

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa przedmiotu w języku polskim:	<b>Algebra 2</b>
Nazwa przedmiotu w języku angielskim:	<b>Algebra 2</b>
Kierunek studiów:	<b>Matematyka, Matematyka i Analiza Danych</b>
Stopień studiów i forma:	<b>I stopień, stacjonarna</b>
Rodzaj przedmiotu:	<b>obowiązkowy</b>
Kod przedmiotu:	
Grupa kursów:	<b>TAK</b>

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	<b>45</b>	<b>30</b>			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	<b>75</b>	<b>75</b>			
Forma zaliczenia	<b>Egzamin</b>				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	<b>X</b>				
Liczba punktów ECTS	<b>3</b>	<b>3</b>			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		<b>3</b>			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia (BU)	<b>2,1</b>	<b>1,3</b>			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH**

Znajomość liczb zespolonych i wielomianów zmiennej rzeczywistej i zespolonej.  
 Znajomość i umiejętność stosowania rachunku macierzowego.  
 Znajomość podstaw teorii przestrzeni liniowych.  
 Umiejętność obliczania wyznaczników różnymi metodami i znajomość ich zastosowania.  
 Umiejętność rozwiązywania układów równań liniowych i analizowania zbioru ich rozwiązań.

**CELE PRZEDMIOTU**

C1 Przedstawienie podstaw teorii przekształceń liniowych.  
 C2 Wyrobienie umiejętności wyznaczania wektorów i wartości własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń.  
 C3 Przekazanie podstawowej wiedzy o formach dwuliniowych i kwadratowych, metodach sprowadzania form kwadratowych do postaci kanonicznej i badania ich dodatniej określoności.  
 C4 Zapoznanie z pojęciem iloczynu skalarnego i strukturą przestrzeni liniowych z iloczynem skalarnym oraz zaprezentowanie procedury znajdowania baz ortogonalnych w tych przestrzeniach.  
 C5 Przedstawienie podstaw teorii przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym.

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ**

**Z zakresu wiedzy student**

PEU\_W01 zna podstawowe pojęcia z teorii przekształceń liniowych,  
 PEU\_W02 potrafi wyznaczać wektory i wartości własne przekształceń liniowych,  
 PEU\_W03 zna podstawy teorii form dwuliniowych i kwadratowych,  
 PEU\_W04 zna pojęcie iloczynu skalarnego i jego zastosowań do konstrukcji baz ortogonalnych w przestrzeniach z iloczynem skalarnym,  
 PEU\_W05 zna podstawy teorii przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym.

**Z zakresu umiejętności student**

PEU\_U01 potrafi badać własności przekształcenia liniowego i wyznaczać jego jądro i obraz,  
 PEU\_U02 potrafi wyznaczać wartości i wektory własne przekształceń liniowych,

PEU\_U03 potrafi sprowadzić formę kwadratową do postaci kanonicznej i zbadać jej dodatnią lub ujemną określoność,  
 PEU\_U04 potrafi wyznaczać bazy ortogonalne przestrzeni liniowych metodą Grama-Schmidta i znajdować rzuty ortogonalne wektorów na podprzestrzeń,  
 PEU\_U05 potrafi badać podstawowe typy przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym.

**Z zakresu kompetencji społecznych student**  
 PEU\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej,  
 PEU\_K02 potrafi precyzyjnie formułować pytania.

<b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>		
<b>Forma zajęć – wykład</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Przekształcenia liniowe. Macierz przekształcenia liniowego. Operacje na przekształceniach (dodawanie, mnożenie przez liczby, składanie).	2
Wy2	Obraz, jądro i rząd przekształcenia liniowego. Odwracalność przekształcenia i przekształcenie odwrotne.	3
Wy3	Macierz przejścia z bazy do bazy. Macierze przekształcenia liniowego w różnych bazach. Podobieństwo macierzy.	2
Wy4	Podprzestrzenie niezmiennicze przekształcenia liniowego. Suma prosta przestrzeni liniowych. Izomorfizm przestrzeni liniowych.	4
Wy5	Wektory i wartości własne przekształceń liniowych i macierzy. Wielomian charakterystyczny.	4
Wy6	Iloczyn skalarny. Przestrzenie euklidesowe i unitarne. Nierówność Schwarz'a, norma, przestrzenie unormowane.	3
Wy 7	Wektory ortogonalne. Bazy ortogonalne i ortonormalne. Ortogonalizacja Grama-Schmidta.	3
Wy8	Wyznacznik Grama. Rzut ortogonalny na podprzestrzeń.	2
Wy9	Formy dwuliniowe i kwadratowe. Postać kanoniczna formy kwadratowej. Metoda Lagrange'a. Przestrzeń dualna, odwzorowanie dualne.	3
Wy10	Dodatnia określoność i sygnatura formy kwadratowej. Kryterium Sylwestra dodatniej określoności formy kwadratowej. Twierdzenie Sylwestra o bezwładności.	4
Wy11	Przekształcenie sprzężone do przekształcenia liniowego w przestrzeni z iloczynem skalarnym. Przekształcenia symetryczne i hermitowskie.	3
Wy12	Przekształcenia ortogonalne i unitarne, dodatnie i normalne. Projektory ortogonalne.	2
Wy13	Spektrum przekształcenia i jego własności. Twierdzenia spektralne w przestrzeniach skończonego wymiaru.	4
Wy14	Diagonalizacja macierzy symetrycznych i hermitowskich, ortogonalnych i unitarnych.	2
Wy15	Przekształcenia nilpotentne. Twierdzenie Jordana (bez dowodu). Postać Jordana macierzy. Rozkład przekształcenia na część nilpotentną i odwracalną.	4
<b>Suma godzin</b>		<b>45</b>

<b>Forma zajęć – ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Badanie przykładów przekształceń liniowych i ich własności. Wyznaczanie jądra i obrazu przekształcenia liniowego.	4
Ćw2		
Ćw3	Badanie odwracalności przekształcenia liniowego i wyznaczanie przekształcenia odwrotnego. Wyznaczanie macierzy przekształcenia liniowego w różnych bazach.	2
Ćw4 Ćw5	Wyznaczanie wartości i wektorów własnych przekształceń liniowych i macierzy tych przekształceń. Badanie przykładów podprzestrzeni niezmienniczych. Badanie izomorfizmu przestrzeni liniowych.	4

Ćw6 Ćw7	Badanie przestrzeni z iloczynem skalarnym. Znajdowanie baz ortogonalnych tych przestrzeni metodą Grama-Schmidta. Wyznaczanie rzutu ortogonalnego wektora na podprzestrzeń.	4
Ćw8	Kolokwium 1.	1
Ćw9 Ćw10	Sprowadzanie form kwadratowych do postaci kanonicznej i badanie ich określoności (dodatniej, ujemnej, niedodatniej, nieujemnej).	4
Ćw11 Ćw12	Badanie podstawowych typów przekształceń liniowych na przestrzeniach z iloczynem skalarnym (sprzężonych, hermitowskich, ortogonalnych, unitarnych, normalnych).	5
Ćw13	Diagonalizacja macierzy symetrycznych i hermitowskich, ortogonalnych i unitarnych.	2
Ćw14	Badanie przykładów przekształceń nilpotentnych. Wyznaczanie postaci kanonicznej Jordana macierzy na prostych przykładach.	3
Ćw15	Kolokwium 2.	1
<b>Suma godzin</b>		<b>30</b>

#### **STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE**

N1 Wykład problemowy – metoda tradycyjna  
N2 Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna  
N3 Konsultacje  
N4 Praca własna studenta -przygotowanie do ćwiczeń

#### **OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ**

Oceny: F – formująca, w trakcie semestru; P – podsumowująca, na koniec semestru	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEU_U01-PEU_U05 PEU_K01, PEU_K02	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEU_W01-PEU_W05 PEU_U01-PEU_U05 PEU_K01, PEU_K02	Egzamin
$P=0,5 \cdot F1 + 0,5 \cdot F2$		

#### **LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA**

##### **LITERATURA PODSTAWOWA:**

- [1] A. Kostrikin, Wstęp do algebry, t.2 Algebra liniowa, PWN 2004
- [2] A. Mostowski, M. Stark, Elementy algebry wyższej, PWN 1970.
- [3] B. Gleichgewicht, Algebra, GiS 2002.
- [4] J. Klukowski, I. Nabałek, Algebra dla studentów, WNT, 2006.

##### **LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:**

- [5] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, 2, Przykłady i zadania, GiS 1999.
- [6] I. M. Gelfand, Wykłady z algebry liniowej, PWN 1975.
- [7] A. Białynicki-Birula, Algebra, PWN 1971.
- [8] I. Nabałek, Zadania z algebry liniowej, WNT, 2006.

#### **OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Prof. dr hab. inż. Romuald Lenczewski ( Romuald.Lenczewski@pwr.edu.pl)