

ANALIZA MATEMATYCZNA 1

Egzamin na ocenę celującą, luty 2014

1. Obliczyć granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{9n}\right)^{9n} - \left(1 + \frac{1}{7n}\right)^{7n}}{\left(1 + \frac{1}{5n}\right)^{5n} - \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{3n}}$.

2. Jaką największą szerokość może mieć pas (podzbiór płaszczyzny ograniczony dwiema prostymi równoległymi), który można umieścić między wykresami funkcji $y = e^x$, $y = -e^{-x+2}$?

3. Obliczyć całkę $\int_{-1}^1 x^{2013} \ln(1 + e^x) dx$.

4. Bryła jednorodna o masie M jest ograniczona powierzchnią powstałą z obrotu wykresu funkcji ciągłej i dodatniej $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, wokół osi Ox oraz płaszczyznami prostopadłymi do tej osi w punktach $x = a$, $x = b$. Korzystając z definicji całki oznaczonej funkcji jednej zmiennej wyprowadzić wzór na moment bezwładności bryły względem jej osi symetrii.

Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

Źródła. Zadanie 3. jest przeróbką problemu ze strony internetowej Mathlink. Pozostałe zadania opracował ZS.