

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>	
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>	
Nazwa w języku polskim <b>WSTĘP DO UKŁADÓW DYNAMICZNYCH</b>	
Nazwa w języku angielskim <b>AN INTRODUCTION TO DYNAMICAL SYSTEMS M1</b>	
Kierunek studiów (jeśli dotyczy): <b>Matematyka</b>	
Stopień studiów i forma:	<b>I stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b>
Rodzaj przedmiotu:	<b>obowiązkowy / <del>wybieralny / ogólnouczelniany*</del></b>
Kod przedmiotu	<b>MAP1220</b>
Grupa kursów	<b>TAK / NIE*</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120				
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	4				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	2				

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Podstawy algebry, topologii, teorii miary i analizy funkcjonalnej.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie najważniejszych typów układów dynamicznych
- C2 Zdobyć wiedzę na temat różnych własności pozwalających na rozróżnienie układów dynamicznych, w sensie izomorfizmu bądź sprzężenia
- C3 Zapoznanie z różnymi aspektami zjawiska powracania i z konsekwencjami twierdzeń ergodycznych
- C4 Zdobyć podstawowej wiedzy o topologicznych układach dynamicznych i ich własnościach
- C5 Poznanie pojęcia entropii teorii-miarowej i entropii topologicznej; związków pomiędzy tymi pojęciami i ich interpretacjami.

\*niepotrzebne skreślić

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, student:

PEK\_W01 zna fundamentalne modele układów dynamicznych (obroty, przesunięcia, topologiczne łańcuchy Markowa)

PEK\_W02 rozumie rolę układów dynamicznych w badaniu ewolucji zjawisk opisywanych przez modele matematyczne; rozumie pojęcie izomorfizmu i sprzężenia topologicznego

PEK\_W03 zna twierdzenie Poincarego o powracaniu oraz podstawowe twierdzenia ergodyczne (von Neumanna i Birkhoffa)

PEK\_W04 dobrze rozumie znaczenie pojęć takich jak ergodyczność, mieszanie, słabe mieszanie, tranzytywność, minimalność, mieszanie topologiczne, distalność

PEK\_W05 zna definicje entropii oraz entropii topologicznej; rozumie znaczenie tych wielkości.

Z zakresu umiejętności, student:

PEK\_U01 zna podstawowe własności układów dynamicznych, potrafi je stosować do zagadnień identyfikacji (bądź rozróżniania) układów, potrafi stosować pojęcie faktora miarowego i topologicznego

PEK\_U02 potrafi sprawdzić własności spektralne, ergodyczności bądź mieszania w odpowiednich klasach układów dynamicznych

PEK\_U03 potrafi stosować twierdzenia ergodyczne

PEK\_U04 potrafi badać podstawowe własności topologicznych układów dynamicznych, takie jak minimalność czy mieszanie topologiczne

PEK\_U05 zna pojęcie entropii, potrafi wyznaczyć entropię teorii-miarową bądź topologiczną układu (dla odpowiednich klas układów)

PEK\_U06 potrafi interpretować entropię w zagadnieniach kodowania układów, w zagadnieniach powracania i w elementarnej teorii informacji

Z zakresu kompetencji społecznych, student:

PEK\_K01 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury naukowej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę

PEK\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania

PEK\_K03 rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej, postępuje uczciwie

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć – wykłady		Liczba godzin
Wy1	Naturalne przykłady układów dynamicznych: teorii-miarowe (teoria ergodyczna), topologiczne (dynamika topologiczna) oraz inspirowane teorią równań różniczkowych (gładkie układy dynamiczne).	2
Wy2	Zjawisko powracania, przekształcenie indukowane. Twierdzenie Poincarego, lemat Kaca.	2
Wy3	Pojęcia ergodyczności, słabego mieszania i mocnego mieszania. Różne charakterystyki tych pojęć. Twierdzenia ergodyczne: von Neumanna oraz Birkhoffa.	4
Wy4	Pojęcie faktora miarowego oraz topologicznego, izomorfizmu oraz sprzężenia topologicznego.	2
Wy5	Elementy dynamiki topologicznej: tranzytywność, minimalność, mieszanie, równościowość, distalność. Zbiór miar niezmienniczych	4

	topologicznego układu dynamicznego, twierdzenie Bogoliubowa.	
Wy6	Elementy teorii spektralnej układów dynamicznych.	<b>4</b>
Wy7	Definicja entropii teorio-miarowej. Twierdzenie Kołmogorowa-Sinaja. Twierdzenie Kriegera o skończonym generatorze oraz Ornsteina o izomorfizmie układów Bernoulliego.	<b>4</b>
Wy8	Definicja entropii topologicznej, przykłady obliczania entropii. Własności funkcji entropii na sympleksie miar niezmienniczych. Zasada Wariacyjna.	<b>4</b>
Wy9	Różne interpretacje entropii: twierdzenie Shannona-McMillana-Breimana, twierdzenie Ornsteina-Weissa, entropia a kody prefiksowe, kompresja danych, rozszerzenia symboliczne.	<b>4</b>
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>Forma zajęć – ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Elementarne układy dynamiczne pochodzenia teorio-miarowego i topologicznego.	<b>2</b>
Ćw2	Przykłady ilustrujące zjawisko powracania i lemat Kaca.	2
Ćw3	Przykłady ilustrujące ergodyczność, słabe mieszanie i mocne mieszanie. Zastosowania twierdzeń ergodycznych.	4
Ćw4	Konstrukcje czynników miarowych i topologicznych. Izomorfizm a własności ergodyczne.	4
Ćw5	Przykłady układów tranzytywnych, minimalnych. Badanie równości i distalności układów. Zastosowania twierdzenia Bogoliubowa.	2
Ćw6	Elementy teorii spektralnej: przegląd różnych typów spektrum.	4
Ćw7	Wyznaczanie entropii teorio-miarowej. Zastosowania twierdzenia Kriegera oraz twierdzenia Ornsteina o izomorfizmie układów Bernoulliego.	4
Ćw8	Przykłady wyznaczania entropii topologicznej. Układy ekspansywne. Zastosowania zasady Wariacyjnej.	4
Ćw9	Zastosowania teorii entropii: twierdzenie o ekwipartycji, twierdzenie o czasach powrotu, entropia w teorii informacji; kompresja danych.	4
	Suma godzin	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>
1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna 2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna 3. Konsultacje 4. Praca własna studenta -przygotowanie do ćwiczeń

### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na</b>	<b>Numer efektu kształcenia</b>	<b>Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia</b>

koniec semestru)		
F1	PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_U04 PEK_U05 PEK_U06 PEK_K02 PEK_K03	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_W04 PEK_W05 PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_U04 PEK_U05 PEK_U06 PEK_K01 PEK_K02 PEK-K03	Zaliczenie na ocenę
P=0,5*F1+0,5*F2		

### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Springer-Verlag, 1982.
- [2] K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge University Press, 1983.
- [3] T. Downarowicz, Entropy in Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2011.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press, 1995.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**dr hab. inż. Jacek Serafin ( serafin@pwr.wroc.pl)**

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ALGEBRA M1  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
PEK_W01 (wiedza)	K1MAT_W01, K1MAT_W02 K1MAT_W03, K1MAT_W04, K1MAT_W05, K1MAT_W12	C1	Wy1	1,3
PEK_W02	K1MAT_W01, K1MAT_W02 K1MAT_W03, K1MAT_W04, K1MAT_W05, K1MAT_W12	C2	Wy2, Wy4	1,3
PEK_W03	K1MAT_W01, K1MAT_W02 K1MAT_W03, K1MAT_W04, K1MAT_W05, K1MAT_W12	C3	Wy3	1,3
PEK_W04	K1MAT_W01, K1MAT_W02 K1MAT_W03, K1MAT_W04, K1MAT_W05, K1MAT_W12	C2, C4	Wy3, Wy4, Wy5, Wy6	1,3
PEK_W05	K1MAT_W01, K1MAT_W02 K1MAT_W03, K1MAT_W04, K1MAT_W05, K1MAT_W12	C2, C4, C5	Wy7, Wy8, Wy9	1,3
PEK_U01 (umiejętności)	K1MAT_U01, K1MAT_U22	C1, C2, C4	Ćw1-Ćw4, Ćw6	2,3,4
PEK_U02	K1MAT_U01, K1MAT_U22	C2	Ćw3, Ćw4, Ćw6	2,3,4
PEK_U03	K1MAT_U01, K1MAT_U22	C3	Ćw2, Ćw3	2,3,4
PEK_U04	K1MAT_U01, K1MAT_U22	C4	Ćw4, Ćw5	2,3,4
PEK_U05	K1MAT_U01, K1MAT_U22	C5	Ćw7, Ćw8	2,3,4
PEK_U06	K1MAT_U01, K1MAT_U22	C2, C5	Ćw4, Ćw9	2,3,4
PEK_K01 (kompetencje)	K1MAT_K01, K1MAT_K05	C1, C2, C3, C4, C5	Wy1-Wy9 Ćw1-Ćw9	1,2,3,4
PEK_K02	K1MAT-K04	C1, C2, C3, C4, C5	Wy1-Wy9 Ćw1-Ćw9	1,2,3,4
PEK_K03	K1MAT_K04, K1MAT_K06	C1, C2, C3, C4, C5	Wy1-Wy9 Ćw1-Ćw9	1,2,3,4

\*\* - z tabeli powyżej