

# ALGEBRA Z GEOMETRIĄ ANALITYCZNA

Egzamin na ocenę celującą, 9. lutego 2022

## ZADANIA

1. Dla ustalonej liczby naturalnej  $n \geq 2$  niech  $A = \{z_1, z_2, z_3, \dots, z_n\}$  będzie zbiorem parami różnych liczb zespolonych o własności:

$$\{z_k z_1, z_k z_2, z_k z_3, \dots, z_k z_n\} = A \quad \text{dla każdego } k = 1, 2, \dots, n.$$

Pokazać, że jeśli  $z \in A$ , to  $\bar{z} \in A$ .

2. Wykazać, że jeśli  $A$  jest macierzą kwadratową wymiaru  $2 \times 2$ , to  $A^{2022}$  jest macierzą zerową wtedy i tylko wtedy, gdy  $A^2$  jest macierzą zerową. Sprawdzić, że własności tej nie posiadają macierze wymiaru  $3 \times 3$ .

3. Znaleźć wielomiany  $f(x)$  i  $g(x)$  o współczynnikach całkowitych i taką liczbę rzeczywistą  $t_0$ , aby  $f(t_0) = \sqrt{20}$  oraz  $g(t_0) = \sqrt{22}$ .

4. Znaleźć równanie powierzchni bocznej walca o promieniu 1, którego osią jest prosta  $\ell : x = y = z$ .

