

ALGEBRA Z GEOMETRIĄ I ANALITYCZNA

Egzamin na ocenę celującą, styczeń 2012

Na pierwszej stronie pracy należy napisać: swoje imię i nazwisko, numer indeksu, wydział, kierunek, rok studiów, nazwiska wykładowcy i osoby prowadzącej ćwiczenia, datę, ocenę zaproponowaną na zaliczenie na podstawie kolokwiów oraz sporządzić poniższą tabelkę. Ponadto należy ponumerować, podpisać i spiąć zszywaczem wszystkie kartki pracy.

1	2	3	4	Suma	Ocena	Zaliczenie ćwiczeń

Treści zadań proszę nie przepisywać. Rozwiązanie zadania o numerze n należy napisać na n -tej kartce pracy. Na rozwiązanie zadań przeznaczono 3 godziny. Za rozwiązanie każdego zadania można dostać od 0 do 5 punktów. Ocenę celującą otrzyma student, który zdobędzie co najmniej 10 punktów. **W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie, sformułować wykorzystane twierdzenia, zacytować zastosowane wzory, uzasadnić wyciągnięte wnioski oraz sporządzić staranne rysunki wraz z opisem.** Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

ZADANIA

1. Pokazać, że jeżeli macierz kwadratowa $[a_{ij}]$ stopnia $n \geq 1$ spełnia warunki:

$$\det [a_{ij} + 1] = 1, \quad \det [a_{ij} + 2] = 2,$$

to $\det [a_{ij} + x] = x$ dla każdej liczby rzeczywistej x .

2. Znaleźć równanie jednej z płaszczyzn, która jest styczna do sfer o równaniach:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16, \quad (x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x^2 + (y - 7)^2 + z^2 = 4.$$

3. Niech α, β, γ oznaczać pierwiastki zespolone wielomianu

$$W(z) = z^3 + 3z^2 - 5z + 2.$$

Obliczyć wartość wyrażenia $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$.

4. Niech z_1, z_2 będą różnymi liczbami zespolonymi. Znaleźć i narysować zbiór

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|\},$$

a następnie zbiór

$$\{z \in \mathbb{C} : |z - 1 - i| + |z - 3 + i| + |z - 1 + 2i| + |z + 4 + i| = 10\}.$$