

ALGEBRA Z GEOMETRIĄ ANALITYCZNĄ

Egzamin na ocenę celującą, luty 2014

1. Pokazać, że jeżeli okrąg przecina krzywą $y = x^3 - 25x$ w sześciu punktach o współrzędnych (x_i, y_i) ($1 \leq i \leq 6$), to suma

$$x_1 + x_2 + \dots + x_6$$

nie zależy od położenia środka okręgu ani od jego promienia.

2. Czy istnieją macierze rzeczywiste A, B stopnia 2 takie, że

$$(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}?$$

Odpowiedź uzasadnić.

3. Punkty P, Q, R poruszają się niezależnie od siebie po trzech parami skośnych krawędziach sześcianu jednostkowego. Metodami geometrii analitycznej w \mathbb{R}^3 wyznaczyć zbiór, który utworzą środki mas jednorodnych trójkątów PQR .

4. Znaleźć wszystkie pary (u, v) liczb zespolonych, dla których zachodzi równość

$$(u + v)^5 = u^5 + v^5.$$

Powodzenia!

Zbigniew Skoczyła

Źródła: Zadanie 1 pochodzi z miesięcznika KBAHT (Rosja). Pozostałe zadania opracował ZS.