

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim** ALGEBRA M2

**Nazwa w języku angielskim** ALGEBRA M2

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy):** Matematyka

**Specjalność (jeśli dotyczy):**

**Stopień studiów i forma:** I stopień\*, stacjonarna / ~~niestacjonarna\*~~

**Rodzaj przedmiotu:** obowiązkowy / ~~wybieralny / ogólnouczelniany\*~~

**Kod przedmiotu** MAP1112

**Grupa kursów** TAK / ~~NIE\*~~

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	180				
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	6				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	4				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	4				

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

Zna liczby zespolone i wielomiany zmiennej rzeczywistej i zespolonej.

Zna i umie stosować rachunek macierzowy.

Zna podstawy teorii przestrzeni liniowych.

Potrafi obliczać wyznaczniki różnymi metodami i zna ich zastosowania.

Potrafi rozwiązywać układy równań liniowych i analizować zbiór ich rozwiązań.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie podstaw teorii przekształceń liniowych.

C2 Nabycie umiejętności wyznaczania wektorów i wartości własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń.

C3 Zdobycie podstawowej wiedzy o formach dwuliniowych i kwadratowych, metodach sprowadzania form kwadratowych do postaci kanonicznej i badania ich dodatniej określoności.

C4 Nabycie umiejętności sprowadzania macierzy do postaci kanonicznej Jordana.

C5 Poznanie pojęcia iloczynu skalarnego i struktury przestrzeni liniowych z iloczynem skalarnym oraz opanowanie procedury znajdowania baz ortogonalnych w tych przestrzeniach.

C6 Poznanie podstaw teorii operatorów na przestrzeniach z iloczynem skalarnym.

## PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy, student:

- PEK\_W01 zna podstawowe pojęcia z teorii przekształceń liniowych
- PEK\_W02 potrafi wyznaczać wektory i wartości własne przekształceń liniowych
- PEK\_W03 zna podstawy teorii form dwuliniowych i kwadratowych
- PEK\_W04 zna metodę znajdowania postaci kanonicznej Jordana macierzy kwadratowych
- PEK\_W05 zna pojęcie iloczynu skalarnego i jego zastosowań do konstrukcji baz ortogonalnych w przestrzeniach z iloczynem skalarnym
- PEK\_W06 zna podstawy teorii operatorów na przestrzeniach z iloczynem skalarnym

Z zakresu umiejętności, student:

- PEK\_U01 potrafi badać własności przekształcenia liniowego i wyznaczać jego jądro i obraz
- PEK\_U02 potrafi wyznaczać wartości i wektory własne przekształceń liniowych
- PEK\_U03 potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej i zbadać jej dodatnią lub ujemną określoność
- PEK\_U04 potrafi sprowadzić macierz kwadratową do postaci kanonicznej Jordana
- PEK\_U05 potrafi wyznaczać bazy ortogonalne przestrzeni liniowych metodą Grama-Schmidta i znajdować rzuty ortogonalne wektorów na podprzestrzeń
- PEK\_U06 potrafi badać podstawowe typy operatorów liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym

Z zakresu kompetencji społecznych:

- PEK\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej
- PEK\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania

## TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przekształcenia liniowe. Obraz, jądro, macierz i rząd przekształcenia. Składanie przekształceń. Przekształcenia odwrotne. Odwracalność operatora. Zmiana bazy. Podobieństwo macierzy, macierz przejścia, macierze przekształcenia w różnych bazach. Izomorfizm przestrzeni liniowych. Suma prosta przestrzeni liniowych. Podprzestrzenie niezmiennicze, wartości i wektory własne, wielomian charakterystyczny.	8
Wy2	Formy dwuliniowe i kwadratowe. Przestrzeń sprzężona, odwzorowanie sprzężone. Postać kanoniczna formy kwadratowej, dodatnia określoność i sygnatura formy, kryterium Sylwestra dodatniej określoności, twierdzenie Sylwestra o bezwładności.	6
Wy3	Twierdzenie Jordana. Postać Jordana macierzy. Operatory nilpotentne. Rozkład operatora na część nilpotentną i odwracalną.	4
Wy4	Iloczyn skalarny. Przestrzenie euklidesowe i unitarne. Nierówność Schwarz'a, norma, przestrzenie unormowane. Ortogonalność. Baza ortonormalna, proces ortogonalizacji Grama - Schmidta. Wyznacznik Grama. Rzut ortogonalny na podprzestrzeń.	4
Wy5	Operator sprzężony w przestrzeniach z iloczynem skalarnym; operatory symetryczne i hermitowskie, ortogonalne i unitarne, dodatnie i normalne. Projekcje ortogonalne. Spektrum operatora i jego własności. Twierdzenia spektralne w przestrzeniach skończonego wymiaru. Postaci kanoniczne macierzy symetrycznych i hermitowskich, ortogonalnych i unitarnych.	8
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Badanie przekształceń liniowych i ich własności, wyznaczenie jądra i obrazu przekształcenie liniowego	4
Ćw2	Wyznaczanie macierzy przekształcenia liniowego	2
Ćw3	Wyznaczanie wartości i wektorów własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń	4
Ćw4	Sprowadzanie form kwadratowych do postaci kanonicznej i badanie ich dodatniej lub ujemnej określoności	5
Ćw5	Sprowadzanie macierzy kwadratowych do postaci kanonicznej Jordana	6
Ćw6	Badanie przestrzeni z iloczynem skalarnym i znajdowanie baz ortogonalnych tych przestrzeni metodą Grama-Schmidta	5
Ćw7	Badanie podstawowych typów przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym (sprzężonych, hermitowskich, ortogonalnych, unitarnych, normalnych)	4
	Suma godzin	<b>30</b>

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE
1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna 2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna 3. Konsultacje 4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

#### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_U04 PEK_U05 PEK_U06 PEK_K02 PEK_K03	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEK_W01 PEK_W02 PEK_W03 PEK_W04 PEK_W05 PEK_W06 PEK_U01 PEK_U02 PEK_U03 PEK_U04 PEK_U05 PEK_U06 PEK_K01 PEK_K02 PEK_K03	egzamin
P=0,5*F1+0,5*F2		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA
<b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b> [1] A. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.2 Algebra liniowa, PWN 2004 [2] A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN 1970. [3] B. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2002.
<b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b> [1] T. Jurliewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, 2, Przykłady i zadania, GiS 1999. [2] I. M. Gelfand, Wykłady z algebry liniowej, PWN 1975. [3] A. Białynicki-Birula, Algebra, PWN 1971.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Prof. dr hab. inż. Romuald Lenczewski ( Romuald.Lenczewski@pwr.wroc.pl)**

MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ALGEBRA M2  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu</b>	<b>Treści programowe</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego</b>
<b>PEK_W01 (wiedza)</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W05	C1,C2	Wy1	1,3
<b>PEK_W02</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W05	C1,C2	Wy1	1,3
<b>PEK_W03</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W05	C3	Wy2	1,3
<b>PEK_W04</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W05	C4	Wy3	1,3
<b>PEK_W05</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W05	C5	Wy4	1,3
<b>PEK_W06</b>	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W05	C6	Wy5	1,3
<b>PEK_U01 (umiejętności)</b>	K1MAT_U01, K1MAT_U02	C1	Ćw1,Ćw2	2,3,4
<b>PEK_U02</b>	K1MAT_U01, K1MAT_U10	C2	Ćw3	2,3,4
<b>PEK_U03</b>	K1MAT_U01, K1MAT_U27	C3	Ćw4	2,3,4
<b>PEK_U04</b>	K1MAT_U01	C4	Ćw5	2,3,4
<b>PEK_U05</b>	K1MAT_U01	C5	Ćw6	2,3,4
<b>PEK_U06</b>	K1MAT_U01	C6	Ćw7	2,3,4
<b>PEK_K01 (kompetencje)</b>	K1MAT_K01, K1MAT_K02	C1-C8	Wy1-Wy5 Ćw1-Ćw7	1,2,3,4
<b>PEK_K02</b>	K1MAT-K02	C1-C8	Wy1-Wy5 Ćw1-Ćw7	1,2,3,4
<b>PEK_K03</b>	K1MAT_K04	C1-C8	Wy1-Wy5 Ćw1-Ćw7	1,2,3,4