

# ANALIZA MATEMATYCZNA 1

Egzamin na ocenę celującą, 7. lutego 2024

## ZADANIA

1. Czy istnieje ciąg liczb rzeczywistych  $(a_n)$ , dla którego ciąg  $b_n = \sin(n + \sin a_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , jest zbieżny? Odpowiedź uzasadnić.

2. Jak wiadomo, zachodzą równości  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e$  oraz  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ . Obliczyć granicę

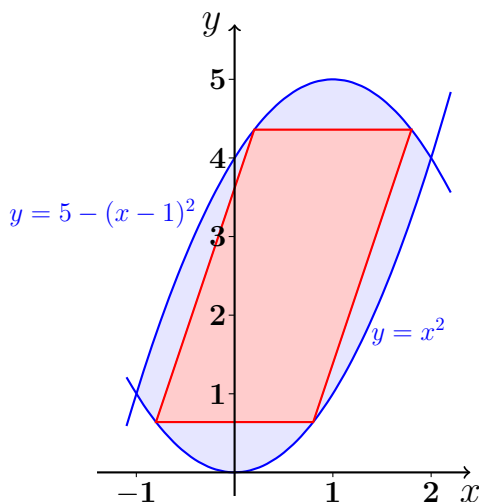
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+x)}{x} + x \right)^{1/x}.$$

3. Obszar  $D$  na płaszczyźnie składa się z punktów  $(x, y)$ , których współrzędne spełniają nierówność

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{y-x} \leq 1.$$

Obliczyć pole tego obszaru. Sporządzić rysunek.

4. Spośród równoległoboków wpisanych w obszar ograniczony parabolami  $y = x^2$  oraz  $y = 5 - (x-1)^2$  znaleźć ten, który ma największe pole. Przyjąć, że jeden z boków równoległoboku jest równoległy do osi  $Ox$ .



---

Zadanie 3 jest autorstwa dra Jerzego Cisło, zadanie 4 zaproponował dr Zbigniew Skoczylas, zaś zadania 1 i 2 zostały ułożone na potrzeby egzaminu przez Włodzimierza Bąka.