

ALGEBRA Z GEOMETRIĄ ANALITYCZNĄ

Egzamin na ocenę celującą, luty 2016

Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do celu, uzasadnić wyciągnięte wnioski, zacytować wykorzystane twierdzenia, napisać zastosowane wzory oraz, jeśli jest to potrzebne, sporządzić czytelny rysunek.

Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

ZADANIA¹

1. Na płaszczyźnie zespolonej zaznaczono parami różne niezerowe liczby z_1, z_2, z_3, z_4 . Korzystając tylko z cyrkla i linijki skonstruować wszystkie elementy zbioru

$$\sqrt[4]{z_1 z_2 z_3 z_4}.$$

2. Znaleźć pierwiastki zespolone wielomianu

$$z^4 + 7iz^3 - 13z^2 + iz - 20.$$

3. Wiersze od drugiego do ostatniego wyznacznika stopnia n ($n \geq 2$) wypełnić liczbami całkowitymi tak, aby po wpisaniu do pierwszego wiersza dowolnych liczb ze zbioru $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$, wartość wyznacznika była liczbą z pierwszego wiersza (odczytaną w układzie dziesiętnym).

4. Podstawą ostrosłupa prostego jest prostokąt. Płaszczyzna przecina krawędzie boczne ostrosłupa i wyznacza na nich kolejno odcinki o długościach 3, 2, 4, k , licząc od wierzchołka. Metodami geometrii analitycznej w \mathbb{R}^3 znaleźć k .

¹Zadanie 4 jest przeróbką problemu z miesięcznika „Kwant” (Rosja). Autorem pozostałych zadań jest ZS.