

## Niezależność V-monotoniczna w probablistyce nieprzemiennej

### Streszczenie

W rozprawie doktorskiej wprowadzamy i badamy nowy model niezależności w nieprzemiennej teorii prawdopodobieństwa. Nieprzemienność polega tu na tym, że zmienne losowe są elementami abstrakcyjnych algebr, w których mnożenie elementów jest zwykle nieprzemienne, podczas gdy klasyczne zmienne losowe można rozpatrywać jako elementy algebr przemiennej. W przeciwieństwie do klasycznej teorii prawdopodobieństwa, w której występuje tylko jedno pojęcie stochastycznej niezależności zmiennych losowych, w probablistyce nieprzemiennej rozważa się wiele takich pojęć. Najważniejszą z nich jest niezależność wolna, pochodząca od Avitzoura i Voiculescu. Popularne są także modele niezależności tensorowej, Boole'owskiej oraz dwa bliźniacze modele niezależności — niezależność monotoniczną oraz antymonotoniczną.

Wprowadzony i badany w rozprawie model niezależności V-monotonicznej można rozpatrywać jako połączenie modelu niezależności monotonicznej i antymonotonicznej w jeden model. Najlepiej jest to widoczne na poziomie tzw. przestrzeni Focka, czyli pewnych przestrzeni Hilberta, które są powiązane z tymi pojęciami niezależności. Mianowicie, obie przestrzenie Focka — monotoniczna i antymonotoniczna — są podprzestrzeniami V-monotonicznej przestrzeni Focka. W rozprawie badamy rozkład łączny rodziny V-monotonicznych niezależnych zmiennych losowych, tzn. ogólną zasadę wyznaczania takiego rozkładu za pomocą rozkładów brzegowych. Wiąże się z tym kombinatoryka partycji zbiorów skończonych oraz sposób etykietowania bloków (tj. elementów) tych partycji. Ponownie, V-monotoniczny sposób etykietowania zawiera w sobie monotoniczny i antymonotoniczne etykietowania. W pracy badamy również iloczyn stanów związany z naszym modelem — jest to analogon produktu miar.

Dużą część rozprawy stanowi centralne twierdzenie graniczne oraz rozkład Gaussa dla V-monotonicznej niezależności. Udowadniamy to twierdzenie oraz wyznaczamy rozkład graniczny. Przy badaniu momentów takich rozkładów w probablistyce nieprzemiennej również pojawiają się partycje. Na pierwszy rzut oka model V-monotoniczny wydaje się dość prostą modyfikacją modelu monotonicznego. Mimo to już na poziomie kombinatorycznym, czyli przy wyznaczaniu liczebności pewnej klasy partycji związanej z momentem, nasz model jest znacznie bardziej skomplikowany od modelu monotonicznego. Pojawiająca się rekurencja na momenty jest dużo trudniejsza do rozwiązania i nie udało się za pomocą tej rekurencji wyznaczyć miary. Zamiast tego, znajdujemy inną rekurencję w celu wyznaczenia funkcji tworzącej momenty, a następnie, korzystając z transformaty Cauchy'ego–Stieltjesa oraz wzoru odwrócenia Stieltjesa, wyznaczamy V-monotoniczną miarę gaussowską. Ponieważ jedna z funkcji występująca we wzorze na transformatę przedłuża się analitycznie w nietypowy sposób, to wyznaczeniu miary granicznej poświęcony jest cały rozdział.