

### KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa przedmiotu w języku polskim **ANALIZA MATEMATYCZNA 2A**  
Nazwa przedmiotu w języku angielskim **MATHEMATICAL ANALYSIS 2A**  
Poziom i forma studiów: **I, stacjonarna**  
Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy, kształcenia podstawowego z matematyki**  
Grupa kursów **NIE**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	<b>30</b>	<b>30</b>			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	<b>100</b>	<b>75</b>			
Forma zaliczenia	Egzamin	zaliczenie na ocenę			
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)					
Liczba punktów ECTS	<b>4</b>	<b>3</b>			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		<b>3</b>			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia (BU)	<b>1,5</b>	<b>1,5</b>			

### WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej potwierdzona zaliczeniem kursu *Analizy Matematycznej IA, IB* lub innego kursu zawierającego w programie rachunek różniczkowy i całkowity funkcji jednej zmiennej.

### CELE PRZEDMIOTU

- C1 Zapoznanie z podstawowymi kryteriami zbieżności szeregów liczbowych i własnościami szeregów potęgowych.
- C2 Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i twierdzeniami rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.
- C3 Zapoznanie z pojęciem całki podwójnej, metodami jej obliczania i przykładami zastosowań.
- C4 Zapoznanie z podstawowymi pojęciami dotyczącymi równań różniczkowych zwyczajnych i wykorzystaniem przekształcenia Laplace'a do rozwiązywania równań liniowych.

### PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

Z zakresu wiedzy:

PEU\_W01 znajomość podstawowych kryteriów zbieżności szeregów liczbowych i własności szeregów potęgowych,

PEU\_W02 znajomość podstawowych pojęć i twierdzeń rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych,

PEU\_W03 znajomość metod obliczania całek podwójnych,

PEU\_W04 znajomość pojęcia transformaty Laplace'a.

Z zakresu umiejętności:

PEU\_U01 umiejętność badania zbieżności szeregów liczbowych i rozwijania funkcji w szereg potęgowy przy wykorzystaniu rozwinięć funkcji elementarnych,

PEU\_U02 umiejętność obliczania pochodnych cząstkowych, kierunkowych i gradientu funkcji wielu zmiennych oraz umiejętność interpretowania otrzymanych wielkości, umiejętność rozwiązywania zadań optymalizacyjnych dla funkcji dwóch zmiennych,

PEU\_U03 umiejętność obliczania całek podwójnych i wykorzystywania ich do obliczania pól, objętości i wybranych wielkości fizycznych,

PEU\_U04 umiejętność wykorzystywania przekształcenia Laplace'a do rozwiązywania równań różniczkowych liniowych pierwszego i drugiego rzędu.

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEU\_K01 świadomość konieczności systematycznej i samodzielnej pracy w celu zdobycia wiedzy.

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - wykład		Liczba godzin
Wy1	<b>Całka niewłaściwa pierwszego rodzaju.</b> Definicja. Kryteria zbieżności. Przykłady zastosowań.	2
Wy2	<b>Szeregi liczbowe.</b> Podstawowe kryteria zbieżności. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Kryterium Leibniza.	3
Wy3	<b>Szeregi potęgowe.</b> Promień i przedział zbieżności. Twierdzenie Cauchy'ego-Hadamarda. Szeregi: Taylora i Maclaurina.	2
Wy4	<b>Rachunek różniczkowy funkcji dwóch (wielu) zmiennych.</b> Zbiory na płaszczyźnie i w przestrzeni. Funkcje dwóch (wielu) zmiennych. Przykłady wykresów funkcji dwóch zmiennych. Powierzchnie obrotowe i walcowe. Definicja i interpretacja geometryczna pochodnych cząstkowych pierwszego rzędu. Płaszczyzna styczna do wykresu funkcji dwóch zmiennych. Różniczka. Pochodna kierunkowa. Gradient funkcji. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Twierdzenie Schwarz'a. Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych. Warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum. Ekstrema warunkowe funkcji dwóch zmiennych. Najmniejsza i największa wartość funkcji na zbiorze. Przykłady zagadnień optymalizacyjnych.	8
Wy5	<b>Całki podwójne.</b> Definicja całki podwójnej. Interpretacja geometryczna i fizyczna. Własności całek podwójnych. Obliczanie całek po obszarach normalnych. Całka podwójna we współrzędnych biegunowych. Przykłady zastosowań całek podwójnych.	5
Wy6	<b>Wprowadzenie do równań różniczkowych i przekształcenie Laplace'a.</b> Podstawowe definicje dla równań różniczkowych	6

	pierwszego i drugiego rzędu. Równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych. Równanie liniowe pierwszego rzędu. Definicja i własności przekształcenia Laplace'a. Transformaty podstawowych funkcji. Zastosowanie przekształcenia Laplace'a do rozwiązywania równań różniczkowych liniowych pierwszego i drugiego rzędu.	
Wy7	<b>Temat dla kierunku studiów.</b> Rozwinięcie wybranych zagadnień z Wy1 -Wy6 lub inny temat uzgodniony z Wydziałem.	4
	<b>Suma godzin</b>	<b>30</b>

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	<b>Całki niewłaściwe pierwszego rodzaju.</b> Obliczanie całek niewłaściwych, badanie zbieżności, przykłady zastosowań.	2
Ćw2	<b>Szeregi liczbowe.</b> Badanie zbieżności szeregów liczbowych.	2
Ćw3	<b>Szeregi potęgowe.</b> Wyznaczanie przedziału zbieżności szeregu potęgowego. Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy przy wykorzystaniu rozwinięć podstawowych funkcji.	4
Ćw4	<b>Rachunek różniczkowy funkcji dwóch (wielu) zmiennych.</b> Wyznaczanie dziedziny. Szkicowanie poziomic i wykresów funkcji dwóch zmiennych (powierzchnie obrotowe i walcowe). Obliczanie pochodnych cząstkowych. Wyznaczanie równania płaszczyzny stycznej. Zastosowanie różniczki do szacowania dokładności obliczeń. Wyznaczanie i interpretowanie gradientu funkcji i pochodnej kierunkowej. Wyznaczanie ekstremów lokalnych i warunkowych funkcji dwóch zmiennych. Wyznaczanie najmniejszej i największej wartości funkcji na zbiorze. Przykłady zagadnień optymalizacyjnych.	9
Ćw5	<b>Całki podwójne.</b> Zamiana całki podwójnej na iterowane. Zmiana kolejności całkowania. Obliczanie całek po obszarach normalnych. Całka podwójna we współrzędnych biegunowych. Przykłady zastosowań całek podwójnych.	6
Ćw6	<b>Wprowadzenie do równań różniczkowych i przekształcenie Laplace'a.</b> Rozwiązywanie równań różniczkowych o zmiennych rozdzielonych i równań liniowych pierwszego rzędu. Wyznaczanie transformat Laplace'a i oryginałów na podstawie podanych wzorów. Zastosowanie przekształcenia Laplace'a do rozwiązywania równań różniczkowych liniowych pierwszego i drugiego rzędu.	5
Ćw7	<b>Kolokwium</b>	2
	<b>Suma godzin</b>	<b>30</b>

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>
N1 Wykład – metoda tradycyjna lub z wykorzystaniem technik multimedialnych.
N2 Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna.
N3 Praca własna studenta z wykorzystaniem pakietów matematycznych.
N4 Konsultacje.

**OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ**

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F,P - Ćw	PEU_U1 - PEU_U4, PEU_K1	kolokwia, odpowiedzi ustne, kartkówki
P-W	PEU_W1 - PEU_W4	egzamin

**LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA****LITERATURA PODSTAWOWA**

- [1] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza Matematyczna 2. Definicje, twierdzenia, wzory. Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.
- [2] M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza Matematyczna 2. Przykłady i Zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2016.
- [3] R. Leitner, Zarys Matematyki Wyższej dla Studiów Technicznych, Cz. 1 - 2 WNT, Warszawa, 2006.

**LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA**

- [1] W. Kryszewski, L. Włodarski, Analiza Matematyczna w Zadaniach, Cz. II, PWN, Warszawa 2006.
- [2] F. Leja, Rachunek Różniczkowy i Całkowy, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
- [3] M. Zakrzewski, Markowe wykłady z matematyki. Analiza, geometria i świat fizyczny, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2017.

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

**Wydziałowa Komisja Programowa ds. przedmiotów kształcenia podstawowego z matematyki**

**E-mail: w13prodziekan.nauczania@pwr.edu.pl**