

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa przedmiotu w języku polskim: **Analiza matematyczna 1**  
 Nazwa przedmiotu w języku angielskim: **Mathematical Analysis 1**  
 Kierunek studiów: **Matematyka, Matematyka i Analiza Danych**  
 Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**  
 Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy**  
 Kod przedmiotu:  
 Grupa kursów: **TAK**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	<b>60</b>	<b>60</b>			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	<b>125</b>	<b>125</b>			
Forma zaliczenia	<b>Egzamin</b>				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	<b>X</b>				
Liczba punktów ECTS	<b>5</b>	<b>5</b>			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		<b>5</b>			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia (BU)	<b>2,7</b>	<b>2,5</b>			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH**

Wiedza i umiejętności na poziomie egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie pojęcia granicy ciągu i granicy funkcji oraz technik ich obliczania.  
 C2 Zrozumienie pojęcia ciągłości funkcji i poznanie podstawowych własności funkcji ciągłych.  
 C3 Opanowanie rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej.  
 C4 Zrozumienie pojęcia całki nieoznaczonej i opanowanie podstawowych metod jej wyznaczania.  
 C5 Poznanie pojęcia całki oznaczonej i technik jej wyliczania.  
 C6 Zrozumienie zastosowań rachunku różniczkowego i całkowego w fizyce, geometrii i mechanice.

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ****Z zakresu wiedzy student**

PEU\_W01 zna pojęcia kresów zbiorów, granicy ciągu liczbowego i granicy funkcji oraz podstawowe twierdzenia dotyczące tych pojęć,  
 PEU\_W02 zna pojęcie ciągłości funkcji i podstawowe twierdzenia o funkcjach ciągłych,  
 PEU\_W03 zna pojęcie pochodnej funkcji jednej zmiennej i jego zastosowania,  
 PEU\_W04 zna pojęcia całki nieoznaczonej i oznaczonej oraz zastosowania rachunku całkowego w zagadnieniach fizyki, mechaniki i geometrii.

**Z zakresu umiejętności student**

PEU\_U01 potrafi obliczać granice ciągów liczbowych i granice funkcji jednej zmiennej,  
 PEU\_U02 potrafi stosować twierdzenia dotyczące funkcji ciągłych,  
 PEU\_U03 potrafi wyliczać pochodne i stosować aparat rachunku różniczkowego do wyznaczania ekstremów, przedziałów monotoniczności i przedziałów wypukłości,  
 PEU\_U04 potrafi obliczać całki nieoznaczone i oznaczone oraz stosować rachunek całkowity w zagadnieniach fizyki, geometrii i mechaniki.

**Z zakresu kompetencji społecznych student**

PEU\_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać

ich przeglądu,

PEU\_K02 rozumie konieczność samodzielnej i systematycznej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - wykład		Liczba godzin
Wy1	Ciągi liczbowe: ciągi monotoniczne, ciągi ograniczone. Indukcja matematyczna. Nierówność Bernoulliego. Dwumian Newtona.	2
Wy2	Ciągi liczbowe: ciągi zbieżne, własności granicy, twierdzenie o trzech ciągach, twierdzenie o arytmetyce granic, twierdzenie o ciągu monotonicznym i ograniczonym (bez dowodu).	2
Wy3	Ciągi liczbowe: podciągi i ich własności, twierdzenie o podciągu monotonicznym, twierdzenie Bolzano–Weierstrassa.	2
Wy4	Ciągi liczbowe: ciągi podstawowe, granice niewłaściwe i ich własności.	2
Wy5	Ciągi liczbowe: punkt skupienia ciągu, granica górna i dolna, własności. Liczby rzeczywiste: gęstość liczb wymiernych i niewymiernych.	2
Wy6	Liczby rzeczywiste: supremum i infimum, wyznaczanie kresów, związek z twierdzeniem o ciągu monotonicznym i ograniczonym.	2
Wy7	Funkcja wykładnicza: definicja $\exp(x)$ jako granicy ciągu $(1 + x/n)^n$ , nierówność $1 + x \leq \exp(x) \leq 1 / (1 - x)$ , monotoniczność i ciągłość funkcji $\exp$ , liczba $e$ .	2
Wy8	Funkcja wykładnicza: funkcja odwrotna, logarytm naturalny, potęgi i logarytmy o dowolnej podstawie, twierdzenie o potęgowaniu granic (właściwych i niewłaściwych).	2
Wy9	Funkcje trygonometryczne: definicje, własności, wzory redukcyjne, nierówność $\sin(x) \leq x \leq \operatorname{tg}(x)$ . Funkcje cyklometryczne: definicje, własności, rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych.	2
Wy10	Funkcje elementarne. Granica funkcji: definicja Heinego granicy, twierdzenie o arytmetyce granic, twierdzenie o trzech funkcjach, granica złożenia funkcji.	2
Wy11	Granica funkcji: granice niewłaściwe, granice jednostronne, definicja Cauchy'ego granicy, równoważność obu definicji, warunek Cauchy'ego istnienia granicy.	2
Wy12	Asymptoty funkcji. Ciągłość: definicja Heinego i definicja Cauchy'ego, równoważność obu definicji, ciągłość jednostronna, typy nieciągłości.	2
Wy13	Ciągłość: ciągłość na przedziale, ciągłość złożenia funkcji, ciągłość funkcji odwrotnej, ciągłość funkcji elementarnych, granice $\sin(x)/x$ oraz $(\exp(x) - 1)/x$ .	2
Wy14	Ciągłość: własność Darboux funkcji ciągłej, twierdzenie o osiągnięciu kresów, zastosowania, ciągłość jednostajna.	2
Wy15	Pochodna: definicja, styczna do wykresu, własności pochodnej, twierdzenie o arytmetyce pochodnych, pochodne jednostronne.	2
Wy16	Pochodna: pochodna złożenia funkcji, pochodna funkcji odwrotnej, pochodne funkcji elementarnych.	2
Wy17	Pochodna: ekstrema lokalne, warunek konieczny istnienia ekstremum, wyznaczanie wartości największej i najmniejszej funkcji na przedziale domkniętym, twierdzenie Rolle'a, twierdzenia Lagrange'a i Cauchy'ego o wartości średniej.	2
Wy18	Pochodna: warunki monotoniczności funkcji, wyznaczanie przedziałów monotoniczności, warunek dostateczny istnienia ekstremum, przykłady, własność Darboux funkcji pochodnej (bez dowodu).	2
Wy19	Pochodna: reguła de l'Hospitala, obliczanie granic wyrażeń nieoznaczonych, pochodne wyższych rzędów, wzór Taylora z resztą w postaci Peana	2
Wy20	Pochodna: warunek dostateczny istnienia ekstremum, wypukłość, warunki wypukłości funkcji, wyznaczanie przedziałów wypukłości.	2
Wy21	Całka nieoznaczona: definicja, własności całki nieoznaczonej, całki nieoznaczone podstawowych funkcji elementarnych, twierdzenie o całkowalności funkcji ciągłych (bez dowodu).	2
Wy22	Całka nieoznaczona: całkowanie przez części, całkowanie przez podstawienie.	2
Wy23	Całka nieoznaczona: całkowanie funkcji wymiernych, całkowanie wybranych funkcji niewymiernych.	2

Wy24	Całka nieoznaczona: całkowanie wyrażen wymiernych funkcji sinus i cosinus, wybrane wzory rekurencyjne.	2
Wy25	Całka oznaczona: definicja, własności całki oznaczonej, zastosowanie do obliczania pól, wzór na całkowanie przez części i przez podstawienie.	2
Wy26	Całka oznaczona: zastosowania do obliczania długości łuku, objętości i pola powierzchni brył obrotowych oraz współrzędnych środka masy, pierwsze twierdzenie o wartości średniej dla całek.	2
Wy27	Całka oznaczona: wzór Taylora z resztą w postaci całkowej, Cauchy'ego i Lagrange'a, szeregi Taylora i Maclaurina, szereg Maclaurina funkcji wykładniczej oraz funkcji sinus i cosinus.	2
Wy28	Całka oznaczona: wzór szeregowy na liczbę $e$ , niewymierność liczby $e$ , wzór Wallisa. Miara Jordana zbioru płaskiego.	2
Wy29	Całka Darboux: definicja, przykład, własności, całkowanie funkcji ciągłych.	2
Wy30	Twierdzenie Newtona–Leibniza dla całki Darboux. Związek całki Darboux z całką oznaczoną. Informacja o mierze Jordana i związku z całką Darboux.	2
<b>Suma godzin</b>		60

### TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1– Ćw30	Zadania rachunkowe i problemowe ilustrujące tematy poruszane na wykładzie.	60
<b>Suma godzin</b>		60

### STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykład problemowy – metoda tradycyjna
N2 Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
N3 Konsultacje
N4 Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ

Oceny: F – formująca, w trakcie semestru; P – podsumowująca, na koniec semestru	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEU_U01–PEU_U04 PEU_K02	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEU_W01–PEU_W04 PEU_U01–PEU_U04 PEU_K01, PEU_K02	egzamin
$P=0,5 \cdot F1 + 0,5 \cdot F2$		

### LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

#### LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] G. M. Fichtenholz, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, tom I, II i III. PWN, 1978.
- [2] K. Kuratowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, PWN, 1973.
- [3] F. Leja, *Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych*, BM 2, PWN, 2008.
- [4] H. Musielak, J. Musielak, *Analiza matematyczna*, tom I, II, Wyd. Naukowe UAM, 1993.
- [5] R. Rudnicki, *Wykłady z analizy matematycznej*, PWN, 2001.
- [6] M. Zakrzewski, *Markowe wykłady z matematyki. Analiza*, GiS, 2013.

#### LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] L. Górniewicz, S. R. Ingarden, *Analiza matematyczna dla fizyków*, Wyd. Naukowe UMK, 2012.
- [2] W. Kołodziej, *Analiza matematyczna*, PWN, 2009.
- [3] W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, PWN, 1982.
- [4] A. Sołtysiak, *Analiza matematyczna. Część 1*, Wyd. Naukowe UAM, 2009.
- [5] J. Banaś, S. Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, WNT, Warszawa 2001.

- [6] B. P. Demidowicz, *Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej*, cz. 1, 2, 3, Wyd. Naukowa Książka, Lublin, 1992–93.
- [7] W. J. Kaczor, M. T. Nowak, *Zadania z analizy matematycznej. Część 1, liczby rzeczywiste ciągi i szeregi liczbowe*, PWN, 2005
- [8] W. J. Kaczor, M. T. Nowak, *Zadania z analizy matematycznej. Część 2, funkcje jednej zmiennej — rachunek różniczkowy*, PWN, 2005
- [9] W. J. Kaczor, M. T. Nowak, *Zadania z analizy matematycznej. Część 3, całkowanie*, PWN, 2012
- [10] W. Kryszicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, cz. 1, PWN, 2013

**OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)**

Dr hab. Mateusz Kwaśnicki (mateusz.kwasnicki@pwr.edu.pl)