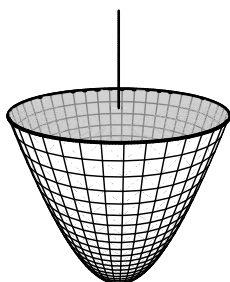


# ANALIZA MATEMATYCZNA 2

Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2013

## ZADANIA

1. Jednorodna bryła jest ograniczona paraboloidą  $z = a(x^2 + y^2)$  ( $a > 0$ ) oraz płaszczyzną  $z = 1$ . Dla jakich wartości parametru  $a$ , bryła ta dowolnie położona „na boku”, powróci do stanu z pionową osią symetrii, czyli będzie „wańką-wstańką”?



2. Przekątne czworokąta wypukłego mają długość  $p$  i  $q$  oraz są prostopadłe. W jakim stosunku powinny się one przecinać, aby obwód czworokąta był najmniejszy?

3. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=2}^{\infty} (2 - \sqrt[n]{n})^n.$$

4. Niech  $[a, b], [c, d]$  będą przedziałami w  $\mathbb{R}$ . Pokazać, że jeżeli dla dowolnego wielomianu  $W$  stopnia 2013 zachodzi równość

$$\int_a^b W(x) dx = \int_c^d W(x) dx,$$

to  $[a, b] = [c, d]$ .

Powodzenia!  
Zbigniew Skoczylas