

<b>WYDZIAŁ MATEMATYKI</b>	
<b>KARTA PRZEDMIOTU</b>	
Nazwa w języku polskim <b>WSTĘP DO PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH</b>	
Nazwa w języku angielskim <b>INTRODUCTION TO STOCHASTIC PROCESSES</b>	
Kierunek studiów (jeśli dotyczy): <b>Matematyka</b>	
Specjalność (jeśli dotyczy):	
Stopień studiów i forma:	<b>I stopień*, stacjonarna / <del>niestacjonarna*</del></b>
Rodzaj przedmiotu:	<b>obowiązkowy / <del>wybieralny / ogólnouczelniany*</del></b>
Kod przedmiotu	<b>MAT001346</b>
Grupa kursów	<b>TAK / <del>NIE*</del></b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	180				
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	6				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3				

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Rachunek Prawdopodobieństwa
2. Analiza Matematyczna
3. Algebra Liniowa

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstawowych modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych i wypracowanie umiejętności rachunkowych i pojęciowych dla analizy tych modeli

\*niepotrzebne skreślić

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 Poznanie podstawowych modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych

Z zakresu umiejętności:

PEK\_U01 Wypracowanie umiejętności rachunkowych i pojęciowych dla analizy modeli matematycznych opartych na procesach stochastycznych

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEK\_K01 Zdolność do wyszukiwania i korzystania z literatury zalecanej do kursu oraz samodzielnego zdobywania wiedzy

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Proces Poissona: postulaty i konstrukcja. Czysty proces urodzin. Własność Markowa procesu Poissona.	2
Wy2	Twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu. Postulaty, kowariancja i konstrukcja procesu Wienera.	2
Wy3	Własności trajektorii procesu Wienera.	2
Wy4	Prawa iterowanego logarytmu (opcjonalnie).	2
Wy5	Konstrukcja procesu Markowa z prawdopodobieństwa przejścia.	2
Wy6	Własność Markowa. Jednorodne procesy Markowa. Łącuchy Markowa z czasem dyskretnym.	2
Wy7	Macierz przejścia. Rozkład stacjonarny.	2
Wy8	Klasyfikacja stanów. Zbieżność łańcuchów Markowa.	2
Wy9	Łącuchy z czasem ciągłym. Jednostajna całkowalność. Filtracje i momenty zatrzymania.	2
Wy10	Warunkowa wartość oczekiwana. Martynały: podstawowe własności. Nierówności martynałowe.	2
Wy11	Twierdzenia o stopowaniu i zbieżności martynałów.	2
Wy12	Zastosowania martynałów. Mocna własność Markowa procesu Wienera.	2
Wy13	Elementy teorii potencjału. Probabilistyczne rozwiązanie problemu Dirichleta.	2
Wy14	Procesy Markowa a teoria półgrup. Mocno ciągłe półgrupy operatorów.	2
Wy15	Generator, twierdzenie Hille - Yosidy.	2
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Rozkład wykładniczy, gamma, rozkład jednostajny na sympleksie.	2
Ćw2	Proces Poissona: rozkłady skończenie wymiarowe. Momenty skoków.	2
Ćw3	Czysty proces urodzin.	2
Ćw4	Proces Wienera, rozkłady skończenie wymiarowe i wahanie	2

	kwadratowe.	
Ćw5	Konstrukcje procesu Wienera. Prawo iterowanego logarytmu.	2
Ćw6	Prawdopodobieństwo przejścia.	2
Ćw7	Kolokwium I.	2
Ćw8	Łańcuchy Markowa z czasem dyskretnym.	2
Ćw9	Zbieżność łańcuchów Markowa.	2
Ćw10	Łańcuchy Markowa z czasem ciągłym i ich generatory.	2
Ćw11	Filtracje i momenty stopu.	2
Ćw12	Martyngały: podstawowe własności i nierówności.	2
Ćw13	Zbieżność martyngałów i ich zastosowania.	2
Ćw14	Procesy Markowa a teoria półgrup.	2
Ćw15	Kolokwium II.	2
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.
2. Ćwiczenia rachunkowe i problemowe.
3. Konsultacje.
4. Praca własna studenta.

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_W01 PEK_U01 PEK_K01	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwium
F2	PEK_W01 PEK_U01	egzamin
P=F1/3+2*F2/3		

## LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Wentzell, Wykłady z teorii procesów stochastycznych, Warszawa, PWN 1980
- [2] W. Feller, Wstęp do Rachunku Prawdopodobieństwa t.I i t II, PWN 1969
- [3] J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT, Warszawa 2000
- [4] P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i Miara, PWN 1987

### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] J. Lamperti, Stochastic Processes: a Survey of the Mathematical Theory, Springer, 1977.
- [2] I. I. Gihman, A. W. Skorohod, Wstęp do teorii procesów stochastycznych, Warszawa, PWN 1968.
- [3] A. A. Borowkow, rachunek Prawdopodobieństwa, PWN 1975.
- [4] K. L. Chung, Lectures from Markov Processes to Brownian Motion, Springer 1995.
- [5] K. L. Chung, Z. Zhao, From Brownian Motion to Schrodinger equation, Springer 1995.
- [6] K. L. Chung, Green, Brown and Probability, 1996.

### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. Krzysztof Bogdan (Krzysztof.Bogdan@pwr.wroc.pl)**

## MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU WSTĘP DO PROCESÓW STOCHASTYCZNYCH Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
PEK_W01	K1MAT_W01, K1MAT_W06, K1MAT_W13	C1	Wy1-Wy15	1,3
PEK_U01	K1MAT_U17, K1MAT_U18	C1	Ćw1-Ćw15	2,4
PEK_K01	K1MAT_K01, K1MAT_K03	C1	Wy1-Wy15, Ćw1-Ćw15	1,2,3,4

\*\* - z tabeli powyżej