

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>	
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>	
<b>Nazwa w języku polskim</b> PODSTAWY GEOMETRII RÓŻNICZKOWEJ	
<b>Nazwa w języku angielskim</b> INTRODUCTION TO DIFFERENTIAL GEOMETRY	
<b>Kierunek studiów (jeśli dotyczy):</b> Matematyka	
<b>Specjalność (jeśli dotyczy):</b>	
<b>Stopień studiów i forma:</b> I stopień*, stacjonarna	
<b>Rodzaj przedmiotu:</b> wybieralny	
<b>Kod przedmiotu</b> MAT001383	
<b>Grupa kursów</b> TAK	

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120				
Forma zaliczenia	zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	4				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	2				

#### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

Znajomość:

1. Analizy matematycznej: rachunek różniczkowy i całkowy funkcji jednej zmiennej, różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, pochodna cząstkowa i pochodna kierunkowa, macierz Jacobiego i jacobian, reguła łańcucha dla odwzorowań wektorowych, pola wektorowe, twierdzenie o funkcji uwikłanej.
2. Algebry: przestrzenie liniowe, baza i wymiar przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowe, operatory liniowe i ich niezmienniki, iloczyn skalarny i wektorowy oraz ich własności, wyznaczniki.
3. Topologii: pojęcie i własności metryki, topologia indukowana, podstawowe własności odwzorowań ciągłych i homeomorfizmów.
4. Równań różniczkowych zwyczajnych: twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równania różniczkowego, równania różniczkowe zwyczajne pierwszego i drugiego rzędu, równania różniczkowe liniowe.

## CELE PRZEDMIOTU

- C1 Wykorzystanie metod analitycznych i algebraicznych na rozmaitościach niskiego wymiaru: krzywych i powierzchniach.
- C2 Poznanie różnego typu krzywych i pojęć je opisujących.
- C3 Umiejętność parametryzacji krzywej, wyznaczenia reperu Freneta krzywej, obliczenia krzywizny i skręcenia krzywej.
- C4 Umiejętność wyznaczenia I i II formy podstawowej powierzchni i związanych z nimi pojęć.
- C5 Poznanie różnych typów powierzchni.
- C6 Umiejętność wyznaczenia prostych przykładów geodezyjnych na powierzchniach.

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

- PEK\_W01 zna definicję krzywej gładkiej, regularnej; zna definicję reperu Freneta, krzywizny i skręcenia krzywej oraz interpretacje geometryczne tych pojęć; formułuje twierdzenie podstawowe teorii krzywych
- PEK\_W02 przedstawia definicję powierzchni i potrafi podać przykłady powierzchni; zna pojęcie oraz sposób konstrukcji przestrzeni stycznej; zna pojęcie orientowalności powierzchni i jej interpretację geometryczną, potrafi podać przykłady powierzchni nieorientowalnych
- PEK\_W03 definiuje pierwszą formę podstawową powierzchni i koneksję Levi-Civity; potrafi wskazać najważniejsze własności koneksji; zna definicję symboli Christoffela, ich własności i wie czym jest przeniesienie równoległe wzdłuż krzywej; zna definicję krzywej geodezyjnej i potrafi podać jej interpretację geometryczną
- PEK\_W04 potrafi podać definicję drugiej formy podstawowej powierzchni; zna definicję i własności operatora Weingartena; zna definicję krzywizn głównych, krzywizny średniej i powierzchni minimalnej; potrafi podać przykłady powierzchni minimalnych
- PEK\_W05 zna definicję odwzorowania Gaussa i krzywizny Gaussa powierzchni, a także ich interpretację geometryczną; podaje definicję punktów hiperbolicznych, eliptycznych i parabolicznych; potrafi sformułować twierdzenie Theorema Egregium i podać wnioski z niego płynące; zna wzory Codazziego; przedstawia twierdzenie podstawowe teorii powierzchni

Z zakresu umiejętności student:

- PEK\_U01 potrafi zbadać krzywą zadaną w dowolnej parametryzacji; wyznaczyć reper Freneta, obliczyć krzywiznę i skręcenie krzywej; dowodzić twierdzeń związanych z krzywizną i skręceniem

PEK_U02	potrafi wyprowadzić wzory na parametryzację powierzchni, obliczyć przestrzeń styczną i normalną do powierzchni
PEK_U03	potrafi obliczyć współczynniki Christoffela; potrafi wyznaczyć równania geodezyjnych a także sprawdzić czy zadana krzywa jest geodezyjną
PEK_U04	potrafi wyznaczyć krzywizny główne, średnią i Gaussa; określić czy dana powierzchnia jest minimalna, ma stałą krzywiznę średnią, ma stałą krzywiznę Gaussa
Z zakresu kompetencji społecznych student:	
PEK_K01	szczegółowo analizuje problem i stosuje we właściwy sposób odpowiednie dla danego zadania lub problemu metody
PEK_K02	zdobywa świadomość obowiązku systematycznej pracy
PEK_K03	stara się precyzyjnie wyśławiać i jest zdolny przekazywać informacje danej grupie
PEK_K04	potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę
PEK_K05	potrafi poradzić sobie ze stresem i presją czasu

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Twierdzenia i definicje z analizy wektorowej i algebry liniowej – uporządkowanie faktów wykorzystywanych w geometrii różniczkowej.	1
Wy2	Krzywa w $R^3$ . Długość krzywej regularnej. Parametryzacja naturalna. Wektor styczny, normalny główny i binormalny - reper Freneta. Krzywizna i skręcenie - interpretacja geometryczna. Twierdzenie podstawowe teorii krzywych.	6
Wy3	Powierzchnia. Mapa i parametryzacja. Przestrzeń styczna. Pole wektorowe. Wektor normalny. Orientacja.	4
Wy4	Pierwsza forma podstawowa powierzchni. Koneksja Levi-Civity. Symbole Christoffela. Równoległe pole wektorowe. Przeniesienie równoległe wzdłuż krzywej. Geodezyjna i jej interpretacja geometryczna.	6
Wy5	Druga forma podstawowa powierzchni. Krzywizny główne. Krzywizna średnia. Powierzchnie minimalne. Powierzchnie o stałej krzywiznie średniej – sfera, pseudosfera.	6
Wy6	Krzywa na powierzchni. Krzywizny geodezyjna i normalna. Odwzorowanie i krzywizna Gaussa. Theorema Egregium. Wzory Codazziego. Twierdzenie podstawowe teorii powierzchni.	7

	Suma godzin	<b>30</b>
--	-------------	-----------

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Badanie krzywych: sprawdzanie regularności krzywej, znajdowanie parametryzacji naturalnej krzywej, obliczanie długości krzywej, wyznaczanie repery Freneta krzywej, obliczanie krzywizny i skręcenia.	6
Ćw2	Sprawdzanie czy dane odwzorowanie jest parametryzacją powierzchni, wskazywanie parametryzacji powierzchni. Wyznaczanie równania płaszczyzny stycznej do powierzchni.	6
Ćw3	Wyznaczanie pierwszej formy kwadratowej dla danych powierzchni. Obliczanie symboli Christoffela. Znajdowanie krzywych geodezyjnych na powierzchniach.	6
Ćw4	Wyznaczanie drugiej formy kwadratowej dla danych powierzchni. Obliczenie krzywizny średniej.	6
Ćw5	Obliczanie krzywizny Gaussa. Znajdowanie punktów eliptycznych, hiperbolicznych i parabolicznych na powierzchniach.	6
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wykład w formie tradycyjnej.</li> <li>2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe w formie tradycyjnej.</li> <li>3. Konsultacje.</li> <li>4. Ćwiczenia zadawane „do domu”.</li> <li>5. Kolokwium zaliczeniowe sprawdzające nabytą wiedzę oraz umiejętności.</li> </ol>

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01 - PEK_U04, PEK_W01 - PEK_W05, PEK_K01 - PEK_K05	odpowiedzi ustne, kartkówki, zadania domowe, kolokwia
P=F1		

<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>
<p><b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b></p> <p>[1] J. Gancarzewicz, B. Opozda, Wstęp do geometrii różniczkowej, Wydawnictwo UJ, Kraków 2003.</p> <p>[2] J. Oprea, Geometria różniczkowa i jej zastosowania, PWN, Warszawa 2002.</p> <p>[3] A. Goetz, Geometria różniczkowa, PWN, Warszawa 1965.</p> <p>[4] B. Gdowski, Elementy geometrii różniczkowej z zadaniami, OWPW, 2005.</p>

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] S. Montiel, A. Ros, Curves and surfaces, Graduate studies in mathematics, Vol. 69, AMS RSME, 2005.
- [2] M. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1986.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Dr hab. Marian Hotłoś (Marian.Hotlos@pwr.wroc.pl)**

**Dr Karina Olszak (Karina.Olszak@pwr.wroc.pl)**

**Prof. dr hab. Zbigniew Olszak (Zbigniew.Olszak@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
 PODSTAWY GEOMETRII RÓŻNICZKOWEJ  
 Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01 (wiedza)</b>	K1MAT_W03, K1MAT_W12	C1, C2, C3	Wy1, Wy2	1, 3, 5
<b>PEK_W02</b>	K1MAT_W03, K1MAT_W12	C1, C4, C5	Wy1, Wy3, Wy5	1, 3, 5
<b>PEK_W03</b>	K1MAT_W03, K1MAT_W12	C1, C4, C6	Wy1, Wy4	1, 3, 5
<b>PEK_W04</b>	K1MAT_W03, K1MAT_W12	C1, C4, C5	Wy1, Wy5	1, 3, 5
<b>PEK_W05</b>	K1MAT_W03, K1MAT_W12	C1, C4, C5	Wy1, Wy6	1, 3, 5
<b>PEK_U01 (umiejętności)</b>	K1MAT_U05, K1MAT_U08, K1MAT_U11	C1, C2, C3	Ćw1	2, 3, 4, 5
<b>PEK_U02</b>	K1MAT_U05, K1MAT_U08, K1MAT_U11	C1, C4, C5	Ćw2	2, 3, 4, 5
<b>PEK_U03</b>	K1MAT_U05, K1MAT_U08, K1MAT_U11	C1, C4, C5, C6	Ćw3	2, 3, 4, 5
<b>PEK_U04</b>	K1MAT_U05, K1MAT_U08, K1MAT_U11	C1, C4, C5	Ćw4, Ćw5	2, 3, 4, 5
<b>PEK_K01 (kompetencje)</b>	K1MAT_K03	C1 - C6	Wy1- Wy6 Ćw1 - Ćw5	1, 2, 3, 4, 5
<b>PEK_K02</b>	K1MAT_K01	C1 - C6	Wy1- Wy6 Ćw1 - Ćw5	1, 2, 3, 4, 5
<b>PEK_K03</b>	K1MAT_K02	C1 - C6	Ćw1 - Ćw5	2,3
<b>PEK_K04</b>	K1MAT_K01, K1MAT_K04	C1 - C6	Wy1- Wy6 Ćw1 - Ćw5	1, 2, 3, 4, 5
<b>PEK_K05</b>	K1MAT_K06	C1 - C6	Ćw1 - Ćw5	5

\*\* - z tabeli powyżej