

Prof. dr hab. inż. Jacek Banasiak
Instytut Matematyki Politechniki Łódzkiej

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Tomasza Werona

1 Opis pracy

Mgr. Tomasz Weron przedstawił jako pracę doktorską 4 artykuły, z których trzy są opublikowane, zaś jedna jest w formie preprintu w arXiv, oraz ich obszerne omówienie. Opublikowane prace to:

1. Weron, T., & Sznajd-Weron, K. (2022). On reaching the consensus by disagreeing. *Journal of Computational Science* (Elsevier), 61, 101667.
2. Weron, T., & Szwabiński, J. (2022). Opinion evolution in divided community. *Entropy* (MDPI), 24(2), 185.
3. Weron, T., Nyczka, P., & Szwabiński, J. (2024). Composition of the Influence Group in the q-Voter Model and Its Impact on the Dynamics of Opinions. *Entropy* (MDPI), 26(2), 132,

zaś preprint to

4. Weron, T. (2024). Multi-layer diffusion model of photovoltaic installations. arXiv preprint arXiv:2408.09904v2.

Przedmiotem badań mgr. Werona jest modelowanie zmian opinii w populacji. Podstawą podejścia jest budowanie algorytmów zmian opinii (stanu) indywidualnych agentów rozmieszczonych w węzłach sieci poddanych oddziaływaniu sąsiadów według zadanego schematu, choć autor również rozważa równania zwyczajne wynikające z przybliżenia pola średniego wyjściowego układu dyskretnego. Praca 1. dotyczy uogólnienia popularnego modelu stworzonego ponad dwadzieścia lat temu przez Profesora Sznajd-Weron (zbieżność nazwisk jest nieprzypadkowa), którym opinia (± 1) jest przejmowana od sąsiada jeśli jest on w grupie (oryginalnie dwuosobowej) której członkowie mają te same opinie. Jeśli zaś w grupie referencyjnej nie ma zgody, to sąsiedzi członków grupy przyjmują opinie przeciwne do nich. Rozważane uogólnienie pozwala w tym przypadku na zmianę opinii tylko z pewnym prawdopodobieństwem. Dalsze uogólnienie rozważane w tej pracy dotyczy możliwości przemieszczania się agentów gdy sąsiednie węzły w sieci są puste. Praca ta zawiera konstrukcję modeli i symulacje Monte Carlo, które prowadzą do raczej nieintuicyjnego wniosku, że jeśli prawdopodobieństwo zmiany opinii jest przez sąsiadów niezgadzącej się pary jest duże, to ewolucja do stanu powszechnej zgody jest szybsza. Umożliwienie ruchu osobników powoduje, że dotarcie do tego stanu jest wolniejsze. W pracy 2., autorzy rozważają wersję modelu w którym zmiany opinii bazują na opinii grupy q wybranych losowo osobników: jeśli wszyscy mają tę samą opinię, następuje dopasowanie, a jak nie, to zmiana następuje z pewnym prawdopodobieństwem, co pozwala na pewną niezależność osobników. Tutaj mamy dodatkowo podział sieci na dwie komunikujące się ze sobą kliki. Wykorzystując wzory na prawdopodobieństwo całkowite, autorzy formalnie wyprowadzają wzór na układ dwóch rów-

nań zwyczajnych na (graniczne) gęstości osobników o (dodatniej) opinii. Układ ten jest badany wyłącznie numerycznie. Autorzy koncentrują się na trzech efektach wprowadzonej niezależności w podejmowaniu decyzji: (1) ostateczna gęstość osobników mających tę samą opinię się zmniejsza, (2) zmniejsza się ilość połączeń między klikami przy której następuje przejście konsensus-polaryzacja, (3) pojawia się przejście fazowe ze stanu spolaryzowanego do nieuporządkowanego. Znowu pojawia się nieintuicyjny wynik, że zwiększenie połączeń pomiędzy zantagonizowanymi grupami wpływa negatywnie na możliwość pojawienia się konsensusu w całym społeczeństwie. Można zwrócić uwagę, że w Fig. 1 jest błąd w podpisie – powinno być $1 - h$ a nie $1 - p$. W pracy 3. autorzy rozważają porównują dynamikę dwóch wariantów poprzedniego modelu, w których q osobników grupy wpływu może być wybranych z powtórzeniami lub bez powtórzeń. Porównanie odbywa się wyłącznie za pomocą symulacji numerycznych, z wykorzystaniem kilku różnych aproksymacji, i pokazuje, że różnice pomiędzy wersjami są często niewielkie, mają jednak znaczenie w przypadku rzadkich sieci. Ostatnia, nieopublikowana jeszcze w czasopiśmie naukowym, praca 4., której tytuł odpowiada tytułowi dysertacji, jest stosunkowo najbardziej złożona i stosuje poprzednio rozwijaną metodologię do modelowania dyfuzji innowacji. Biorąc za punkt wyjścia instalacje fotowoltaiczne, autor rozważa dwa rodzaje wpływu – poprzez obserwację bezpośrednich sąsiadów oraz na podstawie zbierania opinii. Osobnik może zainstalować ogniwo lub je zdemontować. Dwa rodzaje wpływu są powodem wprowadzenia modelu wielopoziomowego (tu, dwupoziomowego) grafu. Tak jak w poprzednich pracach, autor buduje algorytm aktualizujący opisujący model dyskretny oraz wypisuje układy równań dla gęstości przyjętych innowacji na podstawie obserwacji sąsiadów i zbierania opinii w dwóch przypadkach: gdy osobnik akceptuje instalację gdy wystarczy jeden pozytywny wynik, oraz gdy instalacja jest poparta przez obydwie wyniki. W tej pracy, w przeciwieństwie do poprzednich, autor formułuje dwa twierdzenia, w których wyprowadza (formalnie) postać równań i dowodzi istnienia punktów stacjonarnych. Ostatni wynik wymaga technicznie dość skomplikowanej, ale podstawowej, analizy rozwiązalności nieliniowych równań z jedną niewiadomą. Główne wyniki są uzyskane, jak poprzednie, za pomocą symulacji numerycznych metodą Monte Carlo i przybliżeń modelu. Symulacje wskazują na istnienie wielu punktów stacjonarnych, których istnienie nie zostało udowodnione analitycznie.

2 Ocena pracy

Przedstawione materiały są trudne do oceny, zwłaszcza dla osoby mającej dość tradycyjne podejście do matematyki. Po pierwsze, nie jest dla mnie jasne, jaka jest rola recenzenta w przypadku doktoratu składającego się z opublikowanych prac, które przecież musiały przejść przez proces recenzji. Przeczytałem prace, może bez specjalnego wglębiania się w ich szczegóły techniczne, z zainteresowaniem, bo tematyka jest ciekawa i aktualna, co pokazują też cytowania (w bazie Scopus), choć wyniki są dość nieintuicyjne, na co zwracają uwagę sami autorzy. Być może modele są wciąż zbyt proste. Prace te stanowią spójny zbiór wyników

dotyczących dobrze sprecyzowanej tematyki. Z drugiej strony, prace zawierają głównie konstrukcje modeli i ich badanie za pomocą symulacji numerycznych. Prace nie zawierają informacji o rozwijaniu nowych metod numerycznych, zatem przypuszczam, że numeryka jest standardowa. Wyprowadzenie równań przybliżenia pola średniego z równania na prawdopodobieństwo całkowite, zwłaszcza formalne, choć czasami wymaga delikatności, jest klasyczne. Rozważania matematyczne w pracy 4. są raczej elementarne. Tylko jedna z prac przedstawionych do doktoratu pojawiła się w MathSciNet, a żadna w Zentralblatt (warto dodać że czasopismo *Entropy*, w której kandydat ma dwie prace z promotorem, przestało być indeksowane przez MathSciNet w 2023, a przez Zentralblatt w 2015, co może mieć związek z kontrowersjami dotyczącymi wydawnictwa MDPI; nie jest też przypisane do dyscypliny matematyka na Ministerialnej Liście Czasopism Punktowanych). Ponieważ Scopus podaje 14 prac kandydata, MathScinet 3, a Zentralblatt 1, wydaje się, że jego dorobek należy bardziej do fizyki obliczeniowej niż do klasycznej matematyki.

Jak napisałem, prace mi się podobają, są nietrywialne i mają potencjał, aby wzbudzić zainteresowanie w wielu dyscyplinach stosowanych, nie czuję się jednak kompetentny, aby ocenić, czy należą do dyscypliny matematyka w aktualnym rozumieniu tego słowa. Jeśli jednak w tej sprawie zostanie osiągnięty konsensus, moją recenzję można uznać za pozytywną.



4/3/2025

