

WYDZIAŁ MATEMATYKI	
KARTA PRZEDMIOTU	
Nazwa w języku polskim WSTĘP DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA	
Nazwa w języku angielskim INTRODUCTION TO PROBABILITY THEORY	
Kierunek studiów (jeśli dotyczy): Matematyka	
Specjalność (jeśli dotyczy):	
Stopień studiów i forma:	I stopień*, stacjonarna / niestacjonarna*
Rodzaj przedmiotu:	obowiązkowy / wybieralny / ogólnouczelniany*
Kod przedmiotu	MAT001324
Grupa kursów	TAK / NIE*

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	150				
Forma zaliczenia	Zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	5				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	2				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego kontaktu (BK)	3				

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I INNYCH KOMPETENCJI

1. Zna podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych.
2. Zna najważniejsze pojęcia abstrakcyjnej teorii miary, wie co to są zbiory i funkcje borelowskie.
3. Zna konstrukcję miary produktowej i n -wymiarowej miary Lebesgue'a
4. Zna i umie stosować twierdzenie Fubiniego.

CELE PRZEDMIOTU

- C1 Poznanie aksjomatyki rachunku prawdopodobieństwa.
- C2 Zaznajomienie się z klasycznymi modelami tej aksjomatyki: prawdopodobieństwem klasycznym i prawdopodobieństwem geometrycznym.
- C3 Nabycie umiejętności obliczania prawdopodobieństw zdarzeń w różnych modelach.
- C4 Zapoznanie się z językiem zmiennych losowych.
- C5 Poznanie najważniejszych rozkładów prawdopodobieństwa.
- C6 Poznanie najważniejszych nierówności pomocnych przy szacowaniu prawdopodobieństw
- C7 Poznanie funkcji charakterystycznych jako ważnego narzędzia dowodowego.
- C8 Zaznajomienie się z Prawem Wielkich Liczb i Centralnym Twierdzeniem Granicznym.

*niepotrzebne skreślić

PRZEDMIOTOWE EFEKTY KSZTAŁCENIA

Z zakresu wiedzy student:

PEK_W01 zna konstrukcję podstawowych modeli probabilistycznych

PEK_W02 rozumie i potrafi stosować język zmiennych losowych

PEK_W03 zna najważniejsze rozkłady prawdopodobieństwa

PEK_W04 ma podstawową wiedzę dotyczącą funkcji charakterystycznych

PEK_W05 zna Prawa Wielkich Liczb i Centralne Twierdzenie Graniczne, rozumie ich znaczenie teoretyczne i potrafi zastosować do obliczeń

Z zakresu umiejętności student:

PEK_U01 potrafi obliczać prawdopodobieństwa w modelu klasycznym i geometrycznym

PEK_U02 potrafi obliczać prawdopodobieństwa warunkowe

PEK_U03 umie korzystać z nierówności do szacowania prawdopodobieństw

PEK_U04 potrafi sprawdzić, czy dane zdarzenia lub zmienne losowe są niezależne

PEK_U05 potrafi obliczać rozkłady sum zmiennych losowych o danym rozkładzie łącznym

PEK_U06 potrafi szacować prawdopodobieństwa zdarzeń dotyczących sum niezależnych zmiennych losowych za pomocą Centralnego Twierdzenia Granicznego

Z zakresu kompetencji społecznych student:

PEK_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu

PEK_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu

TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykłady		Liczba godzin
Wy1	Przestrzeń probabilistyczna. Prawdopodobieństwo jako miara, własności prawdopodobieństwa. Przykłady przestrzeni probabilistycznych m.in. prawdopodobieństwo klasyczne i geometryczne.	2
Wy2	Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór Bayesa.	2
Wy3	Niezależność stochastyczna układów zdarzeń. Lemat Borela-Cantelli`ego. Prawo 0-1 Kołmogorowa. Produkty przestrzeni probabilistycznych. Schemat Bernoulliego.	4
Wy4	Zmienne losowe. Rozkład zmiennej losowej i sigma-ciało generowane przez zmienną. Niezależność zmiennych.	2
Wy5	Dystrybuanta i jej własności. Klasyfikacja rozkładów, rozkład Lebesgue`a. Rozkłady dyskretne i rozkłady absolutnie ciągłe. Gęstość. Najważniejsze przykłady rozkładów obu typów.	4
Wy6	Wartość oczekiwana i momenty zmiennej losowej. Własności wartości oczekiwanej i wariancji. Kwantyle.	2
Wy7	Funkcje zmiennych losowych i wyznaczanie ich rozkładów.	2
Wy8	Wektory losowe, dystrybuanta, gęstość, rozkłady brzegowe, momenty. Charakteryzacja niezależności zmiennych losowych w języku wektorów losowych. Funkcje wektorów losowych.	2
Wy9	Rozkład sumy zmiennych losowych. Splot rozkładów.	2
Wy10	Nierówność Czebyszewa, nierówność Kołmogorowa. Prawa Wielkich	4

	Liczb (słabe i mocne).	
Wy11	Funkcje charakterystyczne i ich podstawowe własności.	2
Wy12	Słaba zbieżność. Centralne Twierdzenie Graniczne dla zmiennych o jednakowych rozkładach.	2
	Suma godzin	30

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Prawdopodobieństwo klasyczne: obliczanie prawdopodobieństw z użyciem metod kombinatorycznych, stosowanie wzoru włączeń i wyłączeń	4
Ćw2	Obliczanie prawdopodobieństw warunkowych, badanie niezależności zdarzeń, stosowanie schematu Bernoulliego i rozkładu Poissona	4
Ćw3	Zmienne losowe - wyznaczanie dystrybuanty, wartości oczekiwanej, wariancji i wyższych momentów	4
Ćw4	Stosowanie nierówności Czebyszewa do oszacowań prawdopodobieństw, stosowanie lematu Borela-Cantelli`ego, badanie czy dany ciąg zmiennych losowych spełnia Prawo Wielkich Liczb	4
Ćw 5	Obliczanie rozkładów brzegowych wielowymiarowych wektorów losowych. Badanie niezależności współrzędnych wektora losowego i obliczanie rozkładów sum i iloczynów zmiennych, gdy dany jest rozkład łączny	8
Ćw6	Obliczanie funkcji charakterystycznych najważniejszych rozkładów, stosowanie Centralnego Twierdzenia Granicznego do szacowania prawdopodobieństw dotyczących sum niezależnych zmiennych losowych	6
	Suma godzin	30

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna
2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
3. Konsultacje
4. Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu kształcenia	Sposób oceny osiągnięcia efektu kształcenia
F1	PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_U05, PEK_U06, PEK_K02	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEK_W01, PEK_W02, PEK_W03, PEK_W04, PEK_U01, PEK_U02, PEK_U03, PEK_U04, PEK_U05, PEK_U06, PEK_K01, PEK_K02	Kolokwium zaliczeniowe
P=0,4*F1+0,6*F2		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT, Warszawa 2001.
- [2] P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i miara, PWN, Warszawa, 1987.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] A. A. Borowkow, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN, Warszawa, 1975.
- [2] W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, tomy I i II, PWN, Warszawa, 1971.
- [3] J. Lamperti, Probability, New York, 1966.
- [4] B. Fristedt, L. Gray, A Modern Approach to Probability Theory, Birkhäuser, 1997.

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Dr hab. Tomasz Żak, prof. PWr. (Tomasz. Zak@pwr.wroc.pl)

**MACIERZ POWIĄZANIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA DLA PRZEDMIOTU
WSTĘP DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA
Z EFEKTAMI KSZTAŁCENIA NA KIERUNKU MATEMATYKA**

Przedmiotowy efekt kształcenia	Odniesienie przedmiotowego efektu do efektów kształcenia zdefiniowanych dla kierunku studiów i specjalności (o ile dotyczy)	Cele przedmiotu**	Treści programowe**	Numer narzędzia dydaktycznego**
PEK_W01 (wiedza)	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W06	C1, C2	Wy1, Wy2, Wy3	1,3
PEK_W02	K1MAT_W01, K1MAT_W02, K1MAT_W06	C3, C4	Wy4, Wy5, Wy6, Wy7	1,3
PEK_W03	K1MAT_W06, K1MAT_W12	C3, C5	Wy5, Wy6, Wy7, Wy8	1,3
PEK_W04	K1MAT_W01, K1MAT_W06, K1MAT_W12	C6	Wy11	1,3
PEK_W05	K1MAT_W06, K1MAT_W12	C6, C7	Wy9, Wy10, Wy12	1,3
PEK_U01 (umiejętności)	K1MAT_U17	C1, C2	Ćw1, Ćw2	2, 3, 4
PEK_U02	K1MAT_U17	C2, C3	Ćw2	2, 3, 4
PEK_U03	K1MAT_U17	C4, C5	Ćw3, Ćw4	2, 3, 4
PEK_U04	K1MAT_U18	C3, C4	Ćw2, Ćw5	2, 3, 4
PEK_U05	K1MAT_U18	C3, C4, C5	Ćw5	2, 3, 4
PEK_U06	K1MAT_U18	C5, C6, C7	Ćw6	2, 3, 4
PEK_K01 (kompetencje)	K1MAT_K01, K1MAT_K05	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8	Wy1-Wy12, Ćw1-Ćw 6	1, 2, 3, 4
PEK_K02	K1MAT_K03, K1MAT_K05	C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8	Wy1-Wy12, Ćw1-Ćw 6	1, 2, 3, 4

** - z tabeli powyżej