

# ALGEBRA Z GEOMETRIĄ ANALITYCZNA

## Egzamin na ocenę celującą, luty 2017

Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do celu, uzasadnić wyciągnięte wnioski, zacytować wykorzystane twierdzenia, napisać zastosowane wzory oraz, jeśli jest to potrzebne, sporządzić czytelny rysunek.

Powodzenia!

### ZADANIA

**1.** Do programu obliczeń symbolicznych wpisano macierz stopnia 10, której wyrazami są nieznanne liczby rzeczywiste. Jeżeli w macierzy zastąpimy wybrane wyrazy (co najmniej jeden) dowolnymi liczbami, to program poda jej wyznacznik. Ile razy najmniej musimy wykonać tę operację, aby odgadnąć wyznacznik macierzy, jeżeli po każdej operacji przywracana jest jej początkowa postać?

**2.** Wierzchołki sześcianu obchodzimy cyklicznie w kolejności:

$$\begin{aligned} &(0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 0), \\ &(0, 0, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 1), (0, 1, 1), \\ &(0, 0, 0), \dots \end{aligned}$$

Korzystając z liczb zespolonych wyprowadzić wzory określające współrzędne  $n$ -tego odwiedzonego wierzchołka.

**3.** Dron, który krążył po okręgu w przestrzeni  $\mathbb{R}^3$ , był widziany w punktach:  $A = (4, 3, 7)$ ,  $B = (2, -1, 3)$ ,  $C = (0, 1, 5)$ . Wyznaczyć jego najniższe i najwyższe położenie.

**4.** Niech  $z_1, z_2, z_3$  oznaczają pierwiastki wielomianu  $z^3 + z - 3$ . Obliczyć

$$\frac{z_1}{z_1 - 1} + \frac{z_2}{z_2 - 1} + \frac{z_3}{z_3 - 1}.$$

Autorem zadań jest Zbigniew Skoczylas.