

# ANALIZA MATEMATYCZNA 2

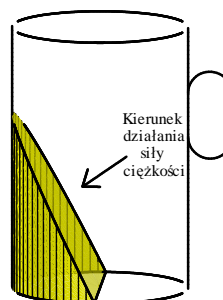
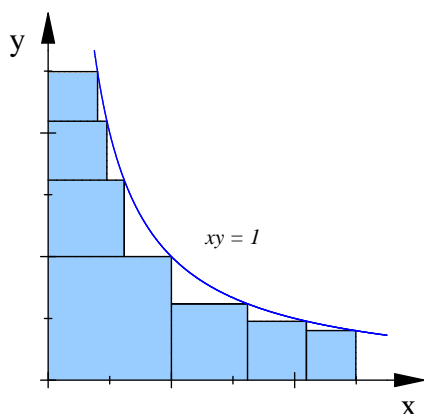
## Egzamin na ocenę celującą, 22 czerwca 2015

W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do wyniku, uzasadnić wyciągnięte wnioski, sformułować wykorzystane definicje, zacytować zastosowane twierdzenia (wyszczególnić założenia i tezę), a także napisać potrzebne wzory ogólne (z opisem oznaczeń). Ponadto, jeśli jest to konieczne, należy sporządzić czytelny rysunek z opisem.

Powodzenia!  
Zbigniew Skoczylas

### ZADANIA

1. W obszarze ograniczonym dodatnimi półosiami układu współrzędnych oraz gałęzią hiperboli  $xy = 1$  ułożono nieskończenie wiele kwadratów tak, jak na rysunku. Czy suma ich pól jest skończona? Odpowiedź uzasadnić.



2. Do pochylonego kufła w kształcie walca o średnicy  $D = 10$  cm wiano  $V = 250$  cm<sup>3</sup> piwa. Napój zakrył połowę dna oraz część powierzchni bocznej (rysunek). Obliczyć pole zakrytej powierzchni bocznej.

3. Znaleźć wielomian dwóch zmiennych, który ma 2015 minimów lokalnych właściwych i nie ma innych ekstremów (także niewłaściwych). Opisać metodę otrzymania wielomianu o tej własności.

4. Niech  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 & \text{dla } x \neq 0, \\ 1 & \text{dla } x = 0. \end{cases}$  Obliczyć  $f^{(100)}(0)$ .

# ANALIZA MATEMATYCZNA 2

## Egzamin na ocenę celującą, 30 VI 2015

W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do wyniku, uzasadnić wyciągnięte wnioski, sformułować wykorzystane definicje, zacytować zastosowane twierdzenia (wyszczególnić założenia i tezę), a także napisać potrzebne wzory ogólne (z opisem oznaczeń). Ponadto, jeśli jest to konieczne, należy sporządzić czytelny rysunek z opisem.

Powodzenia!  
Zbigniew Skoczylas

### ZADANIA

1. Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(4n+1)9^n}.$$

2. Zbadać zbieżność całki niewłaściwej

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{2015} dx}{2^x}.$$

3. Czy funkcja  $f(x, y) = \sin(x^6) + \sin(y^6) - \sin(x^4 + y^4)$  ma w punkcie  $(0, 0)$  ekstremum lokalne właściwe? Odpowiedź uzasadnić.

4. Wyznaczyć położenie środka masy połowy jednorodnego 12-kąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 1. Współrzędne środka masy podać w postaci  $a + \sqrt{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ).

# ANALIZA MATEMATYCZNA 2

Egzamin na ocenę celującą, 3 VII 2015

W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do wyniku, uzasadnić wyciągnięte wnioski, sformułować wykorzystane definicje, zacytować zastosowane twierdzenia (wyszczególnić założenia i tezę), a także napisać potrzebne wzory ogólne (z opisem oznaczeń). Ponadto, jeśli jest to konieczne, należy sporządzić czytelny rysunek z opisem.

Powodzenia!

Zbigniew Skoczylas

## ZADANIA

1. Obliczyć pole obszaru

$$\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - y)^2 \leq x + y \leq 1 \right\}.$$

2. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\sqrt{n}).$$

3. Na trzech parami skośnych krawędziach sześciangu jednostkowego wybrać po jednym punkcie tak, aby trójkąt o wierzchołkach w tych punktach miał: **a)** największe; **b)** najmniejsze pole.

4. Wyprowadzić wzory na współrzędne środka masy jednorodnego gładkiego cienkiego płata materialnego o równaniu  $z = f(x, y)$ , gdzie  $(x, y) \in D$  ( $D$  jest obszarem regularnym na płaszczyźnie  $xOy$ ). Następnie znaleźć położenie środka masy jednorodnej półsfery o promieniu  $R$ .