ALGEBRA LINIOWA 2
Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2013
ZADANIA

1. Niech $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$ oraz $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots, \vec{b}_m$ $(n, m \in \mathbb{N})$ będą wektorami z przestrzeni liniowej V, które dla każdego niezerowego wektora $\vec{v} \in V$ spełniają równość

$$\text{lin}\left\{\vec{v}, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n\right\} = \text{lin}\left\{\vec{v}, \vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots, \vec{b}_m\right\}.$$

Pokazać, że $\text{lin}\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n\right\} = \text{lin}\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \ldots, \vec{b}_m\right\}$.

2. Wyznaczyć wymiar przestrzeni liniowej

$$\text{lin}\left\{A \in \mathbb{M}_{5\times 5} : \det A \neq 0\right\}.$$

Odpowiedź uzasadnić.

3. Przekształcenie $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ przeprowadza każdą podprzestrzeń $\mathbb{R}^3$ na podprzestrzeń $\mathbb{R}^3$. Czy przekształcenie L musi być liniowe? Odpowiedź uzasadnić.

4. W przestrzeni $\mathbb{R}_4[x]$ z iloczynem skalnym określonym wzorem

$$p \circ q = \sum_{k=-2}^{2} p(k)\, q(k)$$

wyznaczyć dopełnienie ortogonalne wielomianu $r(x) = 1 + x^2 + x^4$, tj. zbiór

$$\left\{p \in \mathbb{R}_4[x] : p \perp r\right\}.$$

Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

Wszystkie zadania opracował ZS.