

WYDZIAŁ MECHANICZNO-ENERGETYCZNY

KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim	<b>ANALIZA MATEMATYCZNA 2.2 A</b>
Nazwa w języku angielskim	<b>MATHEMATICAL ANALYSIS 2.2 A</b>
Kierunek studiów	<b><i>Energetyka/Mechanika i budowa maszyn</i></b>
Stopień studiów i forma	<b>I stopień, niestacjonarna</b>
Rodzaj przedmiotu	<b>obowiązkowy/ogólnouczelniany</b>
Kod przedmiotu	<b>MAT001670</b>
Grupa kursów	<b>NIE</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	18	18			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120	90			
Forma zaliczenia	egzamin	zaliczenie			
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS	4	3			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	0	3			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	2	2,25			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej potwierdzona zaliczeniem kursu *Analizy Matematycznej 1.1 A* lub innego kursu zawierającego w programie rachunek różniczkowy i całkowity funkcji jednej zmiennej.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Zapoznanie z podstawowymi kryteriami zbieżności całek niewłaściwych, szeregów liczbowych i własnościami szeregów potęgowych.  
 C2 Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.  
 C3 Zapoznanie z pojęciem całki podwójnej i potrójnej, metodami ich obliczania i przykładami zastosowań.

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA**

**Z zakresu wiedzy student powinien**  
 PEK\_W1 znać podstawowe kryteria zbieżności całek niewłaściwych, szeregów liczbowych i własności szeregów potęgowych,  
 PEK\_W2 znać podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych,  
 PEK\_W3 znać metody obliczania całek podwójnych i potrójnych.

**Z zakresu umiejętności student powinien**

PEK\_U1 umieć badać zbieżność całek niewłaściwych, typowych szeregów liczbowych oraz rozwijać funkcje w szereg potęgowy przy wykorzystaniu rozwinięć funkcji elementarnych,

PEK\_U2 umieć obliczać pochodne cząstkowe, wyznaczać gradient i pochodną kierunkową oraz wyznaczać ekstrema lokalne i warunkowe funkcji dwóch zmiennych,

PEK\_U3 umieć obliczać całki podwójne i potrójne oraz wykorzystywać je do obliczania pól, objętości i wybranych wielkości fizycznych.

**TREŚCI PROGRAMOWE**

<b>Forma zajęć - wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Całka niewłaściwa pierwszego rodzaju. Kryteria zbieżności. Przykłady zastosowań.	2
Wy2	Szeregi liczbowe. Szereg geometryczny. Kryteria zbieżności szeregów liczbowych. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Kryterium Leibniza.	2
Wy3	Szereg potęgowy. Przedział zbieżności szeregu potęgowego. Szereg Taylora i Maclaurina. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy.	2
Wy4	Zbiory na płaszczyźnie i w przestrzeni. Funkcje dwóch i trzech (wielu) zmiennych. Poziomica funkcji dwóch zmiennych. Przykłady wykresów funkcji dwóch zmiennych. Powierzchnie obrotowe i walcowe.	2
Wy5	Pochodne cząstkowe pierwszego rzędu. Definicja. Interpretacja geometryczna. Płaszczyzna styczna do wykresu funkcji dwóch zmiennych. Różniczka funkcji i jej zastosowanie do szacowania dokładności obliczeń. Różniczkowanie funkcji złożonych. Pochodna kierunkowa. Gradient funkcji. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Twierdzenie Schwarza.	2
Wy6	Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum. Ekstrema warunkowe funkcji dwóch zmiennych. Najmniejsza i największa wartość funkcji na zbiorze. Przykłady zagadnień optymalizacyjnych.	2
Wy7	Całki podwójne. Definicja całki podwójnej. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych. Własności całek podwójnych.	2
Wy8	Zamiana zmiennych w całce podwójnej. Jakobian przekształcenia. Współrzędne biegunowe w całce podwójnej. Zastosowanie całki podwójnej do obliczania pola obszaru, objętości bryły i pola powierzchni płata.	2
Wy9	Całki potrójne. Obliczanie całek potrójnych po obszarach normalnych. Zamiana zmiennych w całce potrójnej. Współrzędne walcowe i sferyczne. Przykłady zastosowań całek podwójnych i potrójnych w geometrii, fizyce i technice.	2
<b>Suma godzin</b>		<b>18</b>

**Forma zajęć - ćwiczenia**

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Cw1	Całki niewłaściwe.	2
Cw2	Szeregi liczbowe. Badanie zbieżności przy wykorzystaniu kryterium całkowego, porównawczego, ilorazowego, d'Alemberta, Cauchy'ego. Badanie zbieżności bezwzględnej i warunkowej.	2
Cw3	Szeregi potęgowe. Wyznaczanie przedziału zbieżności. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy przy wykorzystaniu rozwinięć podstawowych funkcji elementarnych.	2
Cw4	Funkcje dwóch zmiennych. Wyznaczanie dziedziny. Szkicowanie poziomicy i wykresów (powierzchnie walcowe i obrotowe). Obliczanie pochodnych cząstkowych. Wyznaczanie równania płaszczyzny stycznej. Zastosowanie różniczki do szacowania dokładności obliczeń. Pochodna kierunkowa.	2

Cw5	Ekstrema lokalne i warunkowe funkcji dwóch zmiennych. Najmniejsza i największa wartość funkcji na zbiorze. Przykłady zagadnień optymalizacyjnych.	2
Cw6	Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych. Zamiana całki podwójnej na całki iterowane. Zmiana kolejności całkowania.	2
Cw7	Zamiana zmiennych w całce podwójnej. Współrzędne biegunowe. Przykłady zastosowań całki podwójnej.	2
Cw8	Obliczanie całek potrójnych po obszarach normalnych. Zamiana całki potrójnej na całki iterowane. Zamiana zmiennych w całce potrójnej. Współrzędne walcowe. Współrzędne sferyczne. Przykłady zastosowań całek podwójnych i potrójnych w fizyce i technice.	2
Cw9	Kolokwium.	2
<b>Suma godzin</b>		<b>18</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykład – metoda tradycyjna lub z wykorzystaniem narzędzi multimedialnych.  
 N2 Ćwiczenia rachunkowe – metoda tradycyjna  
 N3 Konsultacje  
 N4 Praca własna studenta

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F-Cw	PEK_U1 - PEK_U3	kolokwia, kartkówki, odpowiedzi ustne
F-Wy	PEK_W1-PEK_W3	egzamin
P – określona przez wykładowcę		

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### LITERATURA PODSTAWOWA

- [1] F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
- [2] R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, Cz. 1 - 2 WNT, Warszawa, 2006.
- [3] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

- [1] W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. II, PWN, Warszawa 2006
- [2] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.
- [3] M. Zakrzewski, Markowe wykłady z matematyki. Analiza, geometria i świat fizyczny, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2017.

### **OPIEKUNOWIE PRZEDMIOTU**

Wydziałowa Komisja Programowa ds. Kursów Ogólnouczeniowych  
 dr Jolanta Sulkowska (Jolanta.Sulkowska@pwr.edu.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA MATEMATYCZNA 2.2 A MAT001670  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU *Energetyka/Mechanika i budowa maszyn***

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności	Cele przedmiotu	Treści programowe	Numer narzędzia dydaktycznego
PEK_W1	K1ENG_W02 (Energetyka) K1MBM_W02 (Mechanika i budowa maszyn)	C1	Wy1-Wy3, Cw1-Cw3	N1-N4
PEK_W2		C2	Wy4-Wy6, Cw4-Cw5	N1-N4
PEK_W3		C3	Wy7-Wy9, Cw7-Cw8	N1-N4
PEK_U1	K1ENG_U08 (Energetyka) K1MBM_U08 (Mechanika i budowa maszyn)	C1	Wy1-Wy3, Cw1-Cw3	N1-N4
PEK_U2		C2	Wy4-Wy6, Cw4-Cw5	N1-N4
PEK_U3		C3	Wy7-Wy9, Cw7-Cw8	N1-N4