta	2
Wy4	Asymptotyki	2
Wy5	Zawodność regularnej metody perturbacyjnej	2
Wy6	Osobliwa metoda perturbacyjna	2
Wy7	Wewnętrzne i zewnętrzne aproksymacje	2
Wy8	Analiza warstwy brzegowej	2
Wy9	Aproksymacja wewnętrzna i skalowanie	2
Wy10	Łączenie aproksymacji zewnętrznej i wewnętrznej	2
Wy11	Jednostajna aproksymacja	2
Wy12	Przykłady jednostajnej aproksymacji	2

Wy13	Zjawiska związane z warstwą brzegową	2
Wy14	Równania różniczkowe cząstkowe i metody perturbacyjne	2
Wy15	Równania algebraiczne i metody perturbacyjne	2
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Rozwiązywanie zadań ilustrujących teorię podaną na wykładzie z użyciem programu MATLAB	30
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna</li> <li>2. Laboratorium komputerowe</li> <li>3. Konsultacje</li> <li>4. Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium</li> </ol>	

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W1 PEK_W2	kolokwium
F2	PEK_U1 PEK-K1	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia, sprawozdania
P=0.5*F1+0.5*F2		

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

**LITERATURA PODSTAWOWA:**

1. E. J. Hinch, Perturbation Methods.
2. J. David Logan, Applied Mathematics.

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] C.C.Lin, L.A.Segel, Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences, SIAM 1988

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Wojciech Okraśniński (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
 WYBRANE ASPEKTY METOD PERTURBACYJNYCH MAP1995  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
 I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W04	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W10	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	La1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Wy1-Wy15, La1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish WYBRANE ASPEKTY METOD PERTURBACYJNYCH</b>					
<b>Name in English Selected Aspects of Perturbation Methods</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: <del>1st</del> 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: obligatory / <del>optional</del> / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP1995</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	60		60		
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	2		2		
including number of ECTS points for practical (P) classes			2		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1.5		1.5		

\*delete as applicable

**Mathematics PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

The student knows and he is able to use the classic concepts and theorems of mathematical analysis

Second He knows and is able to apply basic concepts and methods in the field of differential equations

**SUBJECT OBJECTIVES**

C1 Understanding the basic concepts and mastering the basic techniques used in the methods of perturbation **Mathematics**

### SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

relating to knowledge:

PEK\_W01 has in-depth knowledge of the methods of perturbation

PEK\_W02 know the numerical methods used to find approximate solutions mathematical problems (for example, differential equations) pose in the field of applied domain

relating to skills:

PEK\_U01 can construct mathematical models used in concrete advanced applications of mathematics

relating to social competences:

PEK\_K01 can benefit from the scientific literature in English, including reaching the source materials and make them review

### PROGRAMME CONTENT

Form of classes - lecture		Number of hours
Lec 1	Examples of problems leading to perturbation method	2
Lec 2	Regular perturbation method	2
Lec 3	Poincare-Lindstedt method	2
Lec 4	Asymptotes	2
Lec 5	Unreliability of the regular perturbation method	2
Lec 6	Singular perturbation method	2
Lec 7	The inner and outer approximations	2
Lec 8	Analysis of shoreline layer	2
Lec 9	Inner approximation and scaling	2
Lec 10	Combining internal and external approximation	2
Lec 11	Uniform approximation	2
Lec 12	Examples of uniform approximation	2
Lec 13	Phenomena associated with the film edge	2
Lec 14	Partial differential equations and perturbation methods	2
Lec 15	Algebraic equations and perturbation methods	2
	Total hours	30
Form of classes - class		Number of hours
Cl 1		
Cl 2		
Cl 3		
Cl 4		
..		
	Total hours	
Form of classes - laboratory		Number of hours
Lab 1	Solving problems illustrating a lecture given theory using MATLAB	30
	Total hours	30
Form of classes - project		Number of hours

Proj 1		
Proj 2		
Proj 3		
Proj 4		
...		
	Total hours	

Form of classes - seminar		Number of hours
Sem 1		
Sem 2		
Sem 3		
...		
	Total hours	

TEACHING TOOLS USED
N1. Lecture - traditional method N2. Computer laboratory N3. Individual consultation N4. Student's own work - to prepare for the lab

#### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W1 PEK_W2	test
F2	PEK_U1 PEK-K1	verbal responses, short tests, tests, reports
$C=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$		

PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE
<p><b>PRIMARY LITERATURE:</b> [1] E. J. Hinch, Perturbation Methods. [2] J. David Logan, Applied Mathematics.</p> <p><b>SECONDARY LITERATURE:</b> [1] C.C.Lin, L.A.Segel, Mathematics Applied to Deterministic Problems in the Natural Sciences, SIAM 1988</p>
<p><b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b> Prof. dr hab. Wojciech Okrański (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)</p>

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**Selected Aspects of Perturbation Methods**  
 AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY **Applied Mathematics**  
 AND SPECIALIZATION **Mathematics for Industry and Commerce**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W04	C1	Lec1-Lec15	1, 3
PEK_W02	K2MIC_W10	C1	Lec1-Lec15	1, 3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Lab1	2, 3, 4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec1-Lec15, Lab1	1, 2, 3, 4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****Nazwa w języku polskim: SEMINARIUM – modelowanie matematyczne w przemyśle****Nazwa w języku angielskim: Seminar – mathematical modelling in industry****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana****Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce****Stopień studiów i forma: II stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~****Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouczelniany\*~~****Kod przedmiotu MAP2044****Grupa kursów TAK / NIE\***

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)					30
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)					60
Forma zaliczenia					Zaliczenie na ocenę
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS					2
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)					2
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)					1

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Student ma zaawansowaną wiedzę i umiejętności z zakresu analizy matematycznej, analizy funkcjonalnej i teorii równań różniczkowych

Ma pogłębioną wiedzę i umiejętności z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, statystyki matematycznej i teorii procesów stochastycznych

### CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie nowych osiągnięć i metod używanych w różnych zastosowaniach matematyki.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna podstawowe modele i metody używane w różnych zastosowaniach matematyki

PEK\_W02 zna podstawy teoretyczne i techniczne modelowania stochastycznego

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi konstruować podstawowe modele matematyczne, wykorzystywane różnych dziedzinach

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej (także w językach obcych), w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

Forma zajęć - seminarium		Liczba godzin
Se1	Modelowanie matematyczne w naukach ekonomicznych, technicznych, fizycznych oraz biologicznych.	30
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Seminarium problemowe, prezentacja, wykład problemowy, wykład informacyjny  
N2 Praca własna studenta – przygotowanie do seminarium

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_U01	ocena prezentacji, wykładu informacyjnego bądź problemowego przygotowanego przez studenta

	PEK_K01	
P=F1		
<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>		
<b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>		
<b>Prof. dr hab. Aleksander Weron</b> (Aleksander.Weron@pwr.wroc.pl)		
<b>Dr hab. Marcin Magdziarz</b> (Marcin.Magdziarz@pwr.wroc.pl)		

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
SEMINARIUM – modelowanie matematyczne w przemyśle MAP2044  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W03	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W09, K2MIC_W20, K2MIC_W21, K2MIC_W22,	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Se1	1, 2

\*\* - z tabeli powyżej

**FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS**

**Name in Polish: SEMINARIUM – modelowanie matematyczne w przemyśle**

**Name in English: Seminar – mathematical modelling in industry**

**Main field of study (if applicable): Applied Mathematics**

**Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce**

**Level and form of studies: ~~1st~~/ 2nd\* level, full-time / ~~part-time~~\***

**Kind of subject: obligatory / ~~optional~~ / ~~university-wide~~\***

**Subject code MAP2044**

**Group of courses ~~YES~~ / NO\***

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)					30
Number of hours of total student workload (CNPS)					60
Form of crediting					Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course					
Number of ECTS points					2
including number of ECTS points for practical (P) classes					2
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes					1

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

Student has an advanced knowledge and skills in the field of calculus, functional analysis and the theory of differential equations.

She has got a thorough knowledge and skills in the field of probability, mathematical statistics and the theory of stochastic processes.

**SUBJECT OBJECTIVES**

C1 Learning about achievements and new methods used in various applications of mathematics.

\*delete as inapplicable

### SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

Relating to knowledge:

PEK\_W01 knows fundamental models and methods used in various applications of mathematics

PEK\_W02 knows the theoretical and technical fundamentals of stochastic modeling

Relating to skills:

PEK\_U01 can build basic mathematical models, used in various disciplines

Relating to social competences:

PEK\_K01 can use the scientific literature (also in foreign languages), including finding source information and browse through articles

Form of classes - seminar		Number of hours
Se1	Mathematical modeling in economical, technological, physical and biological sciences.	30
	Total hours	<b>30</b>

### TEACHING TOOLS USED

- [1] Problem Seminar, presentation, problem lecture, informative lecture
- [2] Student's self-work – preparation for the seminar

### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_U01 PEK_K01	Evaluation of the presentation, informative or problem lecture prepared by the student
P=F1		

### PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE

--

**SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

**Prof. dr hab. Aleksander Weron** (Aleksander.Weron@pwr.wroc.pl)

**Dr hab. Marcin Magdziarz** (Marcin.Magdziarz@pwr.wroc.pl)

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**Seminar – mathematical modelling in industry MAP2044**  
 AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY **MATHEMATICS**  
 AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)	Subject objectives**	Programme content**	Teaching tool number**
<b>PEK_W01</b> (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W09, K2MIC_W20, K2MIC_W21, K2MIC_W22	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_U01</b> (skills)	K2MIC_U15	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_K01</b> (competences)	K2MIC_K06	C1	Se1	1, 2

\*\* - from the table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: WSTĘP DO STOSOWANEJ DYNAMIKI CIECZY****Nazwa w języku angielskim: INTRODUCTION TO APPLIED FLUID DYNAMICS****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana****Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce****Stopień studiów i forma: II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*****Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\*****Kod przedmiotu MAP2060****Grupa kursów TAK / NIE\***

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30			30	
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90			90	
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3			3	
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)				3	
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1			2	

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i twierdzenia rzeczywistej i zespolonej analizy matematycznej

Zna i potrafi stosować elementarne pojęcia i metody z zakresu równań różniczkowych zwyczajnych

## CELE PRZEDMIOTU

Zastosowanie zaawansowanych metod analizy matematycznej w modelowaniu matematycznym zjawisk w dynamice cieczy

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna zaawansowane twierdzenia z rzeczywistej i zespolonej analizy matematycznej związane z dynamiką cieczy

PEK\_W02 ma pogłębioną wiedzę w zakresie analizy matematycznej: jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień z dynamiki cieczy pozostających na etapie badań

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi konstruować modele matematyczne wykorzystywane w dynamice cieczy

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej w języku angielskim, w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przypomnienie elementów analizy wektorowej	2
Wy2	Przypomnienie elementów analizy wektorowej	2
Wy3	Przypomnienie elementów analizy zespolonej	2
Wy4	Odwzorowania konforemne	2
Wy5	Prawa zachowania	2
Wy6	Równania ruchu dla płynu doskonałego	2
Wy7	Elementarny przepływ lepki	2
Wy8	Fale	2
Wy9	Fale	2
Wy10	Modelowanie fal uderzeniowych	2
Wy11	Klasyczna teoria przekroju skrzydła	2
Wy12	Klasyczna teoria przekroju skrzydła	2
Wy13	Modele nieliniowe w zjawiskach dyfuzji	2
Wy14	Warstwy brzegowe	2
Wy15	Obliczeniowa dynamika cieczy (CFD)	2
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - projekt		Liczba godzin
Pr 1	Przygotowanie i prezentacja projektów związanych z tematyką wykładu.	30
	Suma godzin	<b>30</b>

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE
[1] Wykład problemowy – metoda tradycyjna i prezentacje [2] Prezentacje cząstkowe i prezentacja końcowa projektów przez studentów [3] Konsultacje. [4] Praca własna studenta – praca nad rozwojem projektu.

**OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	egzamin
F2	PEK_U01 PEK-K01	Prezentacje cząstkowe projektu, prezentacja kończąca projektu
P=0.5*F1+0.5*F2		

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

**LITERATURA PODSTAWOWA:**

- 1 B. J. Acheson, Elementary Fluid Dynamics.
- 2 .H.Ockendon, A.B.Taylor, Inviscid Fluid Flows.

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

1. J.D. Logan, Applied Mathematics. A Contemporary Approach.
2. K. Ericsson, D. Estep, P. Hansbo, C. Johnson, Computational Differential Equations

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Prof. dr hab. Wojciech Okrański ([Wojciech.Okrasinski@pwr.edu.pl](mailto:Wojciech.Okrasinski@pwr.edu.pl))

Dr inż. Łukasz Płociniczak ([Lukasz.Plociniczak@pwr.edu.pl](mailto:Lukasz.Plociniczak@pwr.edu.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO STOSOWANEJ DYNAMIKI CIECZY MAP2060  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W03	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W06	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	Pr 1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Wy1-Wy15,  Pr 1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish WSTĘP DO STOSOWANEJ DYNAMIKI CIECZY</b>					
<b>Name in English INTRODUCTION TO APPLIED FLUID DYNAMICS</b>					
<b>Main field of study (if applicable): APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>Level and form of studies: <del>1st</del>/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: obligatory / <del>optional</del> / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP2060</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30			30	
Number of hours of total student workload (CNPS)	90			90	
Form of crediting	Examination / <del>crediting</del> with grade*				
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3			3	
including number of ECTS points for practical (P) classes				3	
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	2			1	

\*delete as applicable

<b>PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES</b>
Student has the standard knowledge of the classical concepts , theorems and methods of real and complex analysis
Student has basic knowledge of concepts and methods of the ordinary differential equations

<b>SUBJECT OBJECTIVES</b>
1. Study of the advanced methods of mathematical analysis in mathematical modeling of the dynamics fluid phenomena.

  

<b>SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS</b>
relating to knowledge: PEK_W01 knows advanced theorems of the Real and complex analysis related to the fluid dynamics
PEK_W02 has advanced knowledge concerning mathematical analysis: is able to understand formulations of the studied problems related to the fluid dynamics
relating to skills:

PEK\_U01 can construct mathematical models applied in the fluid dynamics  
relating to social competences:  
PEK\_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature, also in foreign languages

**PROGRAMME CONTENT**

<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Reminder of the vector analysis elements	2
Lec 2	Reminder of the vector analysis elements	2
Lec 3	Reminder of the complex analysis elements	2
Lec 4	Conformal mappings	2
Lec 5	Laws of conservation	2
Lec 6	Equations of motion for an ideal fluid	2
Lec 7	Elementary viscous flow	2
Lec 8	Waves	2
Lec 9	Waves	2
Lec 10	Shock waves modelling	2
Lec 11	Classical aerofoil theory	2
Lec 12	Classical aerofoil theory	2
Lec 13	Nonlinear models in diffusion phenomena	2
Lec 14	Boundary layers	2
Lec 15	Computational fluid dynamics (CFD)	2
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>

<b>Form of classes - project</b>		<b>Number of hours</b>
Pr 1	Preparation and presentations of projects illustrating theory given in the lectures.	30
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>

**TEACHING TOOLS USED**

N1. Lecture – traditional method and presentations  
N2. Student partial project presentation and final presentation  
N3. Consultations  
N4. Student’s self work – work on the project development

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	<b>Educational effect number</b>	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>
F1	PEK_W01 PEK_W02	exam

	PEK_K01	
F2	PEK_U01 PEK_K01	Partial project presentations, final project presentation
C $P=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$		
<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>		
<b>PRIMARY LITERATURE:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1 B. J. Acheson, Elementary Fluid Dynamics.</li> <li>2 H. Ockendon, A. B. Tayler, Inviscid Fluid Flows.</li> </ol>		
<b>SECONDARY LITERATURE:</b>		
<p>[1] J. D. Logan, Applied Mathematics. A Contemporary Approach.</p> <p>[2] K. Ericsson, D. Estep, P. Hansbo, C. Johnson, Computational Differential Equations.</p>		
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>		
<b>Prof. dr hab. Wojciech Okrański</b> ( <a href="mailto:Wojciech.Okrasinski@pwr.edu.pl">Wojciech.Okrasinski@pwr.edu.pl</a> ) <b>Dr inż. Łukasz Płociniczak</b> ( <a href="mailto:Lukasz.Plociniczak@pwr.edu.pl">Lukasz.Plociniczak@pwr.edu.pl</a> )		

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**INTRODUCTION TO APPLIED FLUID DYNAMICS**  
 AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
**APPLIED MATHEMATICS**  
 AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Lec1-Lec15	1,3
PEK_W02	K2MIC_W06	C1	Lec1-Lec15	1,3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Pr 1	2,3,4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec1-Lec15 Pr 1	1,2,3,4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: MODELE UBEZPIECZENIOWE W PRZEMYŚLE****Nazwa w języku angielskim: Insurance models for industry****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana****Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce****Stopień studiów i forma: II stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~****Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouczelniany\*~~****Kod przedmiotu MAP2061****Grupa kursów TAK / ~~NIE\*~~**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	60	60			
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	2	2			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	1	2			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5	1,5			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i metody teorii procesów stochastycznych  
 Ma podstawową znajomość pakietu Matlab

**CELE PRZEDMIOTU**

1. Poznanie podstawowych pojęć i opanowanie wiedzy z zakresu ubezpieczeń przemysłowych

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna najważniejsze twierdzenia i metody matematyki aktuarialnej w zakresie ubezpieczeń przemysłowych

PEK\_W02 zna podstawy modelowania stochastycznego w matematyce aktuarialnej

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w matematyce aktuarialnej w zakresie ubezpieczeń przemysłowych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej w języku angielskim, w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Rodzaje ubezpieczeń przemysłowych. System Wypłacalność II w Dziale II ubezpieczeń.	2
Wy2	Zasady ustalania składek.	2
Wy3	Franszyzy i ich rodzaje. Wycena składki netto przy założeniu franszyzy.	2
Wy4	Model ryzyka kolektywnego. Parametry i rozkład zagregowanej wypłaty.	2
Wy5	Złożony rozkład Poissona. Twierdzenie o łączeniu ryzyk i jego zastosowania.	2
Wy6	Aproksymacja modelu indywidualnego.	2
Wy7	Klasa rozkładów (a,b). Wzory rekurencyjne. Mieszane procesy Poissona.	2
Wy8	Proces ryzyka. Współczynnik dopasowania. Twierdzenia o prawdopodobieństwie ruiny.	4
Wy9	Rozkład maksymalnej zagregowanej wypłaty a prawdopodobieństwo ruiny. Wzór Pollaczka-Chinczyna.	4
Wy10	Aproksymacje prawdopodobieństwa ruiny w skończonym i nieskończonym czasie.	2
Wy11	Rodzaje reasekuracji proporcjonalnej i nieproporcjonalnej. Wzory rekurencyjne na składkę reasekuratora.	4

Wy12	Alternatywne sposoby transferu ryzyka. Wycena obligacji katastroficznych	2
	Suma godzin	<b>30</b>
<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Ćwiczenia ilustrujące zagadnienia z wykładów	30
	Suma godzin	<b>30</b>
<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna</li> <li>2. Laboratorium komputerowe z użyciem pakietu Matlab</li> <li>3. Konsultacje</li> <li>4. Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium</li> </ol>		

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	egzamin
F2	PEK_U01 PEK_K01	odpowiedzi ustne, kolokwia, kartkówki
P=0.5*F1+0.5*F2		

#### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

##### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- 1 N. L. Bowers i inni, Actuarial Mathematics, The Society of Actuaries, Itasca, Illinois 1997.
- 2 P. Cizek, W. Haerdle, R. Weron (red.), Statistical tools for finance and insurance, Springer, Berlin, 2011.

##### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

1. E. Banks, Alternative risk transfer, Wiley, 2003.
2. S. A. Klugman, H. H. Panjer, G. E. Willmot, Loss Models: From Data to Decisions, Wiley, 2012.
3. H. H. Panjer, G. E. Willmot, Insurance risk models, Society of Actuaries, 1992.

##### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr Krzysztof Burnecki ([Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl](mailto:Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl))  
Dr Agnieszka Wylomańska ([Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl](mailto:Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl))

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**MODELE UBEZPIECZENIOWE W PRZEMYŚLE MAP2061**  
**Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA**  
**I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE****

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b>  (wiedza)	K2MIC_W03	C1	Wy1-Wy12	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W09	C1	Wy1-Wy12	1, 3
<b>PEK_U01</b>  (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	La1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b>  (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Wy1-Wy12, La1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish: MODELE UBEZPIECZENIOWE W PRZEMYŚLE</b>					
<b>Name in English: Insurance models for industry</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: <del>1st</del>/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: obligatory / <del>optional</del> / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP2061</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30	30			
Number of hours of total student workload (CNPS)	60	60			
Form of crediting	Examination / <del>crediting</del> with grade*				
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	2	2			
including number of ECTS points for practical (P) classes	1	2			
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1,5	1,5			

\*delete as applicable

<b>PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES</b>
1. Student knows and can apply basic concepts of the stochastic processes
2. Student knows principles of MATLAB numerical computing environment

<b>SUBJECT OBJECTIVES</b>
C1 Study of the classical concepts and acquisition of the knowledge of insurance models in industry
<b>SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS</b>
relating to knowledge: PEK_W01 knows the most important concepts of insurance models in industry PEK_W02 knows principles of stochastic modeling in actuarial mathematics
relating to skills: PEK_U01 can construct actuarial models, that can be applied to industry insurance
relating to social competences: PEK_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature, also in foreign languages

<b>PROGRAMME CONTENT</b>		
<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Types of insurance policies in industry. Solvency II in Non-Life Insurance.	2
Lec 2	Premium principles.	2
Lec 3	Franchises and their types. Pricing of net premiums with franchise.	2
Lec 4	Collective risk model. Parameters and distributions of aggregate claim amount.	2
Lec 5	Compound Poisson model. Practical consequences of the theorem on the sum of compound Poisson risk.	2
Lec 6	Approximating the individual risk model.	2
Lec 7	The (a,b) class of distribution. Mixed Poisson model.	2
Lec 8	Risk process. The adjustment coefficient. The probability of ruin.	4
Lec 9	Distribution of the maximal aggregate coefficient and ruin probability. Pollaczek-Khinchin formula.	4
Lec 10	Approximations of ruin probability in finite and infinite time horizon	2
Lec 11	Types of proportional and non-proportional reinsurance. Recursive formula of the reinsurance premium.	4
Lec 12	Alternative risk transfer. Pricing of CAT bonds.	2
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>
<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Solving of problems illustrating theory given in the lectures	30
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>
<b>TEACHING TOOLS USED</b>		
N1. Lecture – traditional method N2. Computer laboratory with MATLAB numerical computation environment N3. Consultations N4. Student's self-work – preparation for the laboratory		

#### **EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	<b>Educational effect number</b>	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	tests
F2	PEK_U01 PEK_K01	oral presentations, tests
$P=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$		

<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>
<b>PRIMARY LITERATURE:</b> [1] N. L. Bowers i inni, Actuarial Mathematics, The Society of Actuaries, Itasca, Illinois 1997 [2] P. Cizek, W. Haerdle, R. Weron (red.), Statistical tools for finance and insurance, Springer, Berlin, 2011
<b>SECONDARY LITERATURE:</b> [1] E.Banks, Alternative risk transfer, Wiley, 2003 [2] S. A. Klugman, H. H. Panjer, G. E. Willmot, Loss Models: From Data to Decisions, Wiley, 2012 [3] H. H. Panjer, G. E. Willmot, Insurance risk models, Society of Actuaries, 1992
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b> Dr Krzysztof Burnecki (Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl) Dr Agnieszka Wyłomańska (Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl)

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**INSURANCE MODELS FOR INDUSTRY MAP2061**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY **APPLIED MATHEMATICS**  
AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Lec 1- Lec 12	1,3
PEK_W02	K2MIC_W09	C1	Lec 1- Lec 12	1,3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Lab 1	2,3,4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec 1- Lec 12, Lab 1	1,2,3,4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa w języku polskim: Optymalizacja nieliniowa

Nazwa w języku angielskim: Nonlinear Optimization

Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana

Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce

Stopień studiów i forma: 2 stopień, stacjonarna /niestacjonarna\*

Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy~~ / wybieralny / ~~ogólnouczelniany~~\*

Kod przedmiotu MAP1893

Grupa kursów TAK / ~~NIE~~

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	180				
Forma zaliczenia	zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy	X				
Liczba punktów ECTS	6				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	3				
W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3				

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Algebra, Analiza matematyczna, elementy analizy funkcjonalnej, teoria prawdopodobieństwa

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie pojęć i metod programowania matematycznego.

C2 Poznanie sformułowań zadań programowania liniowego i kwadratowego.

C3 Poznanie podstaw analizy wypukłej i jej znaczenia dla programowania matematycznego.

C4 Nabycie umiejętności analizy warunków koniecznych i wystarczających dla zadań optymalizacji z ograniczeniami.

C5 Poznanie metody programowania dynamicznego.

C6 Zastosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

### **PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01. Zna sformułowania zadań programowania matematycznego.

PEK\_W02. Ma podstawową wiedzę o zastosowaniach i znaczeniu zadań programowania matematycznego.

PEK\_W03. Rozpoznaje sytuacje wymagające stosowania metod optymalizacji w celu rozwiązania praktycznych problemów.

PEK\_W04. Zna ograniczenia metod analitycznych i możliwości numerycznej analizy zadań optymalizacji.

PEK\_W05. Zna randomizowane metody analizy zadań programowania matematycznego.

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01. Potrafi sformułować zadanie programowania matematycznego w dogodnej do analizy formie.

PEK\_U02. Potrafi zastosować właściwy algorytm do rozwiązania zadania programowania matematycznego.

PEK\_U03. Umie zastosować metody optymalizacji, i metody analityczne lub numeryczne ich analizy, w celu rozwiązania praktycznych problemów.

PEK\_U04. Potrafi rozpoznać zagadnienia optymalizacyjne do których właściwe metody oparte są na wykorzystaniu aparatu stochastycznego.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01. Potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu.

PEK\_K02. Potrafi wspomagać analizę modeli matematycznych stosownymi narzędziami

informatycznymi.

PEK\_K03. Rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

### TREŚCI PROGRAMOWE

<b>Forma zajęć – wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Wprowadzenie do programowania matematycznego. Programowanie liniowe. Programowanie kwadratowe. Sformułowanie zadania programowania kwadratowego. Algorytm Wolfe'a.	2
Wy2	Zadania optymalizacji bez ograniczeń. Warunki optymalności. Metoda gradientowa -- analiza zbieżności. Metoda Newtona i jej odmiany.	2
Wy3	Elementy analizy wypukłej. Stożek wypukły. Punkty ekstremalne zbioru wypukłego. Funkcje wypukłe. Zadania optymalizacji na zbiorach wypukłych. Kierunki dopuszczalne i zastosowanie modyfikacji kierunków.	6
Wy4	Programowanie nieliniowego. Charakteryzacja ekstremów: warunki konieczne i wystarczające. Przykłady zadań programowania nieliniowego.	4
Wy5	Teoria mnożników Lagrange'a. Warunki konieczne ekstremum przy ograniczeniach w postaci równości. Metoda funkcji kary. Metoda eliminacji. Funkcja Lagrange'a.	4
Wy6	Ograniczenia w postaci nierówności. Warunki optymalności Karush-Kuhn-Tucker. Wypukłe funkcjonały kosztów i liniowe ograniczenia	2
Wy7	Programowanie dynamiczne.	2
Wy8	Deterministyczne modele sterowania z czasem dyskretnym.	2
Wy9	Stochastyczne systemy sterowania z czasem dyskretnym.	4
Wy10	Podsumowanie	2
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
Lab1.	Ilustracja metody simpleks. Przykłady zadań programowania kwadratowego.	4
Lab2.	Zagadnienia ilustrujące własności funkcji wypukłych i zbiorów wypukłych.	4
Lab3.	Przykłady z zastosowaniem wewnętrznej i zewnętrznej funkcji kary. Ilustracja algorytmów: Schmitta-Foxa, Rosenbrocka, Carolla. Metody z zastosowaniem modyfikacji kierunków.	2
Lab4.	Pojęcie dualności a programowanie wypukłe. Funkcje sprzężone. Punkty siodłowe w grach i twierdzenie minimaksowe. Problem liniowej komplementarności i algorytm Lemekego.	4

Lab5.	Metody z zastosowaniem wewnętrznej i zewnętrznej funkcji kary. Przykłady algorytmów: Schmitta-Foxa, Rosenbrocka, Carolla. Metody z zastosowaniem modyfikacji kierunków.	4
Lab6.	Metody losowego poszukiwania ekstremum. Bezpośrednia metoda Monte Carlo. Metoda losowego gradientu.	4
Lab7.	Przykłady zadań programowania stochastycznego – modele i metody.	4
Lab8.	Przykład ilustrujące metodę programowania dynamicznego	2
Lab9.	Kolokwium	2
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta-przygotowanie do laboratoriów.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_W04 PEK_W05 PEK_K01 PEK_K02	odpowiedzi ustne, kartkówki
F2	PEK_W01 PEK_W02	kolokwium

	PEK_W03 PEK_W04 PEK_W05 PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_U04 PEK_K01 PEK_K02 PEK_K03	
$P=0,4 \cdot F1 + 0,6 \cdot F2$		
<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>		
<p><b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b></p> <p>[1] Dimitri P. Bertsekas: Nonlinear Programming, Athena Scientific, Belmont, MA: 1999.          [2] Bertsekas, Dimitri P. and Nedic, Angelia and Ozdaglar, Asuman E., Convex Analysis and Optimization, Athena Scientific, Belmont, MA: 2003.          [3] Bela Martos, Programowanie nieliniowe, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1983.          [4] Andrzej Ruszczyński, Nonlinear optimization, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2006.          [5] R. Dautray, J. L. Lions, Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology, Springer, Berlin 1988-1993.</p> <p><b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b></p> <p>[1] K. Atkinson, W. Han, Theoretical Numerical Analysis – A Functional Analysis Framework, Springer, 2001.          [2] A. Bjork, G. Dahlquist, Metody numeryczne, PWN, Warszawa 1987.          [3] B. P. Flannery, W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, Numerical Recipes in C, Cambridge 1992.</p>		
<b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>		
Prof. Krzysztof Szajowski ( <a href="mailto:krzysztof.szajowski@pwr.wroc.pl">krzysztof.szajowski@pwr.wroc.pl</a> )  Dr inż. Piotr Więcek ( <a href="mailto:Piotr.wiecek@pwr.wroc.pl">Piotr.wiecek@pwr.wroc.pl</a> )		

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
OPTIMALIZACJA NIELINIOWA MAP1893  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
PEK_W01 (wiedza)	K1MAT_W01,K1MAT_W02, K1MAT_W03,K1MAT_W10,  K1MAT_W12,K1MAT_W13, K1MAT_W14	C1—C3	Wy1—Wy3	1,3,4
PEK_W02	K1MAT_W01,K1MAT_W02, K1MAT_W03,K1MAT_W10,  K1MAT_W12,K1MAT_W13, K1MAT_W14	C2—C4	Wy2—Wy5	1,3,4
PEK_W03	K1MAT_W01,K1MAT_W02, K1MAT_W03,K1MAT_W10,  K1MAT_W12,K1MAT_W13, K1MAT_W14	C2—C4	Wy4—Wy8	1,3,4
PEK_W04	K1MAT_W01,K1MAT_W02, K1MAT_W03,K1MAT_W10,  K1MAT_W12,K1MAT_W13, K1MAT_W14, K1MAT_W15	C4—C6	Wy8—Wy9	1,3,4
PEK_W05	K1MAT_W01,K1MAT_W02, K1MAT_W03,K1MAT_W10,  K1MAT_W12,K1MAT_W13, K1MAT_W14, K1MAT_W15	C4—C6	Wy8—Wy10	1,3,4
PEK_U01 (umiejętności)	K1MAT_U01, K1MAT_U05, K1MAT_U10, K1MAT_U11,  K1MAT_U12,K1MAT_U13	C1—C3	Lab1-Lab9	2,3,4
PEK_U02	K1MAT_U01, K1MAT_U05, K1MAT_U10, K1MAT_U11,  K1MAT_U12,K1MAT_U13	C1—C3	Lab1-Lab9	2,3,4

PEK_U03	K1MAT_U01, K1MAT_U05, K1MAT_U10, K1MAT_U11,  K1MAT_U12, K1MAT_U13	C2—C5	Lab1-Lab9	2,3,4
PEK_U04	K1MAT_U01, K1MAT_U05, K1MAT_U10, K1MAT_U11,  K1MAT_U12, K1MAT_U13	C4—C6	Lab1-Lab9	2,3,4
PEK_K01 (kompetencje)	K1MAT_K01, K1MAT_K03, K1MAT_K04, K1MAT_K05, K1MAT_K06	C1, C2, C3, C4, C5, C6	Wy1-Wy10, Lab1-Lab9	1, 2, 3, 4
PEK_K02	K1MAT_K01, K1MAT_K03, K1MAT_K04, K1MAT_K05, K1MAT_K06	C1, C2, C3, C4, C5, C6	Wy1-Wy10, Lab1-Lab9	1, 2, 3, 4
PEK_K03	K1MAT_K01, K1MAT_K03, K1MAT_K04, K1MAT_K05, K1MAT_K06, K2MAT_K07	C1, C2, C3, C4, C5, C6	Wy1-Wy10, Lab1-Lab9	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

**FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS**

**SUBJECT CARD**

**Name in Polish** OPTYMALIZACJA NIELINIOWA

**Name in English** NONLINEAR OPTIMIZATION

**Main field of study (if applicable):** Applied Mathematics

**Specialization (if applicable):** Mathematics for Industry and Commerce

**Level and form of studies:** ~~1st~~/ 2nd\* level, full-time / ~~part-time~~\*

**Kind of subject:** ~~obligatory~~ / optional / ~~university-wide~~\*

**Subject code** MAP1893

**Group of courses** YES / ~~NO~~\*

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	90		90		
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3		3		
including number of ECTS points for practical (P) classes			3		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1.5		1.5		

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

The student knows and he is able to use the classic concepts and theorems of algebra, mathematical analysis, the functional analysis and the probability theory.

### **SUBJECT OBJECTIVES**

- 1 Master of concepts and methods of mathematical programming.
- 2 Knowing tasks of linear and square programming formulations.
- 3 Understanding the basics convex analysis and its significance for mathematical programming.
- 4 Acquisition of skills of analysis necessary and sufficient conditions for constrained optimization tasks.
- 5 Mastering dynamic programming method.
- 6 Application of acquired knowledge to create and analyze mathematical models to solve theoretical and practical problems in various fields of science and technology.

### **SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS**

Relating to knowledge:

PEK\_W01 knows formulate mathematical programming tasks

PEK\_W02 has a basic knowledge about the usage and importance of mathematical programming tasks

PEK\_W03 recognize situations requiring the application of optimization methods to solve practical problems

PEK\_W04 knows the limits of the analytical methods and possibilities of optimization of numerical analysis

PEK\_W05 known randomized methods for the analysis of mathematical programming tasks

Relating to skills:

PEK\_U01 can formulate a mathematical programming task in a convenient form for analysis

PEK\_U02 can apply the appropriate algorithm to solve the mathematical programming problems

PEK\_U03 knows how to use optimization methods, analytical methods or numerical analysis, in order to solve practical problems

PEK\_U04 can identify issues where appropriate optimization methods are based on the use of stochastic approach

Relating to social competences:

PEK\_K01 can benefit from the scientific literature in English, including reaching the source materials and make them review

PEK\_K02 can support the analysis of mathematical models of relevant Computer Science tools

PEK\_K03 understands the need for systematic and independent work on mastery of course material

<b>PROGRAMME CONTENT</b>		
<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Introduction to mathematical programming. Linear and Quadratic programming. Formulation of programming problem. Wolfe algorithm.	2
Lec 2	Unconstrained optimization tasks. Optimality conditions. Gradient method - analysis of convergence. Newton's method and its variants.	2
Lec 3	Elements of convex analysis. Convex cone. Extreme points of a convex set. Convex functions. The tasks of optimizing the convex sets. Admissible directions and application of directions modification.	6
Lec 4	Nonlinear programming. Characterization of extremes: necessary and sufficient conditions. Examples of non-linear programming tasks.	4
Lec 5	The theory of Lagrange multipliers. The necessary conditions for extreme under in the equality form. Penalty function method. The method of elimination. The Lagrange function.	4
Lec 6	Constraints in the form of inequality. Optimality conditions of Karush-Kuhn-Tucker. Convex cost functional and linear constraints	2
Lec 7	Dynamic programming.	2
Lec 8	Discrete time, deterministic control models.	2
Lec 9	Discrete time, stochastic control systems.	4
Lec 10	Summary	2
	Total hours	30

<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Solving problems illustrating a lecture given theory using MATLAB, Mathematica and R	2
Lab 2	Illustration of the simplex method. Examples of quadratic programming tasks.	2
Lab 3	Issues illustrating properties of convex functions and convex sets.	2
Lab 4	Examples of the use of internal and external functions of punishment. Figure algorithms: Schmitt-Fox, Rosenbrock, Carroll. Methods of modified directions.	4

Lab 5	The concept of duality in convex programming. Coupled functions. Equilibrium points units in games and minimax theorem. Linear complementarity problem and the Lemke algorithm.	4
Lab 6	Methods of applying the inner and outer penalty function. Examples of algorithms: Schmitt-Fox, Rosenbrock, Carroll. Methods of modified directions.	4
Lab 7	Random extreme search methods. Direct Monte Carlo method. Random gradient method.	4
Lab 8	Examples of stochastic programming tasks - models and methods.	4
Lab 9	An example illustrating the dynamic programming method	2
Lab 10	Colloquium	2
	Total hours	30

#### TEACHING TOOLS USED

- N1. Lecture - traditional method
- N2. Computer laboratory
- N3. Individual consultation
- N4. Student's own work - to prepare for the lab

#### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_W04 PEK_W05 PEK_K01 PEK_K02	test

F2	PEK_W01	verbal responses, short tests, tests, reports
	PEK_W02	
	PEK_W03	
	PEK_W04	
	PEK_W05	
	PEK_U01	
	PEK_U02	
	PEK_U03	
	PEK_U04	
	PEK_K01	
	PEK_K02	
	PEK_K03	
	C=0.4*F1+0.6*F2	

#### PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE

##### **PRIMARY LITERATURE:**

1. Dimitri P. Bertsekas: Nonlinear Programming, Athena Scientific, Belmont, MA: 1999.
2. Bertsekas, Dimitri P. and Nedic, Angelia and Ozdaglar, Asuman E., Convex Analysis and Optimization, Athena Scientific, Belmont, MA: 2003.
3. Bela Martos, Programowanie nieliniowe, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1983.
4. Andrzej Ruszczyński, Nonlinear optimization, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2006.
5. R. Dautray, J. L. Lions, Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology, Springer, Berlin 1988-1993.

##### **SECONDARY LITERATURE:**

1. K. Atkinson, W. Han, Theoretical Numerical Analysis – A Functional Analysis Framework, Springer, 2001.
2. A. Bjork, G. Dahlquist, Metody numeryczne, PWN, Warszawa 1987.
3. B. P. Flannery, W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, Numerical Recipes in C, Cambridge 1992.

##### **SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

**Dr hab. inż. Krzysztof Szajowski** (Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl)

**Dr inż. Piotr Więcek** (Piotr.Wiecek@pwr.wroc.pl)

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT **OPTYMALIZACJA  
NIELINIOWA MAP1893**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY **Applied Mathematics**  
AND SPECIALIZATION **Mathematics for Industry and Commerce**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
<b>PEK_W01 (knowledge)</b>	K2MIC_W01,K2MIC_W02, K2MIC_W03,K2MIC_W06, K2MIC_W07,K2MIC_W08, K2MIC_W10	C1—C3	Lec 1—Lec 3	1,3,4
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W01,K2MIC_W02, K2MIC_W03,K2MIC_W06, K2MIC_W07,K2MIC_W08, K2MIC_W10	C2—C4	Lec2-Lec5	1, 3, 4
<b>PEK_W03</b>	K2MIC_W01,K2MIC_W02, K2MIC_W03,K2MIC_W06, K2MIC_W07,K2MIC_W08, K2MIC_W10	C2—C4	Lec 4—Lec 8	1,3,4
<b>PEK_W04</b>	K2MIC_W01,K2MIC_W02, K2MIC_W03,K2MIC_W06, K2MIC_W07,K2MIC_W08, K2MIC_W10	C4—C6	Lec 8—Lec 9	1,3,4
<b>PEK_W05</b>	K2MIC_W01,K2MIC_W02, K2MIC_W03,K2MIC_W06, K2MIC_W07,K2MIC_W08, K2MIC_W10	C4—C6	Lec 8—Lec 10	1,3,4
<b>PEK_U01 (skills)</b>	K1MIC_U01, K1MIC_U11, K1MIC_U25, K1MIC_U29	C1—C3	La1-La9	2,3,4
<b>PEK_U02</b>	K1MIC_U01, K1MIC_U11, K1MIC_U25, K1MIC_U29	C1—C3	La1-La9	2,3,4
<b>PEK_U03</b>	K1MIC_U01, K1MIC_U11, K1MIC_U25, K1MIC_U29	C2—C5	La1-La9	2,3,4

<b>PEK_U04</b>	K1MIC_W05, K1MIC_W06, K1MIC_W07, K1MIC_W08, K1MIC_W09, K1MIC_W10, K1MIC_W11, K1MIC_W16, K1MIC_W17	C4—C6	La1-La9	2,3,4
<b>PEK_K01 (competences)</b>	K1MIC_K01, K1MIC_K02, K1MIC_K06, K1MIC_K07	C1—C6	Lec1-Lec10, La1-La9	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K01, K2MIC_K02, K2MIC_K03, K2MIC_K04, K2MIC_K05, K2MIC_K06 K2MIC_K07	C1—C6	Lec1-Lec10, La1-La9	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K03</b>	K2MIC_K01, K2MIC_K02, K2MIC_K03, K2MIC_K04, K2MIC_K05, K2MIC_K06 K2MIC_K07	C1—C6	Lec1-Lec10,	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>					
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>					
<b>Nazwa w języku polskim: WSTĘP DO MATEMATYCZNYCH METOD PRZETWARZANIA OBRAZU</b>					
<b>Nazwa w języku angielskim: Introduction to Mathematical Image Processing</b>					
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana</b>					
<b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Stopień studiów i forma: II stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>					
<b>Rodzaj przedmiotu: <del>obowiązkowy</del> /-wybieralny /-ogólnouczelniany*</b>					
<b>Kod przedmiotu MAP1898</b>					
<b>Grupa kursów TAK / NIE*</b>					
	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90		90		
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3		3		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)			3		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		
<b>WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI</b>					
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Student zna podstawowe pojęcia z analizy funkcjonalnej.</li> <li>2. Zna podstawy teorii równań różniczkowych cząstkowych.</li> <li>3. Zna i umie stosować podstawowe metody rachunku wariacyjnego.</li> <li>4. Zna dobrze co najmniej jeden pakiet oprogramowania, służący do obliczeń matematycznych.</li> <li>5. Orientuje się w metodach numerycznych rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych.</li> </ol>					

## CELE PRZEDMIOTU

- 1 Poznanie podstawowych modeli matematycznych stosowanych w analizie i przetwarzaniu obrazów.
- 2 Poznanie metod numerycznych do rozwiązywania problemów filtracji, segmentacji i dekompozycji obrazu.
- 3 Stosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych stosowanych w przetwarzaniu obrazów.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna podstawowe modele matematyczne filtracji obrazu

PEK\_W02 zna podstawowe modele matematyczne segmentacji obrazu

PEK\_W03 zna model dekompozycji obrazu Meyera

PEK\_W04 zna metody numeryczne stosowane do rozwiązywania podstawowych problemów w przetwarzaniu obrazów.

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi wykazać równoważność poznanych modeli filtracji obrazu.

PEK\_U02 potrafi wykazać równoważność poznanych modeli segmentacji obrazu.

PEK\_U03 potrafi stosować metody numeryczne do znajdowania przybliżonych rozwiązań modeli matematycznych występujących w przetwarzaniu obrazów.

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przegląd podstawowych problemów w przetwarzaniu obrazów. Modele degradacji obrazu.	2
Wy2	Modele filtracji obrazu: liniowy filtr dyfuzyjny, nieliniowe filtry dyfuzyjne, modele wariacyjne filtracji obrazu, modele falkowe filtracji obrazu, filtry nielokalne.	12
Wy3	Dyskretyzacja wybranego modelu filtracji obrazu	2
Wy4	Modele segmentacji obrazu: model wariacyjny Mumforda-Shaha i jego aproksymacje, model stochastyczny Gemana-Gemana, model aktywnych konturów.	8

Wy5	Dyskretyzacja wybranego modelu segmentacji obrazu	2
Wy6	Model dekompozycji obrazu Meyera i metody jego rozwiązania.	4
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Wykonywanie podstawowych operacji na obrazach. Degradacja obrazu.	2
La2	Implementacja nieliniowego filtra dyfuzyjnego.	6
La3	Implementacja algorytmu minimalizacji modelu Rudina, Oshera i Fatemi.	4
La4	Implementacja algorytmu minimalizacji modelu Mumforda-Shaha.	6
La5	Implementacja równania ewolucyjnego związanego z modelem aktywnych konturów.	6
La6	Implementacja algorytmu dekompozycji obrazu.	6
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna uzupełniana prezentacją multimedialną</li> <li>2. Laboratorium – praca przy komputerze z wykorzystaniem pakietu oprogramowania do obliczeń numerycznych</li> <li>3. Konsultacje</li> <li>4. Praca własna studenta - przygotowanie do laboratorium</li> </ol>

**OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W04, PEK_U03, PEK_K01,	aktywność na laboratorium, odpowiedzi ustne, projekty, sprawozdania
F2	PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03,	kolokwium

	PEK_W04, PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_K01, PEK_K02,	
P = 0.5*F1 + 0.5*F2		

<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>
<p><b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b></p> <p>[1] G. Aubert and P. Kornprobst „Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations”, Springer-Verlag, 2007.</p> <p>[2] T. Chan and J. Shen „Image Processing And Analysis: Variational, PDE, Wavelet, And Stochastic Methods”, SIAM, 2006.</p> <p><b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b></p> <p>1. O. Scherzer (Editor) „Handbook of Mathematical Methods in Imaging”, Springer-Verlag, 2010.</p>
<b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>
<b>Dr Monika Muszkieta</b> (Monika.Muszkieta@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
WSTĘP DO MATEMATYCZNYCH METOD  
PRZETWARZANIA OBRAZU MAP1898  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W04, K2MIC_W06, K2MIC_W07, K2MIC_W13	C1, C3	Wy1, Wy2, La2, La3	1, 2, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W04, K2MIC_W06, K2MIC_W07, K2MIC_W13	C1, C3	Wy1, Wy4, La4, La5	1, 2, 3
<b>PEK_W03</b>	K2MIC_W04, K2MIC_W06, K2MIC_W07, K2MIC_W13	C1, C3	Wy6, La6	1, 2, 3
<b>PEK_W04</b>	K2MIC_W08, K2MIC_W10, K2MIC_W12, K2MIC_W13	C2	Wy3, Wy5, La1- La6	1, 2, 3, 4
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U04, K2MIC_U05, K2MIC_U06, K2MIC_U09	C1, C3	Wy2, La2, La3	1, 2, 3
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U04, K2MIC_U05, K2MIC_U06, K2MIC_U09	C1, C3	Wy4, La4, La5	1, 2, 3
<b>PEK_U03</b>	K2MIC_U16, K2MIC_U17	C2	Wy3, Wy5, La1-La6	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K05, K2MIC_K06	C1, C2, C3	Wy1-Wy6, La1-La5	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K03, K2MIC_K04	C1, C2, C3	Wy1-Wy6, La1-La5	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish: Wstep do matematycznych metod przetwarzania obrazu</b>					
<b>Name in English: Introduction to Mathematical Image Processing</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: <del>1st</del>/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: <del>obligatory</del>/ optional / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP1898</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	90		90		
Form of crediting	<del>Examination</del> / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3		3		
including number of ECTS points for practical (P) classes			3		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1,5		1,5		

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

1. Student knows basic concepts of functional analysis
2. Knows basic concepts of theory of partial differential equations
3. Knows and can apply basic methods of variational calculus
4. Knows at least one package for mathematical computing
5. Knows basic numerical methods for solving partial differential equations

**SUBJECT OBJECTIVES**

- C1 Study of fundamental mathematical models in image processing
- C2 Study of numerical methods for solving problems of filtering, segmentation and decomposition of image
- C3 Application of acquired knowledge to construction and analysis of mathematical models in image processing

**SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS**

relating to knowledge:

PEK\_W01 knows basic models of image filtering

PEK\_W02 knows basic models of image segmentation

PEK\_W03 knows the Meyer decomposition model

PEK\_W04 knows numerical methods for solving fundamental problems in image processing

relating to skills:

PEK\_U01 be able to demonstrate the equivalence of known models of image filtering

PEK\_U02 be able to demonstrate the equivalence of known models of image segmentation

PEK\_U03 be able to apply numerical methods to solve approximate solutions to mathematical models in image processing

relating to social competences:

PEK\_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature.

PEK\_K02 understands the need for systematic work on course material

**PROGRAMME CONTENT**

<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Overview of fundamental problems in image processing. Image degradation models	2
Lec 2	Models of image denoising: linear diffusion filter, nonlinear diffusion filters, variational models for image denoising, wavelets models for image denoising, nonlocal filters.	12
Lec 3	Discretization of selected image denoising model	2
Lec 4	Models of image segmentation: variational model of Mumford-Shah and its approximations, stochastic model of Geman-Geman, active contours model	8
Lec 5	Discretization of selected image segmentation model	2
Lec 6	Image decomposition model of Meyer and methods of its solution	4
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>
<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Basic operation on images. Degradation of images	2
Lab 2	Implementation of nonlinear diffusion filter	6
Lab 3	Implementation of the algorithm for minimization of the Rudin, Osher and Fatemi model	4
Lab 4	Implementation of the algorithm for minimization of the Mumford-Shah model	6
Lab 5	Implementation of evolution equation related with the active contour model	6
Lab 6	Implementation of the algorithm for image decomposition	6
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>

**TEACHING TOOLS USED**

- N1. Lecture – traditional method supported by multimedial presentation  
 N2. Computer laboratory – working on a computer using a software package for numerical computations  
 N3. Consultations  
 N4. Student’s self work – preparation for the laboratory

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W04, PEK_U03, PEK_K01,	activity in the laboratory, oral presentation, projects, raports
F2	PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_W04, PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_K01, PEK_K02,	test

$P = 0.5 * F1 + 0.5 * F2$

**PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE**

**PRIMARY LITERATURE:**

- [1] G. Aubert and P. Kornprobst „Mathematical Problems in Image Processing: Partial Differential Equations and the Calculus of Variations”, Springer-Verlag, 2007.
- [2] T. Chan and J. Shen „Image Processing And Analysis: Variational, PDE, Wavelet, And Stochastic Methods”, SIAM, 2006.

**SECONDARY LITERATURE:**

- [1] O. Scherzer (Editor) „Handbook of Mathematical Methods in Imaging”, Springer-Verlag, 2010.

**SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

Dr Monika Muszkieta (Monika.Muszkieta@pwr.wroc.pl)

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**Introduction to Mathematical Image Processing MAP1898**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
**APPLIED MATHEMATICS**  
AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**Iność (o ile dotyczy)	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
<b>PEK_W01</b> (knowledge)	K2MIC_W04, K2MIC_W06, K2MIC_W07, K2MIC_W13	C1, C3	Lec 1, Lec 2, Lab 2, Lab 3	1, 2, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W04, K2MIC_W06, K2MIC_W07, K2MIC_W13	C1, C3	Lec 1, Lec 4, Lab 4, Lab 5	1, 2, 3
<b>PEK_W03</b>	K2MIC_W04, K2MIC_W06, K2MIC_W07, K2MIC_W13	C1, C3	Lec 6, Lab 6	1, 2, 3
<b>PEK_W04</b>	K2MIC_W08, K2MIC_W10, K2MIC_W12, K2MIC_W13	C2	Lec 3, Lec 5, Lab 1-Lab 6	1, 2, 3, 4
<b>PEK_U01</b> (skills)	K2MIC_U04, K2MIC_U05, K2MIC_U06, K2MIC_U09	C1, C3	Lec 2, Lab 2, Lab 3	1, 2, 3
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U04, K2MIC_U05, K2MIC_U06, K2MIC_U09	C1, C3	Lec 4, Lab 4, Lab 5	1, 2, 3
<b>PEK_U03</b>	K2MIC_U16, K2MIC_U17	C2	Lec 3, Lec 5, Lab 1-Lab 6	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (competences)	K2MIC_K05, K2MIC_K06	C1, C2, C3	Lec 1- Lec 6, Lab 1-Lab 5	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K03, K2MIC_K04	C1, C2, C3	Lec 1- Lec 6, Lab 1-Lab 5	1, 2, 3, 4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU**Nazwa w języku polskim: **Metody numeryczne w równaniach różniczkowych**Nazwa w języku angielskim: **Numerical methods in differential equations**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): **Matematyka Stosowana**Specjalność (jeśli dotyczy): **Mathematics for Industry and Commerce**Stopień studiów i forma: **II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\***Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy / wybieralny / ~~ogólnouczelniany\*~~**Kod przedmiotu **MAP1922**Grupa kursów **TAK / ~~NIE\*~~**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90		90		
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3		3		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)			3		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Student ma podstawową wiedzę i umiejętności z zakresu analizy matematycznej
2. Posiada podstawową znajomość środowisk programistycznych Matlab/Mathematica/Mapple

### CELE PRZEDMIOTU

1. Poznanie podstawowych pojęć i opanowanie wiedzy z zakresu metod numerycznych stosowanych w równaniach różniczkowych.
2. Poznanie podstawowych technik numerycznych stosowanych w dyskretyzacji równań różniczkowych.
3. Nabycie podstawowych umiejętności w konstruowaniu i analizowaniu schematów różnicowych dla równań różniczkowych.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna najważniejsze techniki numeryczne stosowane w rozwiązywaniu zagadnień z równań różniczkowych

PEK\_W02 zna podstawy konstruowania własnych schematów numerycznych

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi analizować podstawowe zagadnienia z równań różniczkowych pod względem zastosowania odpowiednich metod przybliżonych

PEK\_U02 potrafi konstruować modele matematyczne oparte na równaniach różniczkowych i ich dyskretnych formach wykorzystywane w konkretnych zastosowaniach matematyki.

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przypomnienie podstawowych faktów teorii równań różniczkowych zwyczajnych.	2
Wy2	Jawna i niejawna metoda Eulera przybliżonego rozwiązywania równań i układów równań różniczkowych zwyczajnych.	2
Wy3	Metody typu Rungego-Kutty i inne schematy aproksymacji równań różniczkowych zwyczajnych i ich układów.	2
Wy3	Metody wielokrokowe, stabilność metody numerycznej. Zagadnienia sztywne.	2
Wy4	Metody aproksymacji zagadnień brzegowych dla równań zwyczajnych II	2

	rzędu-metody wstrzeliwania i metody różnicowe.	
Wy5	Metody aproksymacji zagadnień brzegowych dla równań zwyczajnych II rzędu-metoda Ritza-Galerkina.	2
Wy6	Metody różnicowe dla równań cząstkowych I rzędu. Warunek CFL.	2
Wy7	Przypomnienie podstawowych faktów z teorii równań różniczkowych cząstkowych drugiego rzędu.	2
Wy8	Różnicowa aproksymacja eliptycznych zagadnień brzegowych na płaszczyźnie.	4
Wy9	Sformułowanie wariacyjne zagadnień brzegowych dla równań typu eliptycznego.	2
Wy10	Metoda Ritza-Galerkina i elementów skończonych dla zagadnień eliptycznych.	2
Wy11	Metody różnicowe dla zagadnień parabolicznych. Schematy jawne i niejawne dla równania przewodnictwa ciepła.	2
Wy12	Stabilność metody przybliżonej. Schemat Crancka-Nicholson dla równań typu parabolicznego.	2
Wy13	Metody różnicowe dla zagadnienia struny drgającej i innych zagadnień hiperbolicznych.	4
	Suma godzin	<b>30</b>
<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Komputerowa konstrukcja rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych.	4
La2	Praktyczna weryfikacja skuteczności automatycznej kontroli dokładności.	2
La3	Wizualizacja i porównywanie użyteczności różnych metod.	4
La4	Algorytmy dla metod numerycznych rozwiązywania jednowymiarowych zagadnień brzegowych dla równań eliptycznych.	4
La5	Dyskretyzacja zagadnień hiperbolicznych I rzędu. Warunki stabilności i zbieżności metod przybliżonych.	4
La6	Dyskretyzacja dwuwymiarowego zagadnienia brzegowego dla równania eliptycznego.	4
La7	Schematy różnicowe aproksymacji jednowymiarowego równania parabolicznego.	4
La8	Metoda różnicowa dyskretyzacji równania struny drgającej.	4
	Suma godzin	30
<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna</li> <li>2. Laboratorium problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna i z zastosowaniem komputera</li> <li>3. Konsultacje</li> <li>4. Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium</li> </ol>		

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	prezentacja przydzielonego problemu
F2	PEK_U01 PEK_U02 PEK_K01	odpowiedzi ustne, kolokwia, kartkówki
P=0.5*F1+0.5*F2		

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Richard L. Burden, J. Douglas Faires, Numerical Analysis
- [2] R. M. Mattheij, S. W. Rienstra, J.H.M. ten Thije Boonkkamp, Partial
- [3] Stig Larsson, Vidar Thomee, Partial differential equations with numerical methods

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

1. L. Lapidus, G. F. Pinder, Numerical solution of partial differential equations in science and engineering, John Wiley & Sons, 1998
2. R. J. Le Vegue, Numerical Methods for conservation laws, Birkhauser, Basel 1990
3. J. W. Thomas, Numerical partial differential equations: conservation laws and elliptic equations, Springer, New York 1999

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Dr hab. Wojciech Mydlarczyk (Wojciech.Mydlarczyk@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
METODY NUMERYCZNE W RÓWNANIACH RÓŻNICZKOWYCH MAP1922  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W03	C1-C3	Wy1-Wy13	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W10	C1-C3	Wy1-Wy13	1, 3
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15, K2MIC_U28, K2MIC_U29	C1-C3	La1- La8	2, 3, 4
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U16	C1-C3	La1- La8	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1-C3	Wy1-Wy13, La1- La8	1, 2, 3, 4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K01	C1-C3	Wy1-Wy13, La1- La8	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

**FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS  
SUBJECT CARD**

**Name in Polish: METODY NUMERYCZNE W RÓWNANIACH RÓŻNICZKOWYCH**

**Name in English: Numerical methods in differential equations**

**Main field of study (if applicable): Applied Mathematics**

**Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce**

**Level and form of studies: ~~1st~~/ 2nd\* level, full-time / ~~part-time~~\***

**Kind of subject: ~~obligatory~~/ optional / ~~university-wide~~\***

**Subject code MAP1922**

**Group of courses YES / ~~NO~~\***

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	90		90		
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3		3		
including number of ECTS points for practical (P) classes			3		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1.5		1.5		

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

1. Student has basic knowledge and abilities on mathematical analysis.
2. Student has basic knowledge concerning programming environments: Matlab/Mathematica/Mapple.

**SUBJECT OBJECTIVES**

- C1 Study of basic notions and knowledge in the area of numerical methods applied in differential equations
- C2 Study of basic numerical techniques used in discretization of differential equations.
- C3 Acquisition of basic abilities in constructing and analyzing difference schemes for differential equations

**SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS**

relating to knowledge student:

PEK\_W01 knows the most important numerical techniques used in solving problems for differential equations

PEK\_W02 knows bases of constructing own numerical schemes

relating to skills student:

PEK\_U01 is able to analyze basic problems in differential equations with respect to application of suitable approximate methods

PEK\_U02 is able to construct mathematical models used in concrete applications of mathematics, based on differential equations and their discrete forms.

...

relating to social competences:

PEK\_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature

PEK\_K02 understands necessity of systematic and individual work on the material of the course.

**PROGRAMME CONTENT**

<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Recalling basic facts of theory of ordinary differential equations.	2
Lec 2	Explicit and implicit Euler method of approximate solving of ordinary differential equations and their systems.	2
Lec 3	Runge-Kutta type methods and other schemes of approximation of ordinary differential equations and their systems.	2
Lec 4	Multi-step methods, stability of numerical methods. Stiff problems.	2
Lec 5	Methods of approximation of boundary value problems for second order ordinary differential equations: shooting methods and difference methods.	2
Lec 6	Methods of approximation of boundary value problems for second order ordinary differential equations: Ritz-Galerkin method.	2
Lec 7	Difference methods for first order partial differential equations. CFL condition.	2
Lec 8	Recalling basic facts of theory of second order partial differential equations.	2
Lec 9	Difference approximation of elliptic boundary value problems on the plane.	2
Lec 10	Variational formulation of boundary value problems for elliptic type equations.	2
Lec 11	Ritz-Galerkin and finite element methods for elliptic problems.	2
Lec 12	Difference methods for parabolic problems. Explicit and implicit schemes for heat conduction equation.	2
Lec 13	Stability of approximate method. Crank-Nicholson scheme for equations of parabolic type.	2
Lec 14	Difference methods for the vibrating string problem and other hyperbolic problems.	4
	Total hours	30

<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Computer construction of solution of ordinary differential equations.	4

Lab 2	Practical verifying of efficacy of automatic exactness control.	2
Lab 3	Visualization and comparison of usefulness of various methods.	4
Lab 4	Algorithms for numerical methods of solution of one-dimensional boundary value problems for elliptic equations.	4
Lab 5	Discretisation of hyperbolic first order problems. Conditions of stability and convergence of approximate methods.	4
Lab 6	Discretization of two-dimensional boundary value problem for elliptic equations.	4
Lab 7	Difference schemes of approximation of one-dimensional parabolic equation.	4
Lab 8	Difference method of discretization of the vibrating string equation.	4
	Total hours	

<b>TEACHING TOOLS USED</b>
N1. Lecture – traditional method.
N2. Problem and computing laboratory – traditional and using computers method.
N3. Consultations.
N4. Student’s personal work – preparation for the laboratory.

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_K01	Presentation of given problems.
F2	PEK_U01 PEK_U02 PEK_K01	Oral presentations, tests.
P=0.5*F1+0.5*F2		

**PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE**

**PRIMARY LITERATURE:**

- [1] Richard L. Burden, J. Douglas Faires, Numerical Analysis.
- [2] R. M. Mattheij, S. W. Rienstra, J.H.M. ten Thije Boonkkamp, Partial differential equations. Modeling, analysis and computations.
- [3] Stig Larsson, Vidar Thomee, Partial differential equations with numerical methods.

**SECONDARY LITERATURE**

- [1] L. Lapidus, G. F. Pinder, Numerical solution of partial differential equations in science and engineering, John Wiley & Sons, 1998
- [2] R. J. Le Vegue, Numerical Methods for conservation laws, Birkhauser, Basel 1990
- [3] J. W. Thomas, Numerical partial differential equations: conservation laws and elliptic equations, Springer, New York 1999

**SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

**Dr hab. Wojciech Mydlarczyk (Wojciech.Mydlarczyk@pwr.wroc.pl)**

**MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
 NUMERICAL METHODS IN DIFFERENTIAL EQUATIONS MAP1922  
 AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
 APPLIED MATHEMATICS  
 AND SPECIALIZATION MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1-C3	Lec1- Lec14	1,3
PEK_W02	K2MIC_W10	C1-C3	Lec1- Lec14	1,3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15, K2MIC_U28, K2MIC_U29	C1-C3	La1-La8	2,3,4
PEK_U02	K2MIC_U16	C1-C3	La1-La8	2,3,4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1-C3	Lec1- Lec14, La1- La8	1,2,3,4
PEK_K02	K2MIC_K01	C1-C3	Lec1- Lec14, La1- La8	1,2,3,4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS</b>					
<b>SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish: SYMULACJE KOMPUTEROWE PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH</b>					
<b>Name in English: Computer simulations of stochastic processes</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Matematyka Stosowana</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: 1st/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: <del>obligatory</del> / optional / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP1925</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	180				
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	6				
including number of ECTS points for practical (P) classes	3				
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	3				

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

1. Stochastic processes

**SUBJECT OBJECTIVES**

C1 Getting acquainted with methods of simulation of long memory and heavy tailed stochastic processes.

<b>SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS</b>		
relating to knowledge: PEK_W1 has an in-depth knowledge of selected area of theoretical and applied mathematics PEK_W2 knows fundamentals of stochastic modeling in financial and actuarial mathematics or in natural sciences: physics, chemistry and biology		
relating to skills: PEK_U1 can construct algorithms having good numerical properties to solve standard and non-standard mathematical problems		
<b>PROGRAMME CONTENT</b>		
<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Wy1	Simulation of stable univariate and multivariate distributions	6
Wy2	Simulation of stable processes by integral and series representations	6
Wy3	Simulation of self-similar and stationary processes	6
Wy4	Simulation of long memory processes	6
Wy5	Stable and long memory models in physics and economy	6
Total hours		30
<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
La1	Solving problems illustrating methods presented during the lectures.	30
Total hours		30
<b>TEACHING TOOLS USED</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lecture – traditional method and multimedia presentations</li> <li>2. Computer laboratory with the use of Matlab package</li> </ol>		

#### **EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W1 PEK_W2 PEK_K1	Test
F2	PEK_U1 PEK_K1	Projects, reports

$$P=0.5 \cdot F1 + 0.5 \cdot F2$$

### PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE

#### **PRIMARY LITERATURE:**

- [1] P. Doukhan, G. Oppenheim, M.S. Taqqu, Theory and Applications of Long-range Dependence, Birkhauser, Boston, 2004.
- [2] A. Janicki, A Weron, Simulation and Chaotic Behavior of Stable Stochastic Processes, Marcel Dekker, New York, 1994.
- [3] G. Samorodnitsky, M.S. Taqqu, Stable Non-Gaussian Random Processes, Chapman & Hall, New York, 1994.

#### **SECONDARY LITERATURE:**

- [1] J. Beran, Statistics for Long-memory Processes, Chapman & Hall, New York, 1994.
- [2] P. Cizek, W. Haerdle, R. Weron (eds), Statistical tools for finance and insurance, Springer, Berlin, 2011.

#### **SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

Dr Krzysztof Burnecki (krzysztof.burnecki@pwr.wroc.pl)

Dr hab. Marcin Magdziarz (marcin.magdziarz@pwr.wroc.pl)

**MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
COMPUTER SIMULATIONS OF STOCHASTIC PROCESSES MAP1925  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY APPLIED MATHEMATICS**

<b>Subject educational effect</b>	<b>Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**</b>	<b>Subject objectives***</b>	<b>Programme content***</b>	<b>Teaching tool number***</b>
<b>PEK_W1</b>	K2MAT_W04, K2MAT_W05	C1	Wy1-Wy5	1
<b>PEK_W2</b>	K2MAT_W14S1MFU	C1	Wy1-Wy5	1
<b>PEK_U1</b>	K2MAT_U05, K2MAT_U12S1MFU	C1	La1	2
<b>PEK_K1</b>	K2MAT_K01	C1	Wy1-Wy5, La1	1,2

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: TEORIA ESTYMACJI****Nazwa w języku angielskim: Estimation theory****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana****Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce****Stopień studiów i forma: II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*****Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy~~/ wybieralny / ~~ogólnouczelniany~~\*****Kod przedmiotu MAP1926****Grupa kursów TAK / ~~NIE~~\***

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90		90		
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3		3		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)			3		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Student umie korzystać z pakietów statystycznych
2. Ma podstawową wiedzę ze statystyki matematycznej.
3. Ma podstawową wiedzę z analizy matematycznej i analizy funkcjonalnej.
4. Posiada podstawowe umiejętności programistyczne.

### **CELE PRZEDMIOTU**

1. Poznanie statystycznych kryteriów oceny jakości estymacji statystycznej.
2. Poznanie podstawowych metod estymacji parametrycznej i ich własności.
3. Poznanie podstawowych metod estymacji nieparametrycznej i ich własności.
4. Umiejętność zaprogramowania zaawansowanych metod statystycznych.
5. Umiejętność przeprowadzenia badań symulacyjnych.
6. Umiejętność oceny własności metod statystycznych w oparciu o badania symulacyjne.
7. Opanowanie słownictwa angielskiego w zakresie metod estymacji .
8. Umiejętności napisania raportu w języku angielskim.

\*niepotrzebne skreślić

### **PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna podstawowe metody estymacji parametrycznej.

PEK\_W02 zna podstawowe metody estymacji nieparametrycznej.

PEK\_W03 zna podstawowe kryteria oceny jakości estymacji.

PEK\_W04 zna teoretyczne podstawy symulacji statystycznych.

PEK\_W05 zna język angielski w zakresie umożliwiającym tworzenie raportów z badań symulacyjnych.

PEK\_W06 zna języki programowania umożliwiające przeprowadzenie badań symulacyjnych.

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi zastosować zaawansowane metody statystyczne do analizy rzeczywistych danych.

PEK\_U02 potrafi wykorzystać języki programowania wysokiego rzędu do zaprogramowania złożonych metod statystycznych i przeprowadzenia badań symulacyjnych.

PEK\_U03 potrafi ocenić własności metod statystycznych w oparciu o badania symulacyjne.

PEK\_U04 potrafi opracować raport w języku angielskim podsumowujący wyniki badań symulacyjnych.

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej w języku angielskim, w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

PEK\_K02 rozumie potrzebę systematycznej pracy w celu pogłębiania wiedzy

<b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>		
<b>Forma zajęć - wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Podstawowe pojęcia teorii estymacji: obciążenie, wariancja, błąd średniokwadratowy, macierz informacji Fischera, efektywność, asymptotyczna normalność	2
Wy2	Podstawy teoretyczne metod symulacyjnych i replikacyjnych	2
Wy3	Estymacja obciążenia i wariancji – bootstrap, jackknife, metoda delta	2
Wy4	Konstrukcja przedziałów ufności – przedziały klasyczne i bootstrapowe	2
Wy5	Nieparametryczna estymacja gęstości – histogram i jego własności	2
Wy6	Nieparametryczna estymacja gęstości – estymator jądrowy i jego własności	2
Wy7	Wybór szerokości pasma w estymatorze jądrowym	2
Wy8	Modyfikacje estymatora jądrowego – zmienna szerokość pasma, jądra wyższego rzędu	2
Wy9	Estymacja gęstości przez rozwinięcia ortogonalne	2
Wy10	Estymacja gęstości – lokalna funkcja wiarygodności i metoda największej wiarygodności z wygładzaniem	2
Wy11	Nieparametryczna estymacja funkcji regresji – estymacja jądrowa	2
Wy12	Wybór szerokości pasma i modyfikacje jądrowego estymatora funkcji regresji.	2
Wy13	Estymacja funkcji hazardu – metody parametryczne i nieparametryczne.	2
Wy14	Empiryczne metody Bayesowskie – estymator Steina	2
Wy15	Kolokwium	2
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Estymacja parametryczna – metoda największej wiarygodności. Obciążenie, wariancja, błąd średnio kwadratowy – estymacja za pomocą symulacji komputerowych.	4
La2	Estymacja obciążenia, wariancji i konstrukcja przedziałów ufności z wykorzystaniem metody podstawienia oraz metod replikacyjnych (bootstrap, jackknife). Oszacowanie jakości estymatorów w oparciu o badania symulacyjne.	4
La3	Estymacja kilku parametrów - asymptotyczna macierz kowariancji, estymacja macierzy kowariancji za pomocą metody podstawienia i metod replikacyjnych. Oszacowanie jakości estymatorów w oparciu o badania symulacyjne.	4
La4	Nieparametryczna estymacja gęstości – histogram, metoda najbliższego sąsiada, estymator jądrowy, rozwinięcia ortogonalne. Wybór parametru	6

	wygładzającego. Ocena jakości w oparciu o badania symulacyjne.	
La5	Nieparametryczna estymacja funkcji regresji. Estymatory: jądrowy, lokalny wielomianowy, najbliższego sąsiada, przez wygładzone funkcje sklepane. Konstrukcja przedziałów i pasm ufności za pomocą metody bootstrap. Wybór parametru wygładzającego. Ocena jakości w oparciu o badania symulacyjne.	6
La6	Estymacja funkcji przeżycia i funkcji hazardu metodami parametrycznymi i nieparametrycznymi. Konstrukcja przedziałów ufności przez aproksymację rozkładem normalnym i metodą bootstrap. Ocena jakości w oparciu o badania symulacyjne.	4
La7	Empiryczne metody Bayesowskie. Ocena jakości za pomocą badań symulacyjnych.	4
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>	
1	Wykład problemowy – prezentacja komputerowa i metoda tradycyjna
2	Laboratoria komputerowe – samodzielne opracowanie programów do symulacji, raporty z analiz
3	Konsultacje
4	Praca własna studenta - przygotowanie do laboratorium

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	Wszystkie przedmiotowe efekty kształcenia	sprawozdania i aktywność na laboratorium.
F2	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_W04 PEK_W05	kolokwium
P=0,75*F1+0,25*F2		

<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>
<b>LITERATURA PODSTAWOWA:</b> [1] L. Devroye, A Course in Density Estimation [2] B. Efron, R. Tibshirani, Introduction to the Bootstrap [3] B. Silverman, Density Estimation for Statistics and Data Analysis. [4] W. Härdle, Smoothing Techniques with implementation in S [5] A.W.Bowman and A. Azzalini, Applied Smoothing Techniques for Data Analysis, The kernel approach with S-Plus Illustrations [6] P.J. Green and B.W.Silverman, Nonparametric regression and Generalized Linear Models
<b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>
<b>Dr hab. Małgorzata Bogdan (Malgorzata.Bogdan@pwr.wroc.pl)</b>

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**TEORIA ESTYMACJI MAP1926**  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU **MATEMATYKA STOSOWANA**  
**I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W04, K2MIC_W15, K2MIC_W16, K2MIC_W18	C2	Wy1-Wy4, Wy13, Wy14  La1-La3, La6, La7	1-4
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W04, K2MIC_W15, K2MIC_W16, K2MIC_W18	C3	Wy5-Wy14,  La4-La7	1-4
<b>PEK_W03</b>	K2MIC_W04, K2MIC_W15, K2MIC_W18	C1	Wy1-Wy14,  La1-La7	1-4
<b>PEK_W04</b>	K2MIC_W04, K2MIC_W18	C5,C6	Wy2-Wy14,  La1-La7	1-4
<b>PEK_W05</b>	K2MIC_W13	C7, C8	Wy1-Wy14,  La1-La7	1-4
<b>PEK_W06</b>	K2MIC_W12, K2MIC_W18	C4, C5, C6	Wy2-Wy14,  La1-La7	1-4
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U11, K2MIC_U12	C1-C4	Wy1-Wy14,  La1-La7	1-4
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U20,	C4-C6	La1-La7	2, 3, 4
<b>PEK_U03</b>	K2MIC_U11, K2MIC_U21	C5-C6	Wy2, La1-La7	1-4
<b>PEK_U04</b>	K2MIC_U02, K2MIC_U12	C7-C8	La1-La7	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C4-C8	La1-La7	2, 3, 4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K01	C1-C8	Wy1-Wy14,  La1-La7	1-4

<b>FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS SUBJECT CARD</b>					
<b>Name in Polish</b> Teoria estymacji					
<b>Name in English:</b> Estimation theory					
<b>Main field of study (if applicable):</b> Applied Mathematics					
<b>Specialization (if applicable):</b> Mathematics for Industry and Commerce					
<b>Level and form of studies:</b> <del>1st</del> / 2nd* level, full-time / <del>part-time</del> *					
<b>Kind of subject:</b> <del>obligatory</del> / optional / <del>university-wide</del> *					
<b>Subject code</b> MAP1926					
<b>Group of courses</b> YES / <del>NO</del> *					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	90		90		
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3		3		
including number of ECTS points for practical (P) classes			3		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1,5		1,5		

\*delete as applicable

<b>PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Student knows how to use statistical packages</li> <li>2. Student has a basic knowledge of mathematical statistics.</li> <li>3. Student has a basic knowledge of mathematical analysis and functional analysis</li> <li>4. Student has basic programming skills.</li> </ol>
<b>SUBJECT OBJECTIVES</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Learning of statistical criteria for assessing the quality of statistical estimation</li> <li>2. Learning basic parametric estimation methods and their properties.</li> <li>3. Learning basic non-parametric estimation methods and their properties.</li> <li>4. Ability to program advanced statistical methods.</li> <li>5. Ability to carry out simulation studies.</li> <li>6. Ability to evaluate properties of statistical methods based on simulation studies.</li> <li>7. Mastering of English vocabulary in the field of estimation methods .</li> <li>8. Report writing skills in English.</li> </ol>

### SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

relating to knowledge:

PEK\_W01 knows the basic parametric estimation methods.

PEK\_W02 knows the basic non-parametric estimation methods.

PEK\_W03 knows the basic criteria for assessing the quality of the estimation.

PEK\_W04 knows the theoretical basis of statistical simulation.

PEK\_W05 knows English in the extent necessary for the creation of simulation reports.

PEK\_W06 knows Programming Languages enable to carry out the simulation study.

relating to skills:

PEK\_U01 able to apply advanced statistical methods to analyze real data.

PEK\_U02 can use programming languages to program the high-order complex statistical methods and simulation tests and to carry out simulation studies.

PEK\_U03 able to assess the properties of statistical methods based on simulation studies.

PEK\_U04 can develop a report in English summarizing the results of simulation studies.

relating to social competences:

PEK\_K01 can benefit from the scientific literature in English, including reaching the source materials and review them.

PEK\_K02 understands the need for systematic work to improve knowledge

### PROGRAMME CONTENT

Form of classes - lecture		Number of hours
Lec 1	Basic concepts of estimation theory: bias, variance, mean square error matrix of Fisher information, efficiency, asymptotic normality	2
Lec 2	Theoretical basis of simulation methods and replication	2
Lec 3	Bias and variance estimation - bootstrap, Jackknife, the delta method	2
Lec 4	Construction of confidence intervals - classic and bootstrap intervals	2
Lec 5	Nonparametric density estimation - histogram and its properties	2
Lec 6	Nonparametric density estimation - kernel estimator and its properties	2
Lec 7	Selection of bandwidth in the kernel estimator	2
Lec 8	Modifications of kernel estimator - variable bandwidth, higher-order kernels	2
Lec 9	Estimation of density through orthogonal expansions	2
Lec 10	Estimation of density - local likelihood function and maximum likelihood method with smoothing	2
Lec 11	Nonparametric regression function estimation - estimation of kernel	2
Lec 12	Selection of the bandwidth and modification of the kernel estimator of regression function.	2
Lec 13	Hazard function estimation - parametric and non-parametric methods.	2
Lec 14	Empirical Bayesian methods - Stein estimator	2
Lec 15	Test	2
	Total hours	30

<b>Form of classes – laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Parametric estimation - method of maximum likelihood. Bias, variance, mean square error - estimation using computer simulations.	4
Lab 2	Estimation of bias, variance and construction of confidence intervals using the method of substitution and replication methods (bootstrap, jackknife). Estimating the quality of estimators based on simulation studies.	4
Lab 3	Estimating the several parameters - asymptotic covariance matrix, the covariance matrix estimation using the method of substitution and replication methods. Estimating the quality of estimators based on simulation studies.	4
Lab 4	Nonparametric estimation of density - the histogram, method of the nearest neighbor, kernel estimator, orthogonal expansions. Smoothing parameter selection. Quality rating based on simulation studies.	6
Lab 5	Nonparametric estimation of the regression function. Estimators: kernel, local polynomial, the nearest neighbor, the smooth spline functions. Construction of confidence intervals and bands using the bootstrap method. Smoothing parameter selection. Quality rating based on simulation studies.	6
Lab 6	Estimation of survival function and hazard function with parametric and nonparametric methods. Construction of confidence intervals through approximation with the normal distribution and the bootstrap method. Quality rating based on simulation studies.	4
Lab 7	Empirical Bayesian methods. Quality assessment using simulation studies.	4
	Total hours	30

#### **TEACHING TOOLS USED**

- N1. Lecture problem - computer presentation and traditional method  
 N2. Laboratory - self development of programs for simulation, reports from analyses  
 N3. Consultations  
 N4. Student's self work – preparation for the laboratory

#### **EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	<b>Educational effect number</b>	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>
F1	All subject effects of the course	Reports and activity during the laboratory.
F2	PEK_W01 PEK_W02	Test

	PEK_W03 PEK_W04 PEK_W05	
P=0,75*F1+0,25*F2		
<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>		
<b>PRIMARY LITERATURE:</b>		
[1] L. Devroye, A Course in Density Estimation [2] B. Efron, R. Tibshirani, Introduction to the Bootstrap [3] B. Silverman, Density Estimation for Statistics and Data Analysis. [4] W. Härdle, Smoothing Techniques with implementation in S [5] A.W.Bowman and A. Azzalini, Applied Smoothing Techniques for Data Analysis, The kernel approach with S-Plus Illustrations [6] P.J. Green and B.W.Silverman, Nonparametric regression and Generalized Linear Models		
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>		
<b>Dr hab. Małgorzata Bogdan (Malgorzata.Bogdan@pwr.wroc.pl)</b>		

**MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
ESTIMATION THEORY MAP1926  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
APPLIED MATHEMATICS  
AND SPECIALIZATION MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W04, K2MIC_W15, K2MIC_W16, K2MIC_W18	C2	Lec 1-Lec 4, Lec 13, Lec 14 Lab 1-Lab 3, Lab 6, Lab 7	1-4
PEK_W02	K2MIC_W04, K2MIC_W15, K2MIC_W16, K2MIC_W18	C3	Lec 5-Lec 4, Lab 4-Lab 7	1-4
PEK_W03	K2MIC_W04, K2MIC_W15, K2MIC_W18	C1	Lec 1-Lec 14, Lab 1-Lab 7	1-4
PEK_W04	K2MIC_W04, K2MIC_W18	C5,C6	Lec 2-Lec 14, Lab 1-Lab 7	1-4
PEK_W05	K2MIC_W13	C7, C8	Lec 1-Lec 14, Lab 1-Lab 7	1-4
PEK_W06	K2MIC_W12, K2MIC_W18	C4, C5, C6	Lec 2-Lec 14, Lab 1-Lab 7	1-4
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U11, K2MIC_U12	C1-C4	Lec 1-Lec 14, Lab 1-Lab 7	1-4
PEK_U02	K2MIC_U20,	C4-C6	Lab 1-Lab 7	2, 3, 4
PEK_U03	K2MIC_U11, K2MIC_U21	C5-C6	Lec 2, Lab 1-Lab 7	1-4
PEK_U04	K2MIC_U02, K2MIC_U12	C7-C8	Lab 1-Lab 7	2, 3, 4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C4-C8	Lab 1-Lab 7	2, 3, 4
PEK_K02	K2MIC_K01	C1-C8	Lec 1-Lec 14, Lab 1-Lab 7	1-4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>					
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>					
<b>Nazwa w języku polskim: METODY NIELINIOWE</b>					
<b>Nazwa w języku angielskim: Nonlinear methods</b>					
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stodowana</b>					
<b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Stopień studiów i forma: II stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*</b>					
<b>Rodzaj przedmiotu: <del>obowiązkowy</del> / wybieralny / <del>ogólnouczelniany</del>*</b>					
<b>Kod przedmiotu MAP1996</b>					
<b>Grupa kursów TAK / <del>NIE</del>*</b>					
	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90		90		
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3		3		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)			3		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Student zna i umie stosować klasyczne pojęcia i twierdzenia analizy matematycznej
2. Zna i potrafi stosować podstawowe pojęcia i metody z zakresu równań różniczkowych

## CELE PRZEDMIOTU

1. Poznanie podstawowych pojęć oraz opanowanie podstawowych technik nieliniowych używanych w zastosowaniach

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 ma pogłębioną wiedzę w zakresie metod nieliniowych

PEK\_W02 zna metody numeryczne stosowane do znajdowania przybliżonych rozwiązań zagadnień matematycznych (na przykład równań różniczkowych) stawianych przez dziedziny stosowane

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w konkretnych zaawansowanych zastosowaniach matematyki

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej w języku angielskim, w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przykłady zjawisk nieliniowych	2
Wy2	Przykłady zjawisk nieliniowych	2
Wy3	Oscylatory nieliniowe	2
Wy4	Bifurkacja i stabilność	2
Wy5	Równanie van der Pola	2
Wy6	Równanie Duffinga	2
Wy7	Systemy dwóch równań nieliniowych – punkty równowagi	2
Wy8	Klasyfikacja punktów równowagi	2
Wy9	Systemy równań nieliniowych - atraktory	2
Wy10	Równanie Lorenca	2
Wy11	Dziwne atraktory	2
Wy12	Równania Belolusova Zobotynskiego	2

Wy13	Komórki Benarda - równania hydrodynamiki	2
Wy14	Przykłady nieliniowej optymalizacji	2
Wy15	Pewne metody nieliniowej optymalizacji	2
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Rozwiązywanie zadań ilustrujących teorię podaną na wykładzie analitycznie i z użyciem programu MATLAB	30
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna</li> <li>2. Laboratorium – rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputerów</li> <li>3. Konsultacje</li> <li>4. Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium</li> </ol>

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02	kolokwium
F2	PEK_U01 PEK_K01	odpowiedzi ustne, ćwiczenia obliczeniowe, sprawozdania, kartkówki, kolokwia
P=0.5*F1+0.5*F2		

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

**LITERATURA PODSTAWOWA:**

1. D.W. Jordan, P. Smith, Nonlinear Ordinary Differential Equations
2. G. Nicolis, Introduction to Nonlinear Science.

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] D. P. Bertsekas, Nonlinear Programming.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Wojciech Okraśniński (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
METODY NIELINIOWE MAP1996  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W04	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W10	C1	Wy1-Wy15	1, 3
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	La1	2, 3, 4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Wy1-Wy15, La1	1, 2, 3, 4

\*\* - z tabeli powyżej

FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS					
SUBJECT CARD					
Name in Polish METODY NIELINIOWE					
Name in English NONLINEAR METHODS					
Main field of study (if applicable): APPLIED MATHEMATICS					
Specialization (if applicable): MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE					
Level and form of studies: <del>1st</del> / 2nd* level, full-time / <del>part-time</del> *					
Kind of subject: <del>obligatory</del> / optional / <del>university-wide</del> *					
Subject code MAP1996					
Group of courses YES / <del>NO</del> *					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	90		90		
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3		3		
including number of ECTS points for practical (P) classes			3		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1.5		1.5		

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

1. Student has knowledge of concepts, theorems and methods of mathematical analysis
2. Student has knowledge of concepts and methods of differential equations

**SUBJECT OBJECTIVES**

C1 Study basic concepts and nonlinear methods used in applications

**SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS**

relating to knowledge:

PEK\_W01 has advanced knowledge concerning nonlinear methods

PEK\_W02 knows numerical methods applied for approximate solving of mathematical problems in applied sciences

relating to skills:

PEK\_U01 is able to construct mathematical models in advanced applications of mathematics

relating to social competences:

PEK\_K01 can, without assistance, search for necessary information in the literature, also in foreign languages

**PROGRAMME CONTENT**

<b>Form of classes - lecture</b>		<b>Number of hours</b>
Lec 1	Examples of nonlinear phenomena	2
Lec 2	Examples of nonlinear phenomena	2
Lec 3	Nonlinear oscillators	2
Lec 4	Bifurcation and stability	2
Lec 5	Van der Pol equation	2
Lec 6	Duffig equation	2
Lec 7	2-D systems of nonlinear equations – equilibrium points	2
Lec 8	Classification of the equilibrium points	2
Lec 9	Systems of nonlinear equations - attractors	2
Lec 10	Lorenz equation	2
Lec 11	Strange attractors	2
Lec 12	Belolusov-Zabotynski equation	2
Lec 13	Benard cells – equations of hydrodynamics	2
Lec 14	Examples of nonlinear optimisation	2
Lec 15	Some methods of nonlinear optimisation	2
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>

<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Solving of problems illustrating theory given in the lectures by analytic methods and with MATLAB	30
	<b>Total hours</b>	<b>30</b>

**TEACHING TOOLS USED**

- N1. Lecture – traditional method
- N2. Laboratory- solving problems with computers
- N3. Consultations
- N4. Student’s self work – preparation for the laboratory

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester)	<b>Educational effect</b> number	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>

end)		
F1	PEK_W01 PEK_W02	test
F2	PEK_U01 PEK_K01	oral answers, calculus trainings, presentations, short tests, tests
P==0.5*F1+0.5*F2		
<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>		
<b>PRIMARY LITERATURE:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. D.W. Jordan, P. Smith, Nonlinear Ordinary Differential Equations</li> <li>2. G. Nicolis, Introduction to Nonlinear Science.</li> </ol>		
<b>SECONDARY LITERATURE:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. D. P. Bertsekas, Nonlinear Programming</li> </ol>		
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>		
Prof. dr hab. Wojciech Okrasiński (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)		

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**NONLINEAR METHODS MAP1996**  
 AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
**APPLIED MATHEMATICS**  
 AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W04	C1	Lec1-Lec15	1,3
PEK_W02	K2MIC_W10	C1	Lec1-Lec15	1,3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Lab1	2,3,4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec1-Lec15 Lab1	1,2,3,4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: TEORIA GIER I JEJ ZASTOSOWANIA****Nazwa w języku angielskim: Game theory and applications****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana****Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce****Stopień studiów i forma: II stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~****Rodzaj przedmiotu: ~~obowiązkowy~~ / ~~wybieralny~~ / ~~ogólnouczelniany\*~~****Kod przedmiotu MAP1997****Grupa kursów TAK / ~~NIE\*~~**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30		30		
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	90		90		
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3		3		
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)			3		
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	1,5		1,5		

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Student zna i umie wykorzystywać podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody analizy matematycznej, rachunku prawdopodobieństwa i teorii procesów stochastycznych.

## CELE PRZEDMIOTU

- 1 Poznanie pojęcia gry niekooperacyjnej i równowagi Nasha oraz podstawowych twierdzeń dotyczących jej istnienia.
- 2 Poznanie klasycznych metod rozwiązywania gier w postaci strategicznej.
- 3 Nabycie umiejętności rozwiązywania prostych gier w postaci ekstensywnej.
- 4 Poznanie podstaw teorii gier dynamicznych i nabycie umiejętności ich rozwiązywania.
- 5 Poznanie metod programowania dynamicznego.
- 6 Zastosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna podstawowe pojęcia niekooperacyjnej teorii gier, w tym pojęcia równowagi Nasha, równowagi skorelowanej oraz równowagi bayesowskiej oraz podstawowe twierdzenia dotyczące istnienia i sposobów szukania tych równowag.

PEK\_W02 zna podstawowe pojęcia teorii gier dynamicznych, w tym pojęcia równowag doskonałych.

PEK\_W03 zna podstawowe pojęcia programowania dynamicznego.

PEK\_W04 zna kluczowe zastosowania modeli teorii gier w ekonomii.

Z zakresu umiejętności student:

PEK\_U01 potrafi znaleźć równowagi Nasha, równowagi skorelowane oraz bayesowskie dla prostych gier niekooperacyjnych.

PEK\_U02 potrafi sformułować odpowiednie problemy optymalizacyjne, prowadzące do znalezienia wartości gry i optymalnych strategii dla gier o sumie zerowej.

PEK\_U03 potrafi gry dynamiczne skończone sprowadzić do gier w postaci strategicznej i je rozwiązać.

PEK\_U04 potrafi posłużyć się programowaniem dynamicznym aby wyznaczyć wartość gry i optymalne strategie w prostych grach dynamicznych.

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej.

PEK\_K02 potrafi być osobą odpowiedzialną i zdobywać wiedzę w sposób uczciwy.

PEK\_K03 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

PEK\_K04 przestrzega obyczajów i zasad obowiązujących w środowisku akademickim.

<b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>		
<b>Forma zajęć - wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Historia teorii gier. Dylemat więźnia, rozwiązania Pareto optymalne. Gry macierzowe, algorytm eliminacji strategii zdominowanych, równowaga Nasha.	4
Wy2	Twierdzenie o istnieniu równowagi Nasha a twierdzenie Brouwera.	2
Wy3	Gry o sumie zerowej, twierdzenie minimaksowe von Neumanna. Programowanie liniowe.	2
Wy4	Gry w postaci ekstensywnej, twierdzenie Kuhna, doskonała równowaga w podgrze.	2
Wy5	Strategie behawioralne a strategie mieszane w grach w postaci ekstensywnej.	2
Wy6	Równowagi skorelowane i równowagi bayesowskie.	4
Wy7	Modele Cournota, Bertranda i równowaga Stackelberga.	4
Wy8	Nieskończone gry dynamiczne.	4
Wy9	Wstęp do gier stochastycznych.	2
Wy10	Programowanie dynamiczne.	2
Wy11	Analiza prostych gier za pomocą programowania dynamicznego.	2
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - laboratorium</b>		<b>Liczba godzin</b>
La1	Gry w postaci macierzowej. Równowaga Nasha.	6
La2	Programowanie liniowe. Gry w postaci ekstensywnej.	4
La3	Równowaga bayessowska.	4
La4	Modele Cournota, Bertranda i rozwiązania Stackelberga.	2
La5	Gry z ciągłymi zbiorami strategii.	2
La6	Aukcje.	2
La7	Nieskończone gry dynamiczne.	4
La8	Gry stochastyczne.	2
La9	Zajęcia problemowe.	4
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Laboratorium – rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputerów
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do laboratorium

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_K01 PEK_K03 PEK_K04	odpowiedzi ustne, sprawozdania
F2	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_W04 PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_U04 PEK_K01 PEK_K02 PEK_K03 PEK_K04	kolokwium
P=0.4*F1+0.6*F2		

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Ph. D. Strafin. Teoria gier, Wydawnictwo Naukowe Scholar 2004.
- [2] D. Fudenberg , J. Tirole, Game Theory, MIT Press 1993.
- [3] A. Haurie, J.B. Krawczyk, G. Zaccour, Games and Dynamic Games, World Scientific 2012.

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

1. [J. Gonzalez-Diaz](#), [I. Garcia-Jurado](#), [M.G. Fiestras-Janeiro](#), An Introductory Course on Mathematical Game Theory, AMS Series 2010.
2. K. Binmore, Playing for Real, Oxford Press 2007.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Dr hab. inż. Anna Jaśkiewicz** (Anna.Jaskiewicz@pwr.wroc.pl)

**Dr hab. inż. Krzysztof Szajowski** (Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
TEORIA GIER I JEJ ZASTOSOWANIA MAP1997  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W01, K2MIC_W02, K2MIC_W03, K2MIC_W06, K2MIC_W13	C1, C2	Wy1, Wy2, Wy3, Wy6, Wy7, La1-La6	1-4
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W01, K2MIC_W02 K2MIC_W03, K2MIC_W06	C3, C4	Wy3-Wy5, Wy7-Wy9, La2, La7	1-3
<b>PEK_W03</b>	K2MIC_W08, K2MIC_W14,	C5	Wy8-Wy11 La7-La9	1-4
<b>PEK_W04</b>	K2MIC_W01, K2MIC_W06, K2MIC_W07, K2MIC_W13,	C6	Wy7-Wy11, La4, La6, La9	1-4
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U01, K2MIC_U04, K2MIC_U15, K2MIC_U16	C1, C2	Wy1, Wy2, Wy3, Wy6, Wy7, La1-La6	1-4
<b>PEK_U02</b>	K2MIC_U01, K2MIC_U04, K2MIC_U15, K2MIC_U16, K2MIC_U17	C1, C2, C3	Wy3-Wy5, La2, La8	1-4
<b>PEK_U03</b>	K2MIC_U15, K2MIC_U16	C3, C4	Wy4, Wy5, La2	1-4
<b>PEK_U04</b>	K2MIC_U01, K2MIC_U04, K2MIC_U15, K2MIC_U16	C5, C6	Wy8-Wy11, La7-La9	1-4
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K05, K2MIC_K06	C1-C6	Wy1-Wy3, Wy5-Wy7, Wy10, Wy11, La1-La9	1-4
<b>PEK_K02</b>	K2MIC_K01, K2MIC_K02, K2MIC_K03, K2MIC_K06	C1-C6	Wy8-Wy11, La1-La9	1-4
<b>PEK_K03</b>	K2MIC_K01, K2MIC_K02, K2MIC_K05, K2MIC_W06,	C1-C6	Wy3-Wy9, Wy11, La1-La9	1-4
<b>PEK_K04</b>	K2MIC_K01, K2MIC_K03, K2MIC_K04, K2MIC_K07	C1-C6	Wy1-Wy11, La1-La9	1, 2, 3

\*\* - z tabeli powyżej

Załącznik nr 4 do ZW 64/2012

FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS					
SUBJECT CARD					
<b>Name in Polish: Teoria gier i jej zastosowania</b>					
<b>Name in English: Game theory and applications</b>					
<b>Main field of study (if applicable): Applied Mathematics</b>					
<b>Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Level and form of studies: <del>1st</del>/ 2nd* level, full-time / <del>part-time</del>*</b>					
<b>Kind of subject: <del>obligatory</del>/ optional / <del>university-wide</del>*</b>					
<b>Subject code MAP1997</b>					
<b>Group of courses YES / <del>NO</del>*</b>					
	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)	30		30		
Number of hours of total student workload (CNPS)	90		90		
Form of crediting	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*	Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course	X				
Number of ECTS points	3		3		
including number of ECTS points for practical (P) classes			3		
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes	1,5		1,5		

\*delete as applicable

PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES
1. Student knows and can apply basic concepts, theorems and methods of the mathematical analysis, probability theory and theory of stochastic processes.
SUBJECT OBJECTIVES
1. Study of concept of non-cooperative game and Nash equilibrium, as well as basic theorems that concerns an existence of Nash equilibrium.
2. Study of classical methods for solving strategic-form games.
3. Acquisition of ability to solve simple extensive-form games.
4. Study of basics of dynamic game theory and acquisition of ability to solve them.
5. Study of dynamic programming methods.
6. Application of acquired knowledge to create and analyze mathematical models in order to solve theoretical and practical problems in various field of science and technology.

### SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

relating to knowledge:

PEK\_W01 knows the most important concepts of non-cooperative game theory, in particular, idea of Nash equilibrium, correlated equilibrium and bayesian equilibrium, as well as, basic theorems that concern existence and methods of finding those equilibriums.

PEK\_W02 knows the basic concepts of dynamic game theory, in particular the idea of perfect equilibrium.

PEK\_W03 knows the basic concepts of dynamic programming.

PEK\_W04 knows the key applications of game theory models in economy.

relating to skills:

PEK\_U01 can find Nash equilibriums, correlated equilibriums and bayesian for simple non-cooperative games.

PEK\_U02 can formulate appropriate optimization problems, leading to finding game value and optimal strategies for zero-sum games.

PEK\_U03 can reformulate finite dynamic games as strategic-form games and can solve them.

PEK\_U04 can use dynamic programming in order to find game value and optimal strategies in simple dynamic games.

relating to social competences:

PEK\_K01 can use science literature.

PEK\_K02 can be the responsible person and acquire knowledge in a fair manner.

PEK\_K03 understands the need for systematic and independent work on the mastery of the course material.

PEK\_K04 respects the customs and rules of the academic environment.

### PROGRAMME CONTENT

Form of classes - lecture		Number of hours
Lec 1	History of game theory, Prisoner's dilemma, Pareto optimal solutions. Normal-form games, algorithm for eliminating dominated strategies, Nash equilibrium.	4
Lec 2	Nash's theorem vs Brouwer's theorem.	2
Lec 3	Zero-sum games, von Neumann's minimaks theorem. Linear programming.	2
Lec 4	Extensive-form games, Kuhn's theorem, perfect equilibrium in subgame.	2
Lec 5	Behavior strategies vs mixed strategies in extensive-form games.	2

Lec 6	Correlated equilibria and bayesian equilibria.	4
Lec 7	Cournot and Bertrand models, Stackelberg equilibrium.	4
Lec 8	Infinite dynamic games.	4
Lec 9	Introduction to stochastic games.	2
Lec 10	Dynamic programming.	2
Lec 11	Usage of dynamic programming to analyze simple games.	2
	Total hours	30

<b>Form of classes - laboratory</b>		<b>Number of hours</b>
Lab 1	Normal-form games. Nash equilibrium.	6
Lab 2	Linear programming. Exstensive-form games.	4
Lab 3	Bayesian equilibrium.	4
Lab 4	Cournot and Bertrand models and Stackelberg solutions.	2
Lab 5	Games with continuous set of strategies.	2
Lab 6	Auctions.	2
Lab 7	Infinite dynamic games.	4
Lab 8	Stochastic games.	2
Lab 9	Lab with problem solving.	4
	Total hours	30

<b>TEACHING TOOLS USED</b>
N1. Lecture – traditional method N2. Computer laboratory N3. Consultations N4. Student’s self work – preparation for the laboratory

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	<b>Educational effect number</b>	<b>Way of evaluating educational effect achievement</b>
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_U01	oral presentations, reports

	PEK_U02 PEK_U03 PEK_K01 PEK_K03 PEK_K04	
F2	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_W04 PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_U04 PEK_K01 PEK_K02 PEK_K03 PEK_K04	test
P = 0.4*F1+0.6*F2		
<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>		
<b>PRIMARY LITERATURE:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ph. D. Strafin. Teoria gier, Wydawnictwo Naukowe Scholar 2004.</li> <li>2. D. Fudenberg , J. Tirole, Game Theory, MIT Press 1993.</li> <li>3. A. Haurie, J.B. Krawczyk, G. Zaccour, Games and Dynamic Games, World Scientific 2012.</li> </ol>		
<b>SECONDARY LITERATURE:</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. J. Gonzalez-Diaz, I. Garcia-Jurado, M.G. Fiestras-Janeiro, An Introductory Course on Mathematical Game Theory, AMS Series 2010.</li> <li>2. K. Binmore, Playing for Real, Oxford Press 2007.</li> </ol>		
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>		
<b>Dr hab. inż. Anna Jaśkiewicz</b> (Anna.Jaskiewicz@pwr.wroc.pl)  <b>Dr hab. inż. Krzysztof Szajowski</b> (Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl)		

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**GAME THEORY AND APPLICATIONS MAP1997**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
**APPLIED MATHEMATICS**  
AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Lec 1- Lec 10	1, 3
PEK_W02	K2MIC_W09	C1	Lec 1- Lec 10	1, 3
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Lab 1	2, 3, 4
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Lec 1- Lec 10, Lab 1 –Lab 2	1, 2, 3, 4

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU****Nazwa w języku polskim: PRACA DYPLOMOWA****Nazwa w języku angielskim: Diploma thesis****Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana****Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce****Stopień studiów i forma: II stopień\*, stacjonarna / niestacjonarna\*****Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany\*****Kod przedmiotu MAP2058****Grupa kursów TAK / NIE\***

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)					0
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)					840
Forma zaliczenia					Zaliczenie na ocenę
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS					28
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)					28
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)					0,5

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Student ma zaawansowaną wiedzę i umiejętności z zakresu analizy matematycznej, analizy funkcjonalnej i teorii równań różniczkowych
2. Ma pogłębioną wiedzę i umiejętności z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, statystyki matematycznej i teorii procesów stochastycznych

## CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie nowych osiągnięć i metod używanych w różnych zastosowaniach matematyki.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna podstawowe modele i metody używane w różnych zastosowaniach matematyki

PEK\_W02 zna podstawy modelowania stochastycznego

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi konstruować podstawowe modele matematyczne, wykorzystywane różnych dziedzinach

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej (także w językach obcych), w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

## STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Praca własna studenta – wyszukiwanie informacji, pisanie pracy, analiza danych rzeczywistych
2. Konsultacje

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_U01 PEK_K01	ocena pracy własnej studenta, ocena pracy dyplomowej
P=F1		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

**Prof. dr hab. Aleksander Weron** ([Aleksander.Weron@pwr.wroc.pl](mailto:Aleksander.Weron@pwr.wroc.pl))

**Prof. dr hab. Wojciech Okrański** ([Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl](mailto:Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl))

**Dr hab. Jan Goncerzewicz** ([Jan.Goncerzewicz@pwr.wroc.pl](mailto:Jan.Goncerzewicz@pwr.wroc.pl))

**Dr hab. Wojciech Mydlarczyk** ([Wojciech.Mydlarczyk@pwr.wroc.pl](mailto:Wojciech.Mydlarczyk@pwr.wroc.pl))

**Dr hab. Krzysztof Szajowski** ([Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl](mailto:Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl))

**Dr hab. Agnieszka Jurlewicz** ([Agnieszka.Jurlewicz@pwr.wroc.pl](mailto:Agnieszka.Jurlewicz@pwr.wroc.pl))

**Dr hab. Marcin Magdziarz** ([Marcin.Magdziarz@pwr.wroc.pl](mailto:Marcin.Magdziarz@pwr.wroc.pl))

**Dr Agnieszka Wylomańska** ([Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl](mailto:Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl))

**Dr Monika Muszkieta** ([Monika.Muszkieta@pwr.wroc.pl](mailto:Monika.Muszkieta@pwr.wroc.pl))

**Dr Krzysztof Burnecki** ([Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl](mailto:Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl))

**Dr Joanna Janczura** ([Joanna.Janczura@pwr.wroc.pl](mailto:Joanna.Janczura@pwr.wroc.pl))

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
**PRACA DYPLOMOWA MAP2058**  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU **MATEMATYKA STOSOWANA**  
 I SPECJALNOŚCI **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W03	C1	Nie dotyczy	1, 2
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W09	C1	Nie dotyczy	1, 2
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	Nie dotyczy	1, 2
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Nie dotyczy	1, 2

\*\* - z tabeli powyżej

**FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS  
SUBJECT CARD**

**Name in Polish:** Praca dyplomowa

**Name in English:** Diploma thesis

**Main field of study (if applicable):** Applied Mathematics

**Specialization (if applicable):** Mathematics for Industry and Commerce

**Level and form of studies:** ~~1st~~/ 2nd\* level, full-time / ~~part-time~~\*

**Kind of subject:** obligatory / ~~optional~~ / ~~university-wide~~\*

**Subject code** MAP2058

**Group of courses** ~~YES~~ / NO\*

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)					0
Number of hours of total student workload (CNPS)					840
Form of crediting					Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course					
Number of ECTS points					28
including number of ECTS points for practical (P) classes					28
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes					0,5

\*delete as applicable

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

1. Student has the advanced knowledge and skills in the field of mathematical analysis, functional analysis and the theory of differential equations
2. He has deeper knowledge and skills in the field of probability theory, mathematical statistics and the theory of stochastic processes.

**SUBJECT OBJECTIVES**

C1 Getting to know new developments and methods used in various applications of mathematics.

**SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS**

relating to knowledge:

PEK\_W01 knows the basic models and methods used in various applications of mathematics

PEK\_W02 knows the basics of stochastic modeling

relating to skills:

PEK\_U01 able to construct basic mathematical models used in various fields

relating to social competences:

PEK\_K01 can benefit from the scientific literature (including in foreign languages), including reaching the source materials and make them review

**TEACHING TOOLS USED**

N1. Student's own work - searching for information, writing thesis analysis of real data  
 N2. Consultations

**EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT**

<b>Evaluation</b> (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_U01 PEK_K01	evaluation of the student's self work, the assessment of the thesis

P=F1

**PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE****SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)**

**Prof. dr hab. Aleksander Weron** (Aleksander.Weron@pwr.wroc.pl)  
**Prof. dr hab. Wojciech Okrański** (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)  
**Dr hab. Jan Goncerzewicz** (Jan.Goncerzewicz@pwr.wroc.pl)  
**Dr hab. Wojciech Mydlarczyk** (Wojciech.Mydlarczyk@pwr.wroc.pl)  
**Dr hab. Krzysztof Szajowski** (Krzysztof.Szajowski@pwr.wroc.pl)  
**Dr hab. Agnieszka Jurlewicz** (Agnieszka.Jurlewicz@pwr.wroc.pl)  
**Dr hab. Marcin Magdziarz** (Marcin.Magdziarz@pwr.wroc.pl)  
**Dr Agnieszka Wylomańska** (Agnieszka.Wylomanska@pwr.wroc.pl)  
**Dr Monika Muszkieta** (Monika.Muszkieta@pwr.wroc.pl)  
**Dr Krzysztof Burnecki** (Krzysztof.Burnecki@pwr.wroc.pl)  
**Dr Joanna Janczura** (Joanna.Janczura@pwr.wroc.pl)

**MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
 DIPLOMA THESIS MAP2058  
 AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
 APPLIED MATHEMATICS  
 AND SPECIALIZATION MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)**	Subject objectives***	Programme content***	Teaching tool number***
PEK_W01 (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Not applicable	1, 2
PEK_W02	K2MIC_W09	C1	Not applicable	1, 2
PEK_U01 (skills)	K2MIC_U15	C1	Not applicable	1, 2
PEK_K01 (competences)	K2MIC_K06	C1	Not applicable	1, 2

\*\* - enter symbols for main-field-of-study/specialization educational effects

\*\*\* - from table above

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>					
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>					
<b>Nazwa w języku polskim: SEMINARIUM DYPLOMOWE</b>					
<b>Nazwa w języku angielskim: Diploma Seminar</b>					
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka Stosowana</b>					
<b>Specjalność (jeśli dotyczy): Mathematics for Industry and Commerce</b>					
<b>Stopień studiów i forma: II stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna</del>*</b>					
<b>Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy / <del>wybieralny</del> / <del>ogólnouczelniany</del>*</b>					
<b>Kod przedmiotu MAP2059</b>					
<b>Grupa kursów TAK / NIE*</b>					
	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)					30
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)					60
Forma zaliczenia					Zaliczenie na ocenę
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS					2
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)					1
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)					1

<b>WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI</b>
<p>Student ma zaawansowaną wiedzę i umiejętności z zakresu analizy matematycznej, analizy funkcjonalnej i teorii równań różniczkowych</p> <p>Ma pogłębioną wiedzę i umiejętności z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, statystyki matematycznej i teorii procesów stochastycznych</p>

## CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie nowych osiągnięć i metod używanych w różnych zastosowaniach matematyki.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK\_W01 zna podstawowe modele i metody używane w różnych zastosowaniach matematyki

PEK\_W02 zna podstawy modelowania stochastycznego

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 potrafi konstruować podstawowe modele matematyczne, wykorzystywane różnych dziedzinach

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej (także w językach obcych), w tym docierać do materiałów źródłowych i dokonywać ich przeglądu

Forma zajęć - seminarium		Liczba godzin
Se1	Prezentacje wyników przygotowywanych rozpraw magisterskich uczestników seminarium	30
	Suma godzin	<b>30</b>

## STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Seminarium problemowe, prezentacja, wykład problemowy, wykład informacyjny
2. Praca własna studenta – przygotowanie do seminarium

## OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_U01 PEK_K01	ocena prezentacji, wykładu informacyjnego bądź problemowego przygotowanego przez studenta
P=F1		

<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>
<b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b>
<b>Prof. dr hab. Aleksander Weron</b> (Aleksander.Weron@pwr.wroc.pl) <b>Prof. dr hab. Wojciech Okrański</b> (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
SEMINARIUM DYPLOMOWE MAP2059  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA  
I SPECJALNOŚCI MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01</b> (wiedza)	K2MIC_W03	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W09	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_U01</b> (umiejętności)	K2MIC_U15	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_K01</b> (kompetencje)	K2MIC_K06	C1	Se1	1, 2

\*\* - z tabeli powyżej

**FACULTY OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS**

**SUBJECT CARD**

**Name in Polish: SEMINARIUM DYPLOMOWE**

**Name in English: Diploma Seminar**

**Main field of study (if applicable): Applied Mathematics**

**Specialization (if applicable): Mathematics for Industry and Commerce**

**Level and form of studies:** ~~1st~~/ 2nd\* level, full-time / ~~part-time~~\*

**Kind of subject:** obligatory / ~~optional~~ / ~~university-wide~~\*

**Subject code** MAP2059

**Group of courses** ~~YES~~ / NO\*

	Lecture	Classes	Laboratory	Project	Seminar
Number of hours of organized classes in University (ZZU)					30
Number of hours of total student workload (CNPS)					60
Form of crediting					Examination / crediting with grade*
For group of courses mark (X) final course					
Number of ECTS points					2
including number of ECTS points for practical (P) classes					1
including number of ECTS points for direct teacher-student contact (BK) classes					1

**PREREQUISITES RELATING TO KNOWLEDGE, SKILLS AND OTHER COMPETENCES**

Student has an advanced knowledge and skills in the field of calculus, functional analysis and the theory of differential equations.

She has got a thorough knowledge and skills in the field of probability, mathematical statistics and the theory of stochastic processes.

### SUBJECT OBJECTIVES

C1 Learning about achievements and new methods used in various applications of mathematics.

\*delete as inapplicable

### SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS

Relating to knowledge:

PEK\_W01 knows fundamental models and methods used in various applications of mathematics

PEK\_W02 knows the fundamentals of stochastic modeling

Relating to skills:

PEK\_U01 can build basic mathematical models, used in various disciplines

Relating to social competences:

PEK\_K01 can use the scientific literature (also in foreign languages), including finding source information and browse through articles

Form of classes - seminar		Number of hours
Se1	Master thesis results presentations.	30
	Total hours	<b>30</b>

### TEACHING TOOLS USED

1. Problem Seminar, presentation, problem lecture, informative lecture
2. Student's self-work – preparation for the seminar

### EVALUATION OF SUBJECT EDUCATIONAL EFFECTS ACHIEVEMENT

Evaluation (F – forming (during semester), P – concluding (at semester end))	Educational effect number	Way of evaluating educational effect achievement
F1	PEK_W01 PEK_W02 PEK_U01 PEK_K01	Evaluation of the presentation, informative or problem lecture prepared by the student
P=F1		

<b>PRIMARY AND SECONDARY LITERATURE</b>
<b>SUBJECT SUPERVISOR (NAME AND SURNAME, E-MAIL ADDRESS)</b>
<b>Prof. dr hab. Aleksander Weron</b> (Aleksander.Weron@pwr.wroc.pl)
<b>Prof. dr hab. Wojciech Okrański</b> (Wojciech.Okrasinski@pwr.wroc.pl)

MATRIX OF CORRELATION BETWEEN EDUCATIONAL EFFECTS FOR SUBJECT  
**DIPLOMA SEMINAR MAP2059**  
AND EDUCATIONAL EFFECTS FOR MAIN FIELD OF STUDY  
**APPLIED MATHEMATICS**  
AND SPECIALIZATION **MATHEMATICS FOR INDUSTRY AND COMMERCE**

Subject educational effect	Correlation between subject educational effect and educational effects defined for main field of study and specialization (if applicable)	Subject objectives**	Programme content**	Teaching tool number**
<b>PEK_W01</b> (knowledge)	K2MIC_W03	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_W02</b>	K2MIC_W09	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_U01</b> (skills)	K2MIC_U15	C1	Se1	1, 2
<b>PEK_K01</b> (competences)	K2MIC_K06	C1	Se1	1, 2

\*\* - from the table above