

ALGEBRA Z GEOMETRIĄ ANALITYCZNĄ

Egzamin na ocenę celującą, luty 2021

Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do celu, uzasadnić wyciągnięte wnioski, zacytować wykorzystane twierdzenia, napisać zastosowane wzory oraz, jeśli jest to potrzebne, sporządzić czytelny rysunek. Powodzenia!

ZADANIA

1. Czy istnieje liczba rzeczywista x taka, że liczba $\left(x + i \sin \frac{\pi}{7}\right)^9$ też jest rzeczywista? Odpowiedź uzasadnić.

2. Udowodnić, że wszystkie pierwiastki wielomianu

$$W(z) = (z - i)^{11} + i(z + i)^{11}$$

są liczbami rzeczywistymi.

3. Pokazać, że macierz odwrotna do macierzy obróconej w lewo o 90° wokół jej środka pokrywa się z macierzą odwrotną obróconą o 90° w prawo.

4. Punkty $W_1 = (3, 2, 5)$, $W_2 = (3, 1, 6)$, $W_3 = (2, 1, 7)$ są kolejnymi wierzchołkami pewnego n -kąta foremego w przestrzeni \mathbb{R}^3 . Wyznaczyć n oraz współrzędne pozostałych wierzchołków wielokąta.

Zadanie 1. i 2. pochodzą z książki R. Wituły „Liczby zespolone i wielomiany”, a zadanie 3. ze „Zbioru zadań z algebry wyższej” Faddiejewa i Somińskiego. Autorem ostatniego zadania jest Zbigniew Skoczylas.