

# ANALIZA MATEMATYCZNA 2

## Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2016

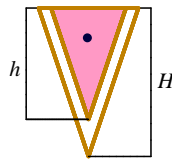
Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do celu, uzasadnić wyciągnięte wnioski, zacytować wykorzystane twierdzenia, napisać zastosowane wzory oraz, jeśli jest to potrzebne, sporządzić czytelny rysunek.

Powodzenia!  
Zbigniew Skoczylas

### ZADANIA

1. Zbadać zbieżność szeregu  $\sum_{n=1}^{\infty} (3 \ln(n^2 + 1) - 2 \ln(n^3 + 1))$ .

2. Wafelek do lodu ma kształt stożka wydrążonego o wysokości  $H$  z jednakową grubością ścianek (rysunek). Masa lodowa (stożek) wypełniająca wafelek ma wysokość  $h$  ( $h < H$ ). Przyjmując, że wafelek i masa są jednorodny, a gęstość masy jest 2 razy większa od gęstości wafelka, wyznaczyć położenie środka masy całego lodu.



3. Kątem nachylenia gładkiej powierzchni w ustalonym jej punkcie nazywamy kąt ostry między płaszczyzną styczną w tym miejscu, a poziomem. Obliczyć średni kąt nachylenia wzgórza o równaniu

$$z = \frac{1}{4} - x^2 - y^2 \quad (z \geq 0).$$

4. Trzy boki czworokąta wypukłego mają długość 1. Jaka powinna być długość czwartego boku czworokąta oraz jak powinien być on ukształtowany, aby miał największe pole? Odpowiedź uzasadnić.