

ANALIZA MATEMATYCZNA 2

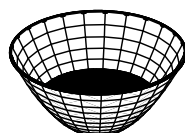
Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2017

Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do celu, uzasadnić wyciągnięte wnioski, zacytować wykorzystane twierdzenia, napisać zastosowane wzory oraz, jeśli jest to potrzebne, sporządzić czytelny rysunek.

Powodzenia!

ZADANIA

1. Jaką największą ilość wina można wlać do pucharu w kształcie paraboloidy o średnicy 2 i wysokości 1, aby po odchyleniu jego osi od pionu o 45° trunek nie wylał się?



2. Wyznaczyć równanie brzegu rzutu prostokątnego bryły

$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 2y)^2 + (y + z)^2 + (3z - x)^2 \leq 1 \right\}$$

na płaszczyznę xOy .

3. Ścieżka wytyczona na wzgórzu o równaniu $z = 100 - x^2 - y^2$ ($z \geq 0$) zaczyna się na poziomie $z = 0$ i w każdym miejscu wznosi się pod kątem $\alpha = \arctan 1/20$. Obliczyć długość ścieżki?

4. Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \sqrt[n]{3} - \operatorname{arcctg} \sqrt[n]{2} \right).$$

Autorem zadań jest Zbigniew Skoczylas.