

WYDZIAŁ GEOINŻYNIERII, GÓRNICICTWA I GEOLOGII	
KARTA PRZEDMIOTU	
Nazwa w języku polskim	<b>ANALIZA MATEMATYCZNA II</b>
Nazwa w języku angielskim	<b>MATHEMATICAL ANALYSIS II</b>
Kierunek studiów (jeśli dotyczy):	<b>górnictwo i geologia</b>
Specjalność (jeśli dotyczy):	
Stopień studiów i forma:	<b>I stopień / niestacjonarna</b>
Rodzaj przedmiotu:	<b>obowiązkowy</b>
Kod przedmiotu	<b>MAT001482</b>
Grupa kursów	<b>NIE</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	20			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120	120			
Forma zaliczenia	egzamin	zaliczenie			
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS	4	4			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	0	4			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	2	2			

#### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Umiejętność badania zbieżności ciągów oraz obliczania granic funkcji jednej zmiennej.
2. Znajomość rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej i jego zastosowań.
3. Znajomość i umiejętność stosowania całki nieoznaczonej funkcji jednej zmiennej.
4. Znajomość podstawowych pojęć z algebry liniowej.

#### CELE PRZEDMIOTU

- C1. Poznanie konstrukcji i własności całki oznaczonej. Nabycie umiejętności stosowania całki oznaczonej (w tym niewłaściwej) do obliczeń inżynierskich.
- C2. Poznanie podstawowych pojęć z rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych.
- C3. Opanowanie podstawowej wiedzy dotyczącej równań różniczkowych zwyczajnych.
- C4. Opanowanie podstawowej wiedzy dotyczącej szeregów liczbowych i potęgowych.
- C5. Stosowanie nabytej wiedzy do tworzenia i analizy modeli matematycznych w celu rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach nauki i techniki.

#### PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

##### Z zakresu wiedzy student:

- PEK\_W01 zna konstrukcję całki oznaczonej i jej własności, zna pojęcie całki niewłaściwej
- PEK\_W02 zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych

PEK\_W03 ma podstawową wiedzę z teorii szeregów liczbowych i potęgowych, zna kryteria zbieżności  
 PEK\_W04 zna podstawy równań różniczkowych zwyczajnych

**Z zakresu umiejętności student:**

PEK\_U01 potrafi obliczać i interpretować całkę oznaczoną, potrafi rozwiązywać zagadnienia inżynierskie z wykorzystaniem całki

PEK\_U02 potrafi obliczać pochodne cząstkowe, kierunkowe i gradient funkcji wielu zmiennych i interpretować otrzymane wielkości, potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne dla funkcji wielu zmiennych

PEK\_U03 potrafi obliczać i interpretować całkę podwójną i potrójną, potrafi rozwiązywać zagadnienia inżynierskie z wykorzystaniem całki podwójnej i potrójnej

PEK\_U04 potrafi rozwijać funkcje w szereg potęgowy, umie wykorzystać otrzymane rozwinięcia do obliczeń przybliżonych

PEK\_U05 potrafi rozwiązywać równania różniczkowe liniowe I i II rzędu

**Z zakresu kompetencji społecznych student:**

PEK\_K01 potrafi wyszukiwać i korzystać z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnie zdobywać wiedzę

PEK\_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

**TREŚCI PROGRAMOWE**

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Całka oznaczona. Definicja. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Twierdzenie Newtona-Leibniza. Całkowanie przez części i przez podstawienie.	2
Wy2	Własności całki oznaczonej. Średnia wartość funkcji na przedziale. Zastosowania całek oznaczonych w geometrii (pole, długość łuku, objętość bryły obrotowej, pole powierzchni bocznej bryły obrotowej) i technice.	2
Wy3	Całka niewłaściwa I rodzaju. Definicja. Kryterium porównawcze i ilorazowe zbieżności. Przykłady wykorzystania całek niewłaściwych I rodzaju w geometrii i technice.	2
Wy4	Funkcje dwóch i trzech zmiennych. Przykłady wykresów funkcji dwóch zmiennych. Pochodne cząstkowe pierwszego rzędu. Definicja. Interpretacja geometryczna. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Twierdzenie Schwarz'a.	2
Wy5	Płaszczyzna styczna do wykresu funkcji dwóch zmiennych. Różniczka funkcji i jej zastosowania. Pochodne cząstkowe funkcji złożonych. Pochodna kierunkowa. Gradient funkcji.	2
Wy6	Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum. Przykłady zagadnień ekstremalnych w geometrii i technice.	2
Wy7	Całki podwójne. Definicja całki podwójnej. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych. Własności całek podwójnych. Całka podwójna we współrzędnych biegunowych.	3
Wy8	Całka potrójna. Definicja. Interpretacja fizyczna. Zamiana całek potrójnych na iterowane. Zamiana zmiennych na współrzędne walcowe i sferyczne.	3
Wy9	Zastosowania całek podwójnych i potrójnych w geometrii, fizyce i technice.	2
Wy10	Równania różniczkowe zwyczajne. Równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych.	2
Wy11	Równanie różniczkowe liniowe I rzędu.	1
Wy12	Równanie różniczkowe liniowe II rzędu o stałych współczynnikach.	3
Wy13	Szeregi liczbowe. Definicja szeregu liczbowego. Suma częściowa, reszta szeregu. Szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Wybrane kryteria zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych.	2

Wy14	Szeregi potęgowe. Definicja szeregu potęgowego. Promień i przedział zbieżności. Twierdzenie Cauchy'ego-Hadamarda. Szereg Taylora i Maclaurina. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy.	2
	<b>Suma godzin</b>	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Obliczanie całek oznaczonych z wykorzystaniem metod poznanych na wykładzie. Badanie zbieżności całek niewłaściwych Stosowanie całki oznaczonej do obliczeń inżynierskich.	4
Ćw2	Wyznaczanie dziedzin naturalnych funkcji wielu zmiennych oraz badanie ich wykresów. Obliczanie granic i badanie ciągłości funkcji wielu zmiennych. Obliczanie pochodnych cząstkowych. Wyznaczanie płaszczyzny stycznej.	2
Ćw3	Szacowanie z wykorzystaniem różniczki. Obliczanie pochodnych kierunkowych i gradientu. Wyznaczanie ekstremów funkcji dwóch i trzech zmiennych. Wyznaczanie ekstremów warunkowych.	2
Ćw4	Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych. Zamiana kolejności całek iterowanych. Obliczenia całek z zamianą zmiennych na współrzędne biegunowe. Stosowanie całki podwójnej do obliczeń inżynierskich.	2
Ćw5	Obliczanie całek potrójnych po obszarach normalnych. Zamiana kolejności całek iterowanych. Obliczenia całek z zamianą zmiennych na współrzędne sferyczne. Stosowanie całki podwójnej do obliczeń inżynierskich.	2
Ćw6	Wyznaczanie całek ogólnych i rozwiązywanie zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych o zmiennych rozdzielonych, liniowych I rzędu i liniowych II rzędu o stałych współczynnikach.	4
Ćw7	Obliczanie sumy szeregów liczbowych. Badanie zbieżności warunkowej i bezwarunkowej z wykorzystaniem metod poznanych na wykładzie. Badanie zbieżności szeregów potęgowych. Wyznaczanie szeregów Maclaurina. Przybliżone obliczanie szeregów i całek.	2
Ćw8	Kolokwium zaliczeniowe	2
	<b>Suma godzin</b>	<b>20</b>

#### **STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE**

1. Wykład – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń.

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA**

<b>Oceny</b> (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
P – Ćw	PEK_U01-PEK_U05,PEK_K01-PEK_K02	Odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
P - Wy	PEK_W01-PEK_W4,PEK_U01-PEK_U05 PEK_K02	Egzamin

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] W. Żakowski, W. Kołodziej, Matematyka, Cz. II, WNT, Warszawa 2003.
- [2] W. Żakowski, W. Leksiński, Matematyka, Cz. IV, WNT, Warszawa 2002.
- [3] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2012.
- [4] M. Gewert, Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2011.
- [5] W. Krywicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. I-II, PWN, Warszawa 2006.

### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2, Definicje, twierdzenia, wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2012.
- [2] F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, PWN, Warszawa 2008.
- [3] R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, Cz. 1-2, WNT, Warszawa 2006.
- [4] H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, T. I, Cz. 1-2 oraz T. II, Cz. 1, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1993 oraz 2000.
- [5] J. Pietraszko, Matematyka. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
- [6] W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, Cz. B, PWN, Warszawa 2003.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Wydziałowa Komisja Programowa ds. Kursów Ogólnouczelnianych  
dr inż. Jolanta Sulkowska (Jolanta.Sulkowska@pwr.wroc.pl)

## MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU **ANALIZA MATEMATYCZNA II MAT001482** Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU **Górnictwo i geologia**

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu	Treści programowe	Numer narzędzia dydaktycznego
PEK_W01		C1, C5	Wy1-Wy3	1,3,4
PEK_W02		C2, C5	Wy4-Wy9	1,3,4
PEK_W03		C3, C5	Wy13-Wy14	1,3,4
PEK_W04		C4, C5	Wy10-Wy12	1,3,4
PEK_U01		C1, C5	Ćw1	2,3,4
PEK_U02		C2, C5	Ćw2-Ćw3	2,3,4
PEK_U03		C2, C5	Ćw4-Ćw5	2,3,4
PEK_U04		C3, C5	Ćw7	
PEK_U05		C4, C5	Ćw6	
PEK_K01- PEK_K02		C1-C5	Wy1-Wy14,Ćw1-Ćw8	1-4