

ANALIZA MATEMATYCZNA 1

Egzamin na ocenę celującą, styczeń 2013

Na pierwszej stronie pracy należy napisać swoje imię i nazwisko, numer indeksu, wydział, kierunek, rok studiów, nazwiska wykładowcy i osoby prowadzącej ćwiczenia, datę, ocenę zaproponowaną na zaliczenie na podstawie kolokwium oraz sporządzić poniższą tabelkę. Ponadto należy ponumerować, podpisać i spiąć zszywaczem wszystkie kartki pracy.

1	2	3	4	Suma	Ocena

Treści zadań proszę nie przepisywać. Rozwiązanie zadania o numerze n należy napisać na n -tej kartce pracy. Na rozwiązanie zadań przeznaczono 3 godziny. Za rozwiązanie każdego zadania można otrzymać od 0 do 5 punktów. Ocenę celującą otrzyma student, który uzyska co najmniej 10 punktów. **W rozwiązaniach należy dokładnie opisać rozumowanie, uzasadnić wyciągnięte wnioski, sformułować wykorzystane twierdzenia, zacytować zastosowane wzory oraz starannie sporządzić rysunki.** Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

ZADANIA

1. Początkowym wyrazem ciągu jest dowolna liczba wymierna. Kolejny wyraz ciągu powstaje przez dopisanie na końcu licznika oraz mianownika poprzedniego wyrazu dowolnej cyfry (niekoniecznie tej samej). Pokazać, że każdy ciąg otrzymany tym sposobem jest zbieżny.

2. Obliczyć granicę

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [\operatorname{ctg}(x + 2x^2) \operatorname{ctg}(x + 7x^2) - \operatorname{ctg}(x + 4x^2) \operatorname{ctg}(x + 5x^2)].$$

3. Jak przez środek elipsy o półosiach a, b ($a > b$) poprowadzić dwie prostopadłe cięciwy, aby ich łączna długość była: **a)** najmniejsza; **b)** największa?

4. W przedziale $(0, \frac{\pi}{2})$ obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x \operatorname{tg}^4 x \, dx.$$