

WYDZIAŁ GEOINŻYNIERII, GÓRNICTWA I GEOLOGII	
KARTA PRZEDMIOTU	
Nazwa przedmiotu w języku polskim	<b>ANALIZA MATEMATYCZNA II</b>
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	<b>MATHEMATICAL ANALYSIS II</b>
Kierunek studiów (jeśli dotyczy)	Górnictwo i Geologia
Poziom i forma studiów	<b>I stopień, stacjonarna</b>
Rodzaj przedmiotu	<b>obowiązkowy / ogólnouczelniany</b>
Kod przedmiotu	<b>MAT001432</b>
Grupa kursów	<b>NIE</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	45	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	120	90			
Forma zaliczenia	egzamin	zaliczenie na ocenę			
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS	4	3			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		3			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3	2			

#### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

Znajomość rachunku różniczkowego i całkowitego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej potwierdzona zaliczeniem kursu *Analiza Matematyczna 1.1A* lub innego kursu zawierającego w programie rachunek różniczkowy i całkowity funkcji jednej zmiennej.

#### CELE PRZEDMIOTU

C1 Zapoznanie z podstawowymi kryteriami zbieżności szeregów liczbowych i własnościami szeregów potęgowych.  
 C2 Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.  
 C3 Zapoznanie z pojęciem całki podwójnej i potrójnej, metodami ich obliczania i przykładami zastosowań.  
 C4 Zapoznanie z podstawowymi pojęciami dotyczącymi równań różniczkowych zwyczajnych i metodami rozwiązywania równań różniczkowych liniowych.

#### PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

##### Z zakresu wiedzy student

PEU\_W01 zna podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczbowych i własności szeregów potęgowych,  
 PEU\_W02 zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych,  
 PEU\_W03 zna metody obliczania całek podwójnych i potrójnych,  
 PEU\_W04 zna podstawowe pojęcia dotyczące równań różniczkowych zwyczajnych i metody rozwiązywania równań różniczkowych liniowych.

##### Z zakresu umiejętności student

PEU\_U01 umie badać zbieżność typowych szeregów liczbowych oraz rozwijać funkcje w szereg potęgowy przy wykorzystaniu rozwinięć funkcji elementarnych,  
 PEU\_U02 umie obliczać pochodne cząstkowe, wyznaczać gradient i pochodną kierunkową oraz wyznaczać ekstrema lokalne i warunkowe funkcji dwóch zmiennych,  
 PEU\_U03 umie obliczać całki podwójne i potrójne oraz wykorzystywać je do obliczania pól, objętości i wybranych wielkości fizycznych,  
 PEU\_U04 umie rozwiązywać równania różniczkowe liniowe pierwszego i drugiego rzędu.

**Z zakresu kompetencji społecznych student**

PEU\_K01 ma świadomość konieczności systematycznej i samodzielnej pracy w celu zdobycia wiedzy.

<b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>		
<b>Forma zajęć - wykład</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju. Kryteria zbieżności całek niewłaściwych. Przykłady zastosowań.	4
Wy2	Szeregi liczbowe. Szereg geometryczny. Podstawowe kryteria zbieżności szeregów. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Kryterium Leibniza.	4
Wy3	Szeregi potęgowe. Promień i przedział zbieżności. Twierdzenie Cauchy'ego–Hadamarda. Szeregi Taylora. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy. Różniczkowanie i całkowanie szeregu potęgowego	3
Wy4	Zbiory na płaszczyźnie i w przestrzeni. Funkcje dwóch i trzech (wielu) zmiennych. Poziomica funkcji dwóch zmiennych. Przykłady wykresów funkcji dwóch zmiennych. Powierzchnie obrotowe i walcowe.	2
Wy5	Pochodne cząstkowe pierwszego rzędu. Definicja. Interpretacja geometryczna. Płaszczyzna styczna do wykresu funkcji dwóch zmiennych. Różniczka funkcji i jej zastosowanie do szacowania dokładności obliczeń.	2
Wy6	Różniczkowanie funkcji złożonych. Pochodna kierunkowa. Gradient funkcji. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Twierdzenie Schwarz'a	2
Wy7	Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum. Ekstrema warunkowe funkcji dwóch zmiennych.	2
Wy8	Najmniejsza i największa wartość funkcji na zbiorze. Przykłady zagadnień optymalizacyjnych.	3
Wy9	Całki podwójne. Definicja całki podwójnej. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Obliczanie całek podwójnych po obszarach normalnych.	3
Wy10	Własności całek podwójnych. Zamiana zmiennych w całkach podwójnych. Jakobian przekształcenia. Współrzędne biegunowe w całce podwójnej. Zastosowanie całki podwójnej do obliczania pola obszaru, objętości bryły i pola powierzchni płata.	3
Wy11	Całki potrójne. Obliczanie całek potrójnych po obszarach normalnych. Współrzędne walcowe i sferyczne w całce potrójnej. Zastosowania całek podwójnych i potrójnych w geometrii, fizyce i technice.	5
Wy12	Równania różniczkowe zwyczajne pierwszego rzędu. Podstawowe definicje. Równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych. Równanie różniczkowe liniowe.	2
Wy13	Równania różniczkowe liniowe drugiego rzędu o stałych współczynnikach jednorodnie i niejednorodnie.	3
Wy14	Przekształcenie Laplace'a. Zastosowanie do rozwiązywania równań różniczkowych.	3
Wy15	Zagadnienia z tematyki kursu wybrane przez wykładowcę w porozumieniu ze studentami (np. szereg Fouriera, metoda mnożników Lagrange'a dla ekstremów warunkowych, funkcje uwikłane, ogólna zamiana zmiennych w całkach wielokrotnych).	4
<b>Suma godzin</b>		<b>45</b>

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Całki niewłaściwe.	2
Ćw2	Szeregi liczbowe. Badanie zbieżności przy wykorzystaniu kryterium całkowego, porównawczego, ilorazowego, d'Alemberta, Cauchy'ego.	2
Ćw3	Szeregi liczbowe cd. Badanie zbieżności bezwzględnej i warunkowej. Szeregi potęgowe. Wyznaczanie przedziału zbieżności.	2
Ćw4	Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy przy wykorzystaniu rozwinięć podstawowych funkcji elementarnych, różniczkowania i całkowania szeregu potęgowego.	1
Ćw5	Funkcje dwóch zmiennych. Wyznaczanie dziedziny. Szkicowanie poziomicy i wykresów (powierzchnie walcowe i obrotowe). Obliczanie pochodnych cząstkowych.	3

Ćw6	Płaszczyzna styczna. Różniczka. Pochodna kierunkowa.	2
Ćw7	Ekstrema lokalne i warunkowe funkcji dwóch zmiennych.	2
Ćw8	Najmniejsza i największa wartość funkcji na zbiorze. Przykłady zagadnień optymalizacyjnych.	2
Ćw9	Całki podwójne. Całkowanie po obszarach normalnych. Zmiana kolejności całkowania.	2
Ćw10	Całki podwójne we współrzędnych biegunowych. Przykłady zastosowań całek podwójnych.	2
Ćw11	Całki potrójne. Obliczanie całek po obszarach normalnych. Całki potrójne we współrzędnych walcowych.	2
Ćw12	Całki potrójne we współrzędnych sferycznych. Zastosowania całek podwójnych i potrójnych.	2
Ćw13	Rozwiązywanie równań różniczkowych pierwszego rzędu.	2
Ćw14	Rozwiązywanie równań różniczkowych liniowych drugiego rzędu. Zastosowanie przekształcenia Laplace'a do rozwiązywania równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu.	2
Ćw15	Kolokwium	2
<b>Suma godzin</b>		<b>30</b>

#### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykład - metoda tradycyjna lub z wykorzystaniem narzędzi multimedialnych.  
N2 Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.  
N3 Praca własna studenta z wykorzystaniem pakietów matematycznych.  
N4 Konsultacje.

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ

Oceny: F – formująca, w trakcie semestru; P – podsumowująca, na koniec semestru	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F(W)	PEU_U01 - PEU_U04, PEU_K01	kolokwia na ćwiczeniach, odpowiedzi ustne
F(C)	PEU_W1 - PEU_W4	egzamin
P=F		

#### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

##### **LITERATURA PODSTAWOWA**

- [1] F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012  
[2] R. Leitner, Zarys matematyki wyższej dla studiów technicznych, Cz. 1 - 2 WNT, Warszawa, 2006.  
[3] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.

##### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA**

- [1] W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, Cz. II, PWN, Warszawa 2006  
[2] M. Gewert, Z. Skoczylas, Równania różniczkowe zwyczajne. Teoria, przykłady, zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Wydziałowa Komisja Programowa ds. Kursów Ogólnouczelnianych  
dr Jolanta Sulkowska (Jolanta.Sulkowska@pwr.edu.pl)