

WYDZIAŁ MATEMATYKI
KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa w języku polskim: **Procesy Lévy'ego i ich zastosowania**

Nazwa w języku angielskim: **Lévy processes and their applications**

Kierunek studiów: **Matematyka i statystyka**

Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**

Rodzaj przedmiotu: **wybieralny**

Kod przedmiotu: **MAT001630**

Grupa kursów: **TAK**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120				
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	4				
Liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2				
Liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	2				

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Znajomość podstaw rachunku prawdopodobieństwa i teorii procesów stochastycznych.
2. Umiejętność posługiwania się aparatem analizy matematycznej.
3. Znajomość podstaw teorii miary i całki Lebesgue'a

CELE PRZEDMIOTU

C1. Poznanie definicji, własności oraz przykładów procesów Lévy'ego.

C2. Nabycie umiejętności rozwiązywania problemów dotyczących procesów Lévy'ego.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

I. Z zakresu wiedzy:

PEK_W01 – Poznanie definicji procesu Lévy'ego oraz podstawowych własności procesów Lévy'ego.

II. Z zakresu umiejętności:

PEK_U01 – Umiejętność stosowania poznanych twierdzeń w rozwiązywaniu problemów dotyczących procesów Lévy'ego.

III. Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK_K01 – Zdolność do wyszukiwania i korzystania z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnego zdobywania wiedzy.

TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – wykład		Liczba godzin
Wy1	Definicja procesu Lévy'ego. Informacja o związku z rozkładami nieskończone	2

	podzielnymi i wzorem Lévy'ego–Chinczyna. Informacja o konstrukcji przez przybliżanie błędzeniami losowymi oraz związku z twierdzeniem granicznym dla schematów trójkątnych. Przykłady: deterministyczny dryf, proces Wienera, proces Poissona. Informacja o wybranych zastosowaniach.	
Wy2	Złożony proces Poissona: konstrukcja, funkcja charakterystyczna, związek ze wzorem Lévy'ego–Chinczyna. Informacja o konstrukcji procesu Lévy'ego przez granice złożonych procesów Poissona.	2
Wy3	Losowe miary Poissona i ich własności. Konstrukcja procesu Lévy'ego przy pomocy losowych miar Poissona.	4
Wy4	Miara skoków procesu Lévy'ego. Szkic dowodu twierdzenia orzekającego, że miara skoków jest losową miarą Poissona.	2
Wy5	Rozkład Lévy'ego–Itô. Identyfikacja miary intensywności skoków i miary Lévy'ego we wzorze Lévy'ego–Chinczyna.	4
Wy6	Samopodobne procesy Lévy'ego i rozkłady ściśle stabilne. Stabilne procesy Lévy'ego.	2
Wy7	Prawdopodobieństwa przejścia i równanie Chapmana–Kołmogorowa. Informacja o konstrukcji procesu Lévy'ego przy pomocy twierdzenia Kołmogorowa o istnieniu procesu. Generator procesu Lévy'ego.	2
Wy8	Własność Markowa. Czasy zatrzymania i mocna własność Markowa (bez dowodu). Czasy wyjścia ze zbioru i czasy trafienia w zbiór. Wzór Dynkina i wzór Ikedy–Watanabe. Rozkład ściśle stabilnego procesu Lévy'ego w chwili wyjścia z odcinka oraz w chwili trafienia w odcinek. Twierdzenie Pruitta o oszacowaniu średniego czasu wyjścia z przedziału (bez dowodu).	4
Wy9	Powracanie (rekurencyjność) i przejściowość (tranzytywność) procesów Lévy'ego oraz kryterium Chunga–Fuchsa (bez dowodu). Prawdopodobieństwo trafienia w ustalony punkt oraz kryterium Bretagnolle'a–Kestena (bez dowodu). Zastosowanie do stabilnych procesów Lévy'ego.	2
Wy10	Wielowymiarowe procesy Lévy'ego: definicja, uogólnienia twierdzeń z poprzednich wykładów.	2
Wy11	Wybrane zastosowanie procesów Lévy'ego, np.: zagadnienie ruiny z wprowadzeniem do faktoryzacji Wienera–Hopfa; funkcjonały wykładnicze w matematyce finansowej; drzewa losowe związane z procesami Lévy'ego; procesy samopodobne i reprezentacja Lampertiego.	2
	Suma godzin	30

Forma zajęć – ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Podstawowe własności procesów Lévy'ego.	2
Ćw2	Przykłady i własności złożonych procesów Poissona.	4
Ćw3	Własności losowych miar Poissona oraz miar skoków procesów Lévy'ego. Rozkład Lévy'ego–Itô.	8
Ćw4	Kolokwium	2
Ćw5	Własności stabilnych procesów Lévy'ego.	2
Ćw6	Prawdopodobieństwa przejścia, operatory przejścia, generatory i operatory potencjału procesów Lévy'ego.	4
Ćw7	Mocna własność Markowa i jej konsekwencje.	4
Ćw7	Powracanie, przejściowość, trafianie w punkt.	2
Ćw8	Kolokwium	2
	Suma godzin	30

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_U01 PEK_K01	Odpowiedzi ustne, kartkówki
F2	PEK_W01 PEK_U01	Kolokwia
P = 0,2 F1 + 0,8 F2		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA

[1] R. Schilling, *An Introduction to Lévy and Feller Processes*. Advanced Courses in Mathematics — CRM Barcelona 2014, Birkhäuser Verlag, w druku; arXiv:1603.00251

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

[2] D. Applebaum, *Lévy Processes and Stochastic Calculus*. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

[3] J. Bertoin, *Lévy Processes*. Cambridge University Press, Melbourne-New York (1998).

[4] W. E. Pruitt. *The growth of random walks and Lévy processes*. Ann. Probab. 9(6):948–956 (1981).

[4] K. Sato, *Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions*. Cambridge Univ. Press, Cambridge (1999).

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Mateusz Kwaśnicki, mateusz.kwasnicki@pwr.edu.pl

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU
Procesy Lévy'ego
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA I STATYSTYKA

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
PEK_W01	K1MIS_W06 K1MIS_W12 K1MIS_W13 K1MIS_W20_MAT	C1, C2	Wy1-Wy11	1,3,4
PEK_U01	K1MIS_U18 K1MIS_U30_MAT	C1, C2	Ćw1-Ćw8	2,3,4
PEK_K01	K1MIS_K01 K1MIS_K03	C1, C2	Wy1-Wy11 Ćw1-Ćw8	3,4

** - z tabeli powyżej