WYDZIAŁ MATEMATYKI
KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa przedmiotu w języku polskim:	**Analiza funkcjonalna**
Nazwa przedmiotu w języku angielskim:	**Functional Analysis**
Kierunek studiów:	**Matematyka**
Stopień studiów i forma:	**I stopień, stacjonarna**
Rodzaj przedmiotu:	**obowiązkowy**
Kod przedmiotu:	**MAT002111Wc**
Grupa kursów:	**TAK**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	**45**	**30**			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	**210**				
Forma zaliczenia	**egzamin**				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy(X)	**X**				
Liczba punktów ECTS	**7**				
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)	**3**				
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia(BU)	**4**				

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

Znajomość podstawowych pojęć i twierdzeń z analizy matematycznej dotyczących rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej, topologii metrycznej oraz elementarnej teorii miary.

CELE PRZEDMIOTU

C1 Przedstawienie aksjomatyki przestrzeni unormowanych, Banacha i Hilberta.
C2 Zaprezentowanie pojęcia ortogonalności.
C3 Przedstawienie pojęcia bazy i idei rozwijania funkcji w szereg Fouriera.
C4 Zapoznanie z pojęciem funkcjonału, operatora oraz przestrzeni sprzężonej.
C5 Przedstawienie klasyfikacji kluczowych przestrzeni Banacha.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

Z zakresu wiedzy student

PEU_W01 zna aksjomatykę przestrzeni unormowanych i Banacha, zna podstawowe przykłady ciągowych i funkcyjnych przestrzeni Banacha,
PEU_W02 zna aksjomatykę przestrzeni unitarnych oraz Hilberta, rozumie pojęcia iloczynu skalarnego i ortogonalności,
PEU_W03 rozumie ideę rozwinięcia elementu przestrzeni Hilberta w szereg Fouriera,
PEU_W04 rozpoznaje kluczowe typy przestrzeni Banacha i zna ich podstawowe własności,
PEU_W05 wie, jaką postać mają funkcjonały na poznanych przestrzeniach Banacha oraz zna przestrzenie do nich sprzężone,
PEU_W06 zna pojęcie operatora liniowego, rozumie ważność ograniczoności operatora.

Z zakresu umiejętności student

PEU_U01 umie weryfikować kluczowe własności przykładowych przestrzeni liniowo-metrycznych,
PEU_U02 znajduje bazy w przestrzeniach Banacha i Hilberta, znajduje dopełnienia ortogonalne podprzestrzeni,
PEU_U03 potrafi rozwijać elementy funkcyjnych przestrzeni Hilberta w szeregi Fouriera, znajdować rzut ortogonalny na zadaną podprzestrzeń,
PEU_U04 swobodnie posługuje się pojęciami funkcjonału i operatora liniowego, oblicza normy funkcjonałów i operatorów,
PEU_U05 identyfikuje przestrzenie sprzężone, manipuluje operatorami sprzężonymi, rozwiązuje zadania z zastosowaniem funkcjonałów i operatorów na poznanych przestrzeniach Banacha i Hilberta.

Z zakresu kompetencji społecznych student PEU_K01 potrafi korzystać z dostępnej literatury naukowej, PEU_K02 rozumie potrzebę systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału, PEU_K03 hartuje się w dążeniu do osiągnięcia celu (np. rozwiązania zadania) i nie zraża się początkowymi trudnościami, PEU_K04 potrafi prezentować swoje rozumowania i dyskutować na temat wystąpień kolegów.

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - wykład		**Liczba godzin**
Wy1-2	**Przestrzenie unormowane**: własności normy, równoważność norm, normy w przestrzeniach skończenie wymiarowych. Nierówności Höldera i Minkowskiego,	5
Wy3-4	**Przestrzenie Banacha**: przykłady, w tym przestrzenie ciągowe i funkcyjne, zupełność normy w L^p, baza topologiczna.	6
Wy5-7	**Operatory liniowe**: związek ciągłości z ograniczonością, norma operatora, przykłady operatorów ograniczonych, w tym przykłady operatorów całkowych, izomorfizmy przestrzeni Banacha, normy, operatory i izomorfizmy na przestrzeniach skończenie wymiarowych.	8
Wy8-10	**Przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta**: iloczyn skalarny, nierówność Schwarza, twierdzenie Pitagorasa, tożsamość równoległoboku, przykłady przestrzeni unitarnych i Hilberta, nierówność Bessela, tożsamość Parsevala. Rzut ortogonalny.	8
Wy11	**Układy ortogonalne**: przykłady układów ortogonalnych, baza ortonormalna w ośrodkowej przestrzeni Hilberta, rozwinięcie elementu w szereg Fouriera.	4
Wy12	**Twierdzenie Stone'a – Weierstrassa**: dowód twierdzenia, zastosowania do pokazania zupełności układów trygonometrycznych.	4
Wy13-15	**Funkcjonały liniowe**: twierdzenie Riesza o postaci funkcjonału na przestrzeni Hilberta, przestrzeń sprzężona (dualna), opis przestrzeni dualnych do l^p i L^p, twierdzenie Riesza o postaci funkcjonału na C([0,1]) (informacja dla C(X), X-zwarta, bez dowodu)	10
	Suma godzin	**45**

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - ćwiczenia		**Liczba godzin**
Ćw1	Elementy topologii: przykłady przestrzeni metrycznych, w tym - zupełnych, zbiory otwarte, domknięte, ciągłość odwzorowań pomiędzy przestrzeniami metrycznymi, ośrodkowość, zbiory zwarte w przestrzeniach metrycznych.	2
Ćw2-3	Przykłady przestrzeni unormowanych, przestrzenie ciągowe c, c_0, l^p, funkcyjne L^p, $C(X)$, itp.; ugruntowanie pojęcia zupełności, własności topologiczne przestrzeni L^p dla różnych przestrzeni miarowych.	4
Ćw4-6	Przykłady operatorów liniowych, norma operatorowa, operatory całkowe i różniczkowe, praktyczne sposoby badania ograniczoności operatorów.	6
Ćw7-9	Różne przykłady iloczynów skalarnych, ugruntowanie pojęć związanych z przestrzeniami Hilberta.	6
Ćw10-11	Przykłady baz ortogonalnych w L^2(R) i L^2(0,1) oraz w zespolnej L^2(0,1). Wielomiany Legendre'a, funkcje Rademachera. Rozwijanie funkcji w uogólniony szereg Fouriera względem konkretnych baz, zastosowania twierdzenia Stone'a -Weierstrassa.	4
Ćw12-14	Ugruntowanie wiedzy o miarach znakowanych i miarach o wartościach zespolonych; własności funkcjonałów liniowych, znajdowanie przestrzeni sprzężonej do danej, zastosowanie podanych na wykładzie twierdzeń o postaci funkcjonałów na klasycznych przestrzeniach Banacha.	6
Ćw15	Kolokwium zaliczeniowe	2
	Suma godzin	**30**

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE
N1 Wykład problemowy – metoda tradycyjna.

N2 Ćwiczenia problemowe – metoda tradycyjna. N3 Konsultacje. N4 Praca własna studenta.

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ		
Oceny: F – formująca, w trakcie semestru; P – podsumowująca, na koniec semestru	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEU_U01-PEU_U05 PEU_W01-PEU_W06 PEU_K01-PEU_K04	odpowiedzi ustne, kartkówki,
F2	PEU_W01-PEU_W06 PEU_U01-PEU_U04 PEU_K01-PEU_K03	kolokwia
F3	PEU_U01-PEU_U05 PEU_W01-PEU_W06 PEU_K01-PEU_K03	egzamin
P = 0,3*F1+0,3*F2+0,4*F3		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA:

1. Jacek Chmieliński, Analiza funkcjonalna (notatki do wykładu), Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków 1999.
2. Janusz Górniak i Tadeusz Pytlik, Analiza funkcjonalna w zadaniach, PWr, Wrocław 1992.
3. Jan Rusinek, Zadania z analizy funkcjonalnej z rozwiązaniami, Wyd. UKSW, Warszawa 2004.
4. Stanisław Prus i Adam Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

1.Walter Rudin, Analiza funkcjonalna, PWN, Warszawa 2001,
2. M. Reed and B. Simon, Methods of modern mathematical physics, vols. 1,2, Academic Press, New York, 1972

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

prof. Romuald Lenczewski (Romuald.Lenczewski@pwr.wroc.pl)
prof. Tomasz Downarowicz (Tomasz.Downarowicz@pwr.wroc.pl)