

**WYDZIAŁ MATEMATYKI  
KARTA PRZEDMIOTU**

**Nazwa w języku polskim: Analiza rzeczywista i zespolona**

**Nazwa w języku angielskim: Complex and real analysis**

**Kierunek studiów (jeśli dotyczy): MATEMATYKA**

**Specjalność (jeśli dotyczy):**

**Stopień studiów i forma: 2 stopień, stacjonarna /niestacjonarna\***

**Rodzaj przedmiotu: obowiązkowy /wybieralny /ogólnouczelniany \***

**Kod przedmiotu MAT001376**

**Grupa kursów TAK / NIE**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Całkowita liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	150				
Forma zaliczenia	Egzamin / zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy	X				
Liczba punktów ECTS	5				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	3				
W tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3				

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI**

1. Zna podstawowe fakty z teorii miary, w szczególności konstrukcję Carathéodory'ego i twierdzenie Radona-Nikodyma
2. Zna podstawowe pojęcia i fakty z teorii funkcji holomorficzych
3. Zna podstawowe pojęcia i fakty z analizy funkcjonalnej
4. Zna podstawowe pojęcia i fakty z topologii przestrzeni metrycznych

**ZAŁOŻENIA I CELE PRZEDMIOTU**

C1 Poznanie zastosowań znanych już wyników z teorii miary i analizy funkcjonalnej w teorii funkcji rzeczywistych i zespolonych

C2 Usystematyzowanie wiedzy z zakresu analizy rzeczywistej i zespolonej

C3 Poznanie związków między treściami z tego kursu i faktami z różnych innych działów matematyki

**EFEKTY KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU**

Z zakresu wiedzy:

PEK\_W01 zna pojęcie funkcji absolutnie ciągłej, i twierdzenie Lebesgue'a o różniczkowalności całki

PEK_W02	zna definicję i podstawowe własności miary i wymiaru Hausdorffa przestrzeni metrycznej
PEK_W03	zna definicję i podstawowe fakty z teorii funkcji harmonicznych
PEK_W04	widzi związki między faktami z tego kursu i pojęciami z innych działów matematyki
...	
Z zakresu umiejętności:	
PEK_U01	potrafi stwierdzić, czy dana funkcja ma wahanie skończone, czy jest absolutnie ciągła, i potrafi znaleźć jej pochodną
PEK_U02	potrafi znaleźć miarę i wymiar Hausdorffa pewnych przestrzeni, i wyciągnąć z tego wnioski
PEK_U03	potrafi stwierdzić, czy dana funkcja jest harmoniczna, i wyciągać z tego wnioski
PEK_U04	potrafi wskazać związki faktów z tego kursu z innymi działami matematyki
...	
Z zakresu kompetencji społecznych:	
PEK_K01	potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu
PEK_K02	rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu
PEK_K03	potrafi być osobą odpowiedzialną i zdobywać wiedzę w sposób uczciwy
PEK_K04	przestrzega obyczajów i zasad obowiązujących w środowisku akademickim

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Funkcje o wahanu skończonym i absolutnie ciągłe. Twierdzenie Lebesgue'a o różniczkowaniu całki.	10
Wy2	Transformata Fouriera.	6
Wy3	Miara i wymiar Hausdorffa przestrzeni metrycznej.	4
Wy4	Funkcje harmoniczne. Całka Poissona.	6
Wy5	Funkcje podharmoniczne. Przestrzenie Hardy'ego.	4
	Suma godzin	<b>30</b>

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Badanie wahanu i absolutnej ciągłości funkcji. Obliczanie pochodnych funkcji absolutnie ciągłych. Wzory na pochodną iloczynu funkcji absolutnie ciągłych.	10
Ćw2	Obliczanie transformat Fouriera.	6
Ćw3	Obliczanie miary i wymiaru Hausdorffa różnych zbiorów, w szczególności trójkowego zbioru Cantora. Związek między jednowymiarową miarą Hausdorffa a długością krzywej. Sprawdzenie, że wymiar Hausdorffa nie jest niezmiennikiem topologicznym.	6
Ćw4	Badanie funkcji harmonicznych i podharmonicznych.	8
	Suma godzin	<b>30</b>

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_K01, PEK_K02, PEK_K03, PEK_K04	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_W04, PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_K01, PEK_K02, PEK_K03, PEK_K04	Kolokwium zaliczeniowe

$P = 0,4 * F1 + 0,6 * F2$

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] W. Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona, PWN, Warszawa, 1986.
- [2] S. Łojasiewicz, Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych, PWN, Warszawa, 1973.

#### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [1] P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i miara, PWN, Warszawa, 1987.
- [2] A. M. Bruckner, J. B. Bruckner and B. S. Thomson, Real Analysis, ClassicalRealAnalysis.com, 2008.
- [3] S. Saks i A. Zygmund, Funkcje analityczne, 1948.

#### **PROWADZĄCY PRZEDMIOT (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Dr hab. Janusz Mierczyński, prof. nadzw. PWr** ([janusz.mierczynski@pwr.wroc.pl](mailto:janusz.mierczynski@pwr.wroc.pl))

**INNE PRZYDATNE INFORMACJE O PRZEDMIOCIE (opcjonalnie)****MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU  
ANALIZA RZECZYWISTA I ZESPOLONA  
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA**

<b>Przedmiotowy efekt kształcenia</b>	<b>Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)</b>	<b>Cele przedmiotu**</b>	<b>Treści programowe**</b>	<b>Numer narzędzia dydaktycznego**</b>
<b>PEK_W01 (wiedza)</b>	K2MAT_W01, K2MAT_W04, K2MAT_W05, K2MAT_W06	C1, C2	Wy1	1,3
<b>PEK_W02</b>	K2MAT_W01, K2MAT_W04, K2MAT_W05, K2MAT_W06	C1, C2, C3	Wy3	1,3
<b>PEK_W03</b>	K2MAT_W01, K2MAT_W05, K2MAT_W06	C1	Wy4, Wy5	1,3
<b>PEK_W04</b>	K2MAT_W01, K2MAT_W04, K2MAT_W05, K2MAT_W06,	C3	Wy1 – Wy5	1,3
<b>PEK_U01 (umiejętności)</b>	K2MAT_U01, K2MAT_U06	C1, C2, C3	Ćw1	2,3,4
<b>PEK_U02</b>	K2MAT_U01, K2MAT_U06	C1, C2, C3	Ćw3	2,3,4
<b>PEK_U03</b>	K2MAT_U01, K2MAT_U06	C1, C2	Ćw4	2,3,4
<b>PEK_U04</b>	K2MAT_U01, K2MAT_U06, K2MAT_U07	C3	Ćw1 – Ćw4	2,3,4
<b>PEK_K01 (kompetencje)</b>	K2MAT_K01, K2MAT_K05, K2MAT_K07	C1, C2, C3	Wy1 – Wy8, Ćw1 – Ćw5	1,2,3,4
<b>PEK_K02</b>	K2MAT_K01, K2MAT_K05, K2MAT_K07	C1, C2, C3	Wy1 – Wy8, Ćw1 – Ćw5	1,2,3,4
<b>PEK_K03</b>	K2MAT_K04	C1, C2, C3	Wy1 – Wy8, Ćw1 – Ćw5	1,2,3,4
<b>PEK_K04</b>	K2MAT_K04	C1, C2, C3	Wy1 – Wy8, Ćw1 – Ćw5	1,2,3,4

\*\* - z tabeli powyżej