

ANALIZA MATEMATYCZNA 2

Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2011

Na pierwszej stronie pracy należy napisać: swoje imię i nazwisko, numer indeksu, wydział, kierunek, rok studiów, nazwiska wykładowcy i osoby prowadzącej ćwiczenia, datę, ocenę zaproponowaną na zaliczenie na podstawie kolokwium oraz sporządzić poniższą tabelkę. Ponadto należy ponumerować, podpisać i spiąć zszywaczem wszystkie kartki pracy.

1	2	3	4	Suma	Ocena

Treści zadań proszę nie przepisywać. Rozwiązanie zadania o numerze n należy napisać na n -tej kartce pracy. Na rozwiązanie zadań przeznaczono 3 godziny. Za rozwiązanie każdego zadania można dostać od 0 do 5 punktów. Ocenę celującą otrzyma student, który zdobędzie co najmniej 10 punktów. **W rozwiązaniach należy dokładnie opisywać przebieg rozumowania, tzn. formułować wykorzystywane twierdzenia, przytaczać stosowane wzory oraz uzasadniać wyciągane wnioski. Ponadto proszę sporządzać duże staranne rysunki z pełnym opisem.** Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

ZADANIA

1. Funkcja f jest ciągła na przedziale $[-1, 1]$. Ponadto dla każdej funkcji g , ciągłej i parzystej na $[-1, 1]$, spełnia warunek

$$\int_{-1}^1 f(x)g(x)dx = 0.$$

Pokazać, że funkcja f jest nieparzysta.

2. Niech O_n oznacza obwód n -kąta foremnego opisanego na okręgu o promieniu 1, a W_n - obwód n -kąta foremnego wpisanego w ten okrąg. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=3}^{\infty} (O_n - W_n).$$

3. Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami o równaniach:

$$z = x^2 + y^2, \quad x + y + z = \frac{7}{2}.$$

4. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji

$$f(x, y) = (x^2 - y^2) e^{-x^2 - y^2} \quad \text{na } \mathbb{R}^2.$$

Źródła: zadanie 1. pochodzi ze studenckiej olimpiady matematycznej w Rosji, zadanie 4. - z konkursu studenckiego w USA; pozostałe opracował ZS.