

| | |
|---|--|
| WYDZIAŁ MATEMATYKI | |
| KARTA PRZEDMIOTU | |
| Nazwa w języku polskim WSTĘP DO PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH | |
| Nazwa w języku angielskim INTRODUCTION TO STOCHASTIC PROCESSES | |
| Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka | |
| Specjalność (jeśli dotyczy): | |
| Stopień studiów i forma: | I stopień*, stacjonarna / niestacjonarna* |
| Rodzaj przedmiotu: | obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany* |
| Kod przedmiotu | MAP1216 |
| Grupa kursów | TAK / NIE* |

| | Wykład | Ćwiczenia | Laboratorium | Projekt | Seminarium |
|---|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU) | 30 | 30 | | | |
| Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS) | 120 | | | | |
| Forma zaliczenia | Egzamin | | | | |
| Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X) | X | | | | |
| Liczba punktów ECTS | 4 | | | | |
| w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P) | 2 | | | | |
| w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK) | 2 | | | | |

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Rachunek Prawdopodobieństwa
2. Analiza Matematyczna
3. Algebra Liniowa

CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie podstawowych modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych i wypracowanie umiejętności rachunkowych i pojęciowych dla analizy tych modeli

*niepotrzebne skreślić

PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK_W01 Poznanie podstawowych modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych

Z zakresu umiejętności:

PEK_U01 Wypracowanie umiejętności rachunkowych i pojęciowych dla analizy modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK_K01 Zdolność do wyszukiwania i korzystania z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnego zdobywania wiedzy

TREŚCI PROGRAMOWE

| Forma zajęć - wykłady | | Liczba godzin |
|-----------------------|---|---------------|
| Wy1 | Proces Poissona: postulaty i konstrukcja. Czysty proces urodzin. Własność Markowa procesu Poissona. | 2 |
| Wy2 | Twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu. Postulaty, kowariancja i konstrukcja procesu Wienera. | 2 |
| Wy3 | Własności trajektorii procesu Wienera. | 2 |
| Wy4 | Prawa iterowanego logarytmu (opcjonalnie). | 2 |
| Wy5 | Konstrukcja procesu Markowa z prawdopodobieństwa przejścia. | 2 |
| Wy6 | Własność Markowa. Jednorodne procesy Markowa. Łącuchy Markowa z czasem dyskretnym. | 2 |
| Wy7 | Macierz przejścia. Rozkład stacjonarny. | 2 |
| Wy8 | Klasyfikacja stanów. Zbieżność łańcuchów Markowa. | 2 |
| Wy9 | Łącuchy z czasem ciągłym. Jednostajna całkowalność. Filtracje i momenty zatrzymania. | 2 |
| Wy10 | Warunkowa wartość oczekiwana. Martynały: podstawowe własności. Nierówności martynałowe. | 2 |
| Wy11 | Twierdzenia o stopowaniu i zbieżności martynałów. | 2 |
| Wy12 | Zastosowania martynałów. Mocna własność Markowa procesu Wienera. | 2 |
| Wy13 | Elementy teorii potencjału. Probabilistyczne rozwiązanie problemu Dirichleta. | 2 |
| Wy14 | Procesy Markowa a teoria półgrup. Mocno ciągłe półgrupy operatorów. | 2 |
| Wy15 | Generator, twierdzenie Hille - Yosidy. | 2 |
| | Suma godzin | 30 |

| Forma zajęć - ćwiczenia | | Liczba godzin |
|-------------------------|---|---------------|
| Ćw1 | Rozkład wykładniczy, gamma, rozkład jednostajny na sympleksie. | 2 |
| Ćw2 | Proces Poissona: rozkłady skończenie wymiarowe. Momenty skoków. | 2 |
| Ćw3 | Czysty proces urodzin. | 2 |
| Ćw4 | Proces Wienera, rozkłady skończenie wymiarowe i wahanie | 2 |

| | | |
|------|---|-----------|
| | kwadratowe. | |
| Ćw5 | Konstrukcje procesu Wienera. Prawo iterowanego logarytmu. | 2 |
| Ćw6 | Prawdopodobieństwo przejścia. | 2 |
| Ćw7 | Kolokwium I. | 2 |
| Ćw8 | Łańcuchy Markowa z czasem dyskretnym. | 2 |
| Ćw9 | Zbieżność łańcuchów Markowa. | 2 |
| Ćw10 | Łańcuchy Markowa z czasem ciągłym i ich generatory. | 2 |
| Ćw11 | Filtracje i momenty stopu. | 2 |
| Ćw12 | Martyngały: podstawowe własności i nierówności. | 2 |
| Ćw13 | Zbieżność martyngałów i ich zastosowania. | 2 |
| Ćw14 | Procesy Markowa a teoria półgrup. | 2 |
| Ćw15 | Kolokwium II. | 2 |
| | Suma godzin | 30 |

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.
2. Ćwiczenia rachunkowe i problemowe.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta.

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

| Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru)) | Numer efektu kształcenia | Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia |
|--|-------------------------------|---|
| F1 | PEK_W01 PEK_U01 PEK_K01 | odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwium |
| F2 | PEK_W01 PEK_U01 | egzamin |
| P=F1/3+2*F2/3 | | |

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] A. Wentzell, Wykłady z teorii procesów stochastycznych, Warszawa, PWN 1980
- [2] W. Feller, Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa t.I i t II, PWN 1969
- [3] J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT, Warszawa 2000
- [4] P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i Miara, PWN 1987

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] J. Lamperti, Stochastic Processes: a Survey of the Mathematical Theory, Springer, 1977.
- [2] I. I. Gihman, A. W. Skorohod, Wstęp do teorii procesów stochastycznych, Warszawa, PWN 1968.
- [3] A. A. Borowkow, rachunek Prawdopodobieństwa, PWN 1975.
- [4] K. L. Chung, Lectures from Markov Processes to Brownian Motion, Springer 1995.
- [5] K. L. Chung, Z. Zhao, From Brownian Motion to Schrodinger equation, Springer 1995.
- [6] K. L. Chung, Green, Brown and Probability, 1996.

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Prof. dr hab. Krzysztof Bogdan (Krzysztof.Bogdan@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU
WSTĘP DO PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA**

| Przedmiotowy efekt kształcenia | Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy) | Cele przedmiotu** | Treści programowe** | Numer narzędzia dydaktycznego** |
|---------------------------------------|--|--------------------------|----------------------------|--|
| PEK_W01 | K1MAT_W01, K1MAT_W06, K1MAT_W13 | C1 | Wy1-Wy15 | 1,3 |
| PEK_U01 | K1MAT_U17, K1MAT_U18 | C1 | Ćw1-Ćw15 | 2,4 |
| PEK_K01 | K1MAT_K01, K1MAT_K03 | C1 | Wy1-Wy15, Ćw1-Ćw15 | 1,2,3,4 |

** - z tabeli powyżej