

ANALIZA MATEMATYCZNA 2

Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2012

Na pierwszej stronie pracy należy napisać: swoje imię i nazwisko, numer indeksu, wydział, kierunek, rok studiów, nazwiska wykładowcy i osoby prowadzącej ćwiczenia, datę, ocenę zaproponowaną na zaliczenie na podstawie kolokwium oraz sporządzić poniższą tabelkę. Ponadto należy ponumerować, podpisać i spiąć zszywaczem wszystkie kartki pracy.

1	2	3	4	Suma	Ocena

Treści zadań proszę nie przepisywać. Rozwiązanie zadania o numerze n należy napisać na n -tej kartce pracy. Na rozwiązanie zadań przeznaczono 3 godziny. Za rozwiązanie każdego zadania można dostać od 0 do 5 punktów. Ocenę celującą otrzyma student, który zdobędzie co najmniej 10 punktów. **W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie, uzasadnić wyciągnięte wnioski, sformułować wykorzystane twierdzenia, zacytować zastosowane wzory oraz starannie sporządzić rysunki.** Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

ZADANIA

1. Dla $t \in \mathbb{R}$ niech $f(t)$ oznacza jedyne rozwiązanie rzeczywiste równania $x^5 + x = t$. Obliczyć całkę

$$\int_0^2 f(t) dt.$$

2. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(\ln \ln n)^{\ln n}}.$$

3. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji

$$f(x, y) = x + y - 2\sqrt{x^2 + y^2}.$$

Odpowiedź uzasadnić.

4. Kwadrat jednostkowy obraca się jednostajnie wokół osi symetrii prostopadłej do jego powierzchni i jednocześnie jednostajnie przesuwa w górę wzdłuż tej osi (rys.). Kwadrat wykonał pełny obrót i podniósł się na wysokość 6π . Obliczyć objętość powstałej bryły.

Źródła. Zadanie 1 pochodzi z egzaminu wstępnego w Rosji, a zadanie 2 - z książki „Problems in Real Analysis”. Pozostałe zadania opracował ZS.

