Streszczenie rozprawy doktorskiej

pt. „Discrete Feynman-Kac evolutions" w języku polskim

autor rozprawy: mgr Mateusz Kornel Śliwiński

Rozwijamy teorię półgrup Feynmana–Kaca z czasem dyskretnym i ogólnymi potencjałami wiążącymi dla łańcuchów Markowa zdefiniowanych na przeliczalnie nieskończonych przestrzeniach dyskretnych. Skupiamy się na łańcuchach posiadających pewną właściwość dystrybucyjną dalekiego zasięgu, zwaną własnością bezpośredniego kroku (ang.\ direct step property, DSP), zgodnie z którą prawdopodobieństwo przejścia w dwóch krokach jest, z dokładnością do stałej, zdominowane przez prawdopodobieństwo przejścia w jednym kroku. Dla kontekstu i porównania częściowo analizujemy również klasyczny przypadek spacerów losowych najbliższego sąsiedztwa na grafach o skończonej geometrii.

Najpierw wykazujemy, że DSP zachodzi dla szerokiej klasy łańcuchów, w tym dla błądzeń losowych typu stabilnego oraz jąder przejścia o lżejszych ogonach. Pokazujemy również, że własność ta pozostaje stabilna przy losowych zmianach czasu, co umożliwia dalsze konstrukcje z wykorzystaniem dyskretnej subordynacji.

Następnie uzyskujemy ostre, dwustronne oszacowania funkcji harmonicznych operatorów Feynman–Kaca w przypadku DSP, prowadzące do dyskretnej wersji jednostajnej brzegowej nierówności Harnacka w nieskończoności. Porównanie tych rezultatów z analogicznymi wynikami dla spacerów losowych najbliższego sąsiedztwa ujawnia istotne różnice w tempie zaniku. Uzyskane przez nas oszacowania stosujemy zarówno do laplasjanów grafowych z potencjałami wiążącymi, jak i do funkcji własnych półgrup Feynman–Kaca.

Dalej badamy dyskretne półgrupy Feynman–Kaca i półgrupy dualne do nich w przypadku niesamosprzężonym. Wyprowadzamy ostre, dwustronne oszacowania jąder całkowych w odniesieniu do stanu podstawowego, co prowadzi do dyskretnego odpowiednika progresywnej wewnętrznej ultrakontraktywności (pIUC) oraz jej silniejszej, asymptotycznej wersji (aIUC). Dodatkowo wykazujemy, że aIUC jest równoważna wewnętrznej hiperkontraktywności, co pokazuje bezpośredni związek między tempem wzrostu potencjału a regularnością półgrup. Pokazujemy również, że w przypadku spacerów losowych najbliższego sąsiedztwa na grafach o skończonej geometrii typowe przykłady nie spełniają ani aIUC, ani IHC, co uwypukla zasadniczą różnicę między dynamiką dalekiego zasięgu a dynamiką najbliższego sąsiedztwa.

Badamy także zachowanie tych półgrup w długim horyzoncie czasowym. Wykazujemy ergodyczność półgrupy wewnętrznej oraz kwaziergodyczność oryginalnej półgrupy w przestrzeniach l^p, przy czym w l^1 uzyskujemy szczególnie subtelne wyniki, w tym nowe równoważności pomiędzy tymi własnościami. Rezultaty te opierają się w szczególności na własności pIUC, która zapewnia jawne oszacowanie tempa zbieżności i gwarantuje progresywną w czasie, jednostajną (kwazi)ergodyczność półgrup. W silniejszym reżimie aIUC półgrupy są jednostajnie (kwazi)ergodyczne z geometrycznym tempem zbieżności.

Pracę zamyka prezentacja konkretnych przykładów, pokazujących, jak zależność pomiędzy tempem wzrostu potencjału i tempem zaniku jąder przejścia wpływa na własności wewnętrznej kontraktywności i (kwazi)ergodyczności półgrup.