

**WYDZIAŁ MATEMATYKI
KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa w języku polskim: GEOMETRIA I TOPOLOGIA RÓŻNICZKOWA
Nazwa w języku angielskim: DIFFERENTIAL GEOMETRY AND TOPOLOGY
Kierunek studiów (jeśli dotyczy): MATEMATYKA
Specjalność (jeśli dotyczy): Matematyka Teoretyczna
Stopień studiów i forma: 2 stopień, stacjonarna
Rodzaj przedmiotu: WYBIERALNY
Kod przedmiotu: MAT001530
Grupa kursów: TAK

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	150				
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy	X				
Liczba punktów ECTS	5				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	3				
W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3				

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Analiza matematyczna: rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych, pochodna cząstkowa i pochodna kierunkowa, macierz Jacobiego i jacobian, reguła łańcucha dla odwzorowań wektorowych, pola wektorowe, twierdzenie o funkcji uwikłanej.
2. Algebra liniowa: przestrzenie liniowe, przekształcenia liniowe, operatory liniowe i ich niezmienniki, iloczyn skalarny i wektorowy oraz ich własności, tensory i produkt tensorowy, wyznaczniki.
3. Topologia: przestrzeń topologiczna, przestrzeń Hausdorffa, podstawowe własności odwzorowań ciągłych i homeomorfizmów.
4. Równania różniczkowe zwyczajne: twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równania różniczkowego, równania różniczkowe zwyczajne pierwszego i drugiego rzędu, równania różniczkowe liniowe, układy równań różniczkowych zwyczajnych.

CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie pojęcia i przykładów rozmaiłości różniczkowych. Pojęcia związane z rozmaiłościami różniczkowymi: wektor styczny, pole wektorow, pole tensorowe.

C2 Opanowanie teorii koneksji liniowej. Poznanie własności operacji wykonywanych przy pomocy koneksji liniowej: pochodna kowariantna pola wektorowego i pola tensorowego, pochodna wzdłuż krzywej, przeniesienie równoległe wzdłuż krzywej. Geodezyjna i jej własności. Torsja i krzywizna koneksji.

C3 Poznanie podstaw teorii rozmaiłości riemannowskich i pseudoriemannowskich. Najważniejsze typy rozmaiłości riemannowskich: płaskie, o stałej krzywiznie, Einsteina.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PE_W01 zna pojęcie i przykłady rozmaiłości różniczkowych; zna definicję wektora stycznego, pola wektorowego, pola tensorowego

PE_W02 opanował podstawy teorii koneksji liniowej; zna definicje i interpretacje torsji i krzywizny koneksji; potrafi definiować pochodną kowariantną i przeniesienie równoległe wzdłuż krzywej

PE_W03 poznał podstawy teorii rozmaiłości riemannowskich i pseudoriemannowskich; potrafi wymienić podstawowe typy rozmaiłości Riemanna, podać ich własności i przykłady

Z zakresu umiejętności student:

PE_U01 potrafi wykonywać podstawowe operacje na wektorach, polach wektorowych i polach tensorowych na rozmaiłościach różniczkowych

PE_U02 rozwiązuje zadania związane z wyznaczaniem własności koneksji liniowej; umie wyznaczać geodezyjne; umie opisywać operację przeniesienia równoległego

PE_U03 potrafi wykonywać podstawowe operacje analityczne i algebraiczne na obiektach geometrycznych (krzywizna Riemanna, krzywizna Ricciego, itp.) związanych z rozmaiłościami riemannowskimi i pseudoriemannowskimi; potrafi badać zależności pomiędzy różnymi typami rozmaiłości

Z zakresu kompetencji społecznych:

PE_K01 szczegółowo analizuje problem i stosuje we właściwy sposób odpowiednie dla danego zadania lub problemu metody

PE_K02 pogłębia świadomość obowiązku systematycznej pracy

PE_K03 rozwija umiejętność precyzyjnego wysławiania i zdolność przekazywania informacji grupie

PE_K04 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przypomnienia i uzupełnienia. Podstawowe pojęcia topologii ogólnej: przestrzeń topologiczna, przestrzeń Hausdorffa, morfizmy przestrzeni topologicznych, homomorfizmy. Twierdzenie o funkcji odwrotnej wielu zmiennych (tw. o jacobianie). Pojęcie tensora i operacji na tensorach.	2
Wy2	Rozmaitość różniczkowa, mapa, atlas, atlas maksymalny. Podstawowe przykłady rozmaitości różniczkowych, w tym sfera. Produkt kartezjański rozmaitości różniczkowych. Odwzorowania różniczkowalne, dyfeomorfizmy.	2
Wy3	Przestrzeń styczna do rozmaitości: wektor styczny do rozmaitości, procedura zadawania struktury przestrzeni liniowej w przestrzeni stycznej. Przestrzeń styczna do produktu rozmaitości. Różniczka odwzorowania rozmaitości. Wektor styczny jako operator różniczkowy działający na funkcjach.	4
Wy4	Pola wektorowe na rozmaitości. Pola wektorowe jako operator różniczkowy działający na funkcjach gładkich. Baza lokalna pól wektorowych. Przenoszenie pól wektorowych przy pomocy odwzorowania. Potok generowany przez pola wektorowe.	4
Wy5	Pola tensorowe na rozmaitości. Orientacja rozmaitości. Istnienie elementu objętości na rozmaitości a orientacja.	2
Wy6	Koneksja liniowa (afiniczna). Torsja koneksji i jej własności. Krzywizna koneksji i jej własności. Torsja i krzywizna w lokalnych współrzędnych. Przykłady koneksji.	4
Wy7	Pochodna kowariantna wzdłuż krzywej. Przeniesienie równoległe wzdłuż krzywej. Geodezyjne i ich własności. Przykłady geodezyjnych.	3
Wy8	Pochodna kowariantna pola tensorowego. Pierwsza i druga tożsamość Bianchiego.	2
Wy9	Metryki riemannowskie i pseudoriemannowskie na rozmaitości. Parazwartość a istnienie metryki riemannowskiej (informacja). Koneksja Levi-Civity (Riemanna). Symbole Christoffela. Przeniesienie równoległe jest izometrią.	3
Wy10	Własności algebraiczne tensorów typu krzywiznowego. Sekcja i krzywizna sekcyjna. Przestrzenie o stałej krzywiznie. Twierdzenie Schura. Przykłady: płaska metryka w R^n , sfera, półprzestrzeń Poincare'ego.	2
Wy11	Krzywizna Ricciego i krzywizna skalarna. Rozmaitości Einsteina. Podrozmaitości Riemanna. Metryka produktowa.	2
	Suma godzin	30

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw	Rozwiązywanie problemów związanych z tematyką wykładu.	30
	Suma godzin	30

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład w formie tradycyjnej.
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe w formie tradycyjnej.
3. Konsultacje.
4. Demonstracje programów komputerowych obliczających wybrane obiekty geometryczne związane z koneksjami liniowymi i metrykami riemannowskimi.
5. Kolokwia pisemne sprawdzające nabytą wiedzę oraz umiejętności.

OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F	PEK_U01 - PEK_U03, PEK_W01 - PEK_W03, PEK_K01 - PEK_K04	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
P=F		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] J. Gancarzewicz i B. Opozda, Wstęp do geometrii różniczkowej, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków, 2003.
- [2] J. M. Lee, Riemannian Manifolds (An Introduction to Curvature), Springer-Verlag, New York, 1997.
- [3] W. Kühnel, Differential Geometry, Curves-Surfaces-Manifolds, Student Mathematical Library Vol. 16, American Mathematical Society, 2006.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] L. Auslander i R.E. MacKenzie, Rozmaitości różniczkowalne, PWN, Warszawa, 1966.
- [2] R. Duda, Wprowadzenie do topologii, PWN, Warszawa, 1986.
- [3] J. Gancarzewicz, Geometria różniczkowa, PWN, Warszawa, 1987.
- [4] P. Petersen, Riemannian Geometry, Springer-Verlag, New York, 1998.
- [5] F.W. Warner, Foundations of Differential Geometry and Lie Groups, Springer-Verlag, New York, 1983.

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Prof. dr hab. Zbigniew Olszak (zbigniew.olszak@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU
GEOMETRIA I TOPOLOGIA RÓŻNICZKOWA
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA
I SPECJALNOŚCI MATEMATYKA TEORETYCZNA**

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
PEK_W01 (wiedza)	K2MAT_W01, K2MAT_W04, K2MAT_W10, K2MAT_W14S2MTE	C1	Wy1 - Wy5	1, 3, 5
PEK_W02	K2MAT_W01, K2MAT_W04, K2MAT_W10, K2MAT_W14S2MTE	C2	Wy6 - Wy8	1, 3, 5
PEK_W03	K2MAT_W01, K2MAT_W04, K2MAT_W10, K2MAT_W14S2MTE	C3	Wy9 - Wy11	1, 3, 5
PEK_U01 (umiejętności)	K2MAT_U01, K2MAT_U03, K2MAT_U12S2MTE	C1	Ćw	2, 3, 4, 5
PEK_U02	K2MAT_U01, K2MAT_U03, K2MAT_U12S2MTE	C2	Ćw	2, 3, 4, 5
PEK_U03	K2MAT_U01, K2MAT_U03, K2MAT_U12S2MTE	C3	Ćw	2, 3, 4, 5
PEK_K01 (kompetencje)	K2MAT_K07	C1 - C3	Wy1 – Wy11 Ćw	1, 2, 3, 4, 5
PEK_K02	K2MAT_K01, K2MAT_K05	C1 - C3	Wy1 – Wy11 Ćw	1, 2, 3, 4, 5
PEK_K03	K2MAT_K02	C1 - C3	Wy1 – Wy11 Ćw	1, 2, 3, 4, 5
PEK_K04		C1 - C3	Wy1 – Wy11 Ćw	1, 2, 3, 4, 5

** - z tabeli powyżej