

ANALIZA MATEMATYCZNA 2

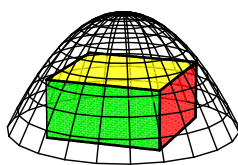
Egzamin na ocenę celującą, czerwiec 2019

Treści zadań proszę nie przepisywać. W rozwiązaniach należy opisać rozumowanie prowadzące do celu, uzasadnić wyciągnięte wnioski, zacytować wykorzystane twierdzenia, napisać zastosowane wzory oraz, jeśli jest to potrzebne, sporządzić czytelny rysunek. Powodzenia!

ZADANIA

1. Obliczyć $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^n}}$.

2. Znaleźć wymiary prostopadłościanu o największej objętości wpisanego w odcinek paraboloidy o promieniu podstawy R i wysokości H (rysunek).



3. Wyznaczyć przedział zbieżności szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n \sin \frac{1}{n^2} \right) x^n.$$

4. Podstawą „walca ściętego” V jest dowolny obszar płaski D . Z boku bryła ta jest ograniczona prostymi przechodzącymi przez brzeg obszaru D i prostopadłymi do niego, a z góry — dowolną płaszczyzną tnącą (rysunek). Pokazać wzór

$$\text{objętość}(V) = \text{pole}(D) \cdot h(C),$$

gdzie $h(C)$ oznacza wysokość pionowego odcinka łączącego środek masy C podstawy z płaszczyzną tnącą.

