

ALGEBRA LINIOWA 2

Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2011

Na pierwszej stronie pracy należy napisać: swoje imię i nazwisko, numer indeksu, wydział, kierunek, rok studiów, nazwiska wykładowcy i osoby prowadzącej ćwiczenia, datę, ocenę zaproponowaną na zaliczenie na podstawie kolokwiów oraz sporządzić poniższą tabelkę. Ponadto należy ponumerować, podpisać i spiąć zszywaczem wszystkie kartki pracy.

1	2	3	4	Suma	Ocena

Treści zadań proszę nie przepisywać. Rozwiązanie zadania o numerze n należy napisać na n -tej kartce pracy. Na rozwiązanie zadań przeznaczono 3 godziny. Za rozwiązanie każdego zadania można otrzymać od 0 do 5 punktów. Ocenę celującą otrzyma student, który uzyska co najmniej 10 punktów. **W rozwiązaniach zadań należy opisywać przebieg rozumowania, tj. formułować wykorzystywane twierdzenia, przytaczać stosowane wzory oraz uzasadniać wyciągane wnioski. Ponadto proszę sporządzać staranne rysunki z pełnym opisem.**

Zbigniew Skoczylas

ZADANIA

1. Pokazać, że istnieje funkcja f ciągła na \mathbb{R} taka, iż układ funkcji

$$\{f(x - n) : n \in \mathbb{N}\}$$

jest liniowo niezależny w przestrzeni $C(\mathbb{R})$?

2. Jaką postać mają przekształcenia liniowe $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, które odwzorowują pierwszy oktant układu współrzędnych na siebie?

3. Uzasadnić, że w przestrzeni $C[0, 2\pi]$ zachodzi równość

$$\text{lin} \{1, \sin^2 x, \sin^4 x, \sin^6 x, \dots\} = \text{lin} \{1, \cos 2x, \cos 4x, \cos 6x, \dots\}.$$

4. Kostką w przestrzeni \mathbb{R}^6 nazywamy zbiór

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_6) \in \mathbb{R}^6 : 0 \leq x_i \leq 1 \text{ dla } 1 \leq i \leq 6\}.$$

Dla $0 \leq k \leq 5$ wyznaczyć liczby ścian k -wymiarowych tej kostki.

Uwaga. Zadania opracował ZS.