

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>	
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>	
Nazwa w języku polskim <b>ANALIZA FUNKCJONALNA</b>	
Nazwa w języku angielskim <b>FUNCTIONAL ANALYSIS</b>	
Kierunek studiów (jeśli dotyczy): <b>Matematyka</b>	
Specjalność (jeśli dotyczy):	
Stopień studiów i forma:	<b>I stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b>
Rodzaj przedmiotu:	<b>obowiązkowy / <del>wybieralny / ogólnouczelniany*</del></b>
Kod przedmiotu	<b>MAP1119</b>
Grupa kursów	<b>TAK / <del>NIE*</del></b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	180				
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	6				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	3				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3	3			

#### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

Znajomość podstawowych pojęć i twierdzeń z analizy matematycznej dotyczących rachunku różniczkowego i całkowitego funkcji jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej, topologii metrycznej oraz elementarnej teorii miary.

#### CELE PRZEDMIOTU

- C1 Poznanie aksjomatyki przestrzeni unormowanych, Banacha i Hilberta
- C2 Zrozumienie pojęcia ortogonalności
- C3 Poznanie pojęcia bazy i idei rozwijania funkcji w szereg Fouriera
- C4 Poznanie pojęć funkcjonału, operatora oraz przestrzeni sprzężonej
- C5 Klasyfikacja kluczowych przestrzeni Banacha

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, po ukończeniu kursu student powinien:

- PEK\_W01 znać aksjomatykę przestrzeni liniowo topologicznych, unormowanych i Banacha, znać podstawowe przykłady ciągłych i funkcyjnych przestrzeni Banacha
- PEK\_W02 znać aksjomatykę przestrzeni unitarnych oraz Hilberta, rozumieć pojęcia iloczynu skalarnego i ortogonalności
- PEK\_W03 rozumieć ideę rozwinięcia elementu przestrzeni Hilberta w szereg Fouriera
- PEK\_W04 rozpoznawać kluczowe typy przestrzeni Banacha i znać ich podstawowe własności
- PEK\_W05 wiedzieć, jaką postać mają funkcjonały na poznanych przestrzeniach Banacha oraz znać przestrzenie do nich sprzężone
- PEK\_W06 znać pojęcie operatora liniowego, rozumieć ważność ograniczoności operatora

Z zakresu umiejętności student winien:

- PEK\_U01 umieć weryfikować kluczowe własności przykładowych przestrzeni liniowo-metrycznych
- PEK\_U02 znajdować bazy w przestrzeniach Banacha i Hilberta, znajdować dopełnienia ortogonalne podprzestrzeni
- PEK\_U03 potrafić rozwijać elementy funkcyjnych przestrzeni Hilberta w szeregi Fouriera, znajdować rzut ortogonalny na zadaną podprzestrzeń
- PEK\_U04 swobodnie posługiwać się pojęciami funkcjonału i operatora liniowego, obliczać normy funkcjonałów i operatorów
- PEK\_U05 identyfikować przestrzenie sprzężone, manipulować operatorami sprzężonymi, rozwiązywać zadania z zastosowaniem funkcjonałów i operatorów na poznanych przestrzeniach Banacha i Hilberta

Z zakresu kompetencji społecznych student:

- PEK\_K01 potrafi korzystać z dostępnej literatury naukowej
- PEK\_K02 rozumie potrzebę systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału
- PEK\_K03 hartuje się w dążeniu do osiągnięcia celu (np. rozwiązania zadania) i nie zraża się początkowymi trudnościami
- PEK\_K04 potrafi prezentować swoje rozumowania i dyskutować na temat wystąpień kolegów

<b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>		
<b>Forma zajęć - wykłady</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	uzupełnienie wiedzy z topologii: ośrodkowość, zupełność, przestrzenie liniowo-metryczne	2
Wy2	przestrzenie unormowane, własności normy, izomorfizm, równoważność norm	2
Wy3	przestrzenie Banacha i ich własności, przestrzenie ciągłe i funkcyjne, nierówność Minkowskiego i nierówność Höldera, przestrzenie $\ell^p$ i $L^p$ , baza topologiczna	4
Wy4	przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta: iloczyn skalarny, nierówność Schwarz'a, twierdzenie Pitagorasa, przykłady przestrzeni unitarnych i Hilberta, tw Jordana-von Neumanna.	2
Wy5	ortogonalność, ortogonalizacja Gramma-Schmidta, twierdzenia o najlepszej aproksymacji i rozkładzie ortogonalnym, rzut ortogonalny,	2

Wy6	nierówność Bessela, tożsamość Parsevala, przykłady układów ortogonalnych, baza ortonormalna w ośrodkowej przestrzeni Hilberta, szereg Fouriera	4
Wy7	operatory i funkcjonały liniowe: związek ciągłości z ograniczonością, przykłady operatorów i funkcjonałów ograniczonych i nieograniczonych	2
Wy8	przestrzeń sprzężona, twierdzenie Riesz'a o postaci funkcjonału na przestrzeni Hilberta, twierdzenie Landaua	4
Wy9	uzupełnienie z teorii miary: miary znakowane, rozkład Hahna-Jordana	3
Wy10	twierdzenie Riesz'a o postaci funkcjonału na $C(X)$	3
Wy11	operator sprzężony, operatory samosprężone, unitarne, dodatnie i normalne, projekcje	2
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	elementy topologii: przykłady metryk, przykłady przestrzeni zupełnych, zbiory otwarte, domknięte, ciągłość i jednostajna ciągłość funkcji, ośrodkowość, zbiory zwarte w przestrzeniach metrycznych,	2
Ćw2	przykłady przestrzeni liniowo-metrycznych, nierówność Schwarz'a w przestrzeni Euklidesowej: przestrzenie ciągowe $c$ , $c_0$ , $l^1$ , $l^2$ , $l^\infty$ , funkcyjne $L^1$ , $L^2$ , $L^\infty$ , $C(X)$ , itp.	4
Ćw3	przykłady baz w przestrzeniach Banacha, reprezentacja elementu w bazie,	2
Ćw4	różne przykłady iloczynów skalarnych, zasada równoległoboku, przeprowadzanie ortogonalizacji,	2
Ćw5	różne bazy w przestrzeni $L^2(\mathbb{R})$ , rozwijanie funkcji w szereg Fouriera,	2
Ćw6	zadania związane z pojęciem ortogonalności, rzutu ortogonalnego, podprzestrzeni ortogonalnej do danej, itp. wielomiany Legendre'a, funkcje Rademachera	4
Ćw7	przykłady operatorów i funkcjonałów, norma operatorowa, operatory całkowite i różniczkowe,	4
Ćw8	operatory i funkcjonały na przestrzeni Hilberta, znajdowanie operatora sprzężonego do danego na przestrzeni Hilberta,	2
Ćw9	Znalezienie przestrzeni sprzężonej do danej, zastosowanie twierdzeń Riesz'a i Landaua, przestrzenie refleksywne – przykłady: przestrzenie $L^p$ , znajdowanie postaci operatorów sprzężonych, norma operatora sprzężonego	4
Ćw10	lista powtórkowa	4
suma godzin		30

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE
1. wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. ćwiczenia problemowe – metoda tradycyjna.
3 konsultacje
4 praca własna studenta

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PE_U01—PE_U05 PE_W01—PE_W05 PE_K01—PE_K04	odpowiedzi ustne, kartkówki,
F2	PE_U01—PE_U04 PE_W01—PE_W05 PE_K01—PE_K03	kolokwia
F3	PE_U01—PE_U05 PE_W01—PE_W05 PE_K01—PE_K03	Egzamin
$P = 0,3 \cdot F1 + 0,3 \cdot F2 + 0,4 \cdot F3$		

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] Jacek Chmieliński, Analiza funkcjonalna (notatki do wykładu), Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków 1999.
- [2] Janusz Górniak i Tadeusz Pytlik, Analiza funkcjonalna w zadaniach, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1992.
- [3] Jan Rusinek, Zadania z analizy funkcjonalnej z rozwiązaniami, Wydawnictwo Uniwersytetu kard. S. Wyszyńskiego, Warszawa 2004.
- [4] Stanisław Prus i Adam Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] Walter Rudin, Analiza funkcjonalna, PWN, Warszawa 2001.
- [2] M. Reed and B. Simon, Methods of modern mathematical physics, vols. 1,2, Academic Press, New York, 1972

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**prof. Krzysztof Stempak (Krzysztof.Stempak@pwr.wroc.pl)**

**prof. T. Downarowicz (Tomasz.Downarowicz@pwr.wroc.pl)**

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA FUNKCJONALNA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA  
I SPECJALNOŚCI .....**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
PEK_W01	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W03, K1MAT_W04	C1, C5	Wy1, Wy2, Wy3	1,3,4
PEK_W02	K1MAT_W01, K1MAT_W04, K1MAT_W03	C1, C2	Wy4, Wy5	1,3,4
PEK_W03	K1MAT_W01, K1MAT_W03, K1MAT_W09	C3	Wy6	1,3,4
PEK_W04	K1MAT_W04, K1MAT_W19	C5	Wy3	1,3,4
PEK_W05	K1MAT_W04, K1MAT_W08	C4	Wy7, Wy8, Wy9, Wy10	1,3,4
PEK_W06	K1MAT_W04, K1MAT_W09	C4	Wy7, Wy11	1,3,4
PEK_U01	K1MAT_U01, K1MAT_U08, K1MAT_U09	C1, C5	Ćw1, Ćw2	2,3,4
PEK_U02	K1MAT_U05, K1MAT_U22	C2, C3	Ćw3, Ćw6	2,3,4
PEK_U03	K1MAT_U10, K1MAT_U26, K1MAT_U27	C2, C3	Ćw5, Ćw6	2,3,4
PEK_U04	K1MAT_U12, K1MAT_U26	C4	Ćw7, Ćw8	2,3,4
PEK_U05	K1MAT_U28, K1MAT_U29	C4, C5	Ćw8, Ćw9, Ćw10	2,3,4
PEK_K01	K1MAT_K01, K1MAT_K02, K1MAT_K06	C1—C5	Wy1—Wy11	1,2,3,4
PEK_K02	K1MAT_K01, K1MAT_K02, K1MAT_K03,	C1—C5	Wy1—Wy11 Ćw1—Ćw10	1,2,3,4
PEK_K03	K1MAT_K01, K1MAT_K02, K1MAT_K03	C1—C5	Ćw1—Ćw10	1,2,3,4
PEK_K04	K1MAT_K03, K1MAT_K04, K1MAT_K05, K1MAT_K06	C1—C5	Ćw1—Ćw10	1,2,3,4

\*\* - z tabeli powyżej