

Streszczenie rozprawy doktorskiej

"Monitorowanie procesów anomalnej dyfuzji przy użyciu statystyk uśrednianych w czasie"

autor rozprawy: Katarzyna Gabriela Maraj-Zygmunt

Praca podejmuje problem analizy procesów anomalnej dyfuzji z wykorzystaniem statystyk uśrednianych w czasie. Główny nacisk położony jest na estymację parametrów, procedury testowania statystycznego oraz metody identyfikacji. Rozważono różne modele anomalnej dyfuzji, szeroko omawiane w literaturze. Aby skonstruować metodologię estymacji parametrów oraz testowania i identyfikacji procesów, posłużono się klasycznymi statystykami uśrednionymi w czasie, a także wprowadzono nowe statystyki, a mianowicie empirical anomaly measure (EAM), even empirical moments (EEM) oraz time-averaged mean squared displacement ratio (TAMSD ratio). Nowe metody pozwalają na poprawę dokładności i odporności analizy procesów anomalnej dyfuzji.

W rozprawie omówiono różne problemy związane z analizą procesów anomalnej dyfuzji. Nacisk położony jest na estymację parametrów i testowanie statystyczne procesów gaussowskich. Badania wypełniają również lukę w literaturze, opracowując metodologię testowania procesów dwuwymiarowych. Ponadto, zaproponowano nowe podejścia do rozróżniania procesów gaussowskich od procesów o rozkładach zbliżonych do gaussowskich. Szczególną uwagę poświęcono modelom z parametrami losowymi, które stanowią nową klasę procesów w tej dziedzinie. Ponieważ zjawiska anomalnej dyfuzji są obserwowane w szerokim zakresie dyscyplin, w tym w fizyce, biologii, hydrologii, klimatologii, medycynie i finansach, opracowane metodologie zilustrowano kilkoma zastosowaniami. Wyniki teoretyczne poparto symulacjami Monte Carlo i zweryfikowano na podstawie danych rzeczywistych.

Rozprawa ma następującą strukturę. Rozdział 1 stanowi wprowadzenie do problemu i zawiera pytania oraz hipotezy badawcze. Rozdział 2 przedstawia stan wiedzy na temat procesów anomalnej dyfuzji, w tym definicje procesów, metody estymacji parametrów oraz istniejące metody do testowania i identyfikacji omawianych procesów. Ponadto opisany został wkład autora w rozwój tej dziedziny oraz jego dorobek naukowy.

Rozdział 3 przedstawia definicje i własności rozważanych procesów anomalnej dyfuzji, a mianowicie ułamkowego ruchu Browna (FBM), dwuwymiarowego FBM, ułamkowego ruchu Browna z losowym wykładnikiem Hursta (FBMRE), ułamkowego ruchu Lévy'ego (FLM), skalowanego ruchu Browna (SBM), skalowanego ruchu Browna z losowym wykładnikiem anomalnej dyfuzji (SBMRE), gaussowskiego procesu Ornsteina-Uhlenbecka (GOU) oraz procesu Lévy'ego Ornsteina-Uhlenbecka (LOU). W dalszej części rozprawy, procesy te zostały wykorzystane do zilustrowania własności statystyk uśrednianych w czasie oraz do oceny skuteczności nowych metodologii opartych na tych statystykach.

W rozdziale 4 zostały podane definicje oraz podsumowanie własności zarówno klasycznych, jak i nowo zaproponowanych statystyk uśrednianych w czasie. Klasyczne statystyki omówione w tej pracy to time-averaged mean squared displacement (TAMSD), sample autocovariance function (ACVF), detrended fluctuation analysis (DFA), detrended moving average (DMA) oraz sample cross-covariance function (CCF). Nowo wprowadzone statystyki to empirical anomaly measure (EAM), even empirical moments (EEM) oraz TAMSD ratio.

Rozdział 5 poświęcony jest ocenie skuteczności statystyk uśrednianych w czasie, w tym

TAMSD, DFA, DMA i ACVF, w estymacji wykładnika Hursta dla FBM i FBM z szumem addytywnym. Za pomocą symulacji Monte Carlo dokonano oceny i porównania dokładności oraz własności tych metod estymacji dla wybranych procesów stochastycznych.

Rozdział 6 koncentruje się na testowaniu procesów gaussowskich. W pierwszej części przedstawiono nowe algorytmy oparte na statystyce EAM. Dodatkowo przedstawiono porównanie z odpowiadającą jej metodą opartą na ACVF. W kolejnej części tego rozdziału zajęto się problemem eliminacji wpływu współczynnika dyfuzji w procedurze testowania. Wykazano, że zastosowanie statystyki TAMSD ratio daje dokładniejsze wyniki w porównaniu z zastosowaniem klasycznej statystyki TAMSD w procesie testowania. W ostatniej części rozdziału przedstawiono nowatorską metodologię opartą na statystyce CCF dla dwuwymiarowego ułamkowego ruchu Browna. Skuteczność opracowanych metodologii została zbadana z wykorzystaniem symulacji Monte Carlo oraz danych rzeczywistych, w tym danych biologicznych i danych opisujących ceny Bitcoina.

W rozdziale 7 skupiono się na fakcie, iż w niektórych przypadkach procesy o stałych parametrach mogą być niewystarczające do opisu skomplikowanych zbiorów danych. Aby rozwiązać ten problem, skoncentrowano się na procesach anomalnej dyfuzji z losowymi parametrami, a mianowicie FBMRE i SBMRE. Wykazano, że dla niektórych zbiorów danych modele te zapewniają lepsze dopasowanie. Na podstawie tej obserwacji zaproponowano nowe metody rozróżniania modeli o stałych i losowych parametrach. Zaproponowane metody opierają się na sześciu statystykach, a mianowicie TAMSD, EAM, DMA i ich odpowiednikach ilorazowych. Skuteczność proponowanej metodologii została zilustrowana zarówno symulacjami, jak i analizą danych biologicznych.

W rozdziale 8 przedstawiono metodologię do rozróżniania modeli o momentach skończonych i nieskończonych. To nowe podejście, oparte na statystyce EEM, pozwala odróżnić procesy gaussowskie od procesów o rozkładach zbliżonych do gaussowskiego. Na podstawie symulacji Monte Carlo i danych rzeczywistych (cena zamknięcia miedzi (CU) w USD) wykazano, że podejście oparte na statystyce EEM jest znacznie skuteczniejsze niż klasyczne metody.

Rozdział 9, kończący rozprawę, zawiera podsumowanie przedstawionej pracy i uzyskanych wyników oraz omawia hipotezy badawcze sformułowane na początku.

Wyniki rozprawy zostały opisane w ośmiu artykułach naukowych.

