

**WYDZIAŁ MATEMATYKI****KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa przedmiotu w języku polskim: **Topologia metryczna**  
Nazwa przedmiotu w języku angielskim: **Metric Topology**  
Kierunek studiów: **Matematyka**  
Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**  
Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy**  
Kod przedmiotu:  
Grupa kursów: **TAK**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Całkowita liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	<b>30</b>	<b>30</b>			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	<b>75</b>	<b>50</b>			
Forma zaliczenia	<b>zaliczenie na ocenę</b>				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy	<b>X</b>				
Liczba punktów ECTS	<b>3</b>	<b>2</b>			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		<b>2</b>			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia (BU)	<b>1,3</b>	<b>1,3</b>			

**WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH**

1. Znajomość pojęć i twierdzeń dotyczących granic ciągów i ciągłości funkcji jednej zmiennej.
2. Znajomość rachunku zbiorów.

**CELE PRZEDMIOTU**

- C1 Poznanie podstawowych pojęć topologii metrycznej
- C2 Zrozumienie pojęcia zbieżności i ciągłości w abstrakcyjnym sensie
- C3 Poznanie podstawowych narzędzi topologicznych

**PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ****Z zakresu wiedzy:**

- PEU\_W01 znajomość definicji i podstawowych typów przestrzeni metrycznych, zrozumienie pojęć zbieżności i ciągłości,  
PEU\_W02 znajomość podstawowych przykładów przestrzeni metrycznych, fundamentalnych twierdzeń topologii metrycznej i zrozumienie ich dowodów.

**Z zakresu umiejętności:**

- PEU\_U01 umiejętność badania podstawowych własności przestrzeni metrycznych, w szczególności ośrodkowości, zupełności i zwartości, oraz wykorzystywania ich konsekwencji,  
PEU\_U02 umiejętność badania zbieżności ciągów punktów oraz funkcji i badania ciągłości funkcji,

PEU\_U03 stosowanie podstawowych twierdzeń topologii metrycznej w przykładowych zagadnieniach.

**Z zakresu kompetencji społecznych:**

PEU\_K01 umiejętność prezentowania swoich rozumowań

<b>TREŚCI PROGRAMOWE</b>		
<b>Forma zajęć - wykład</b>		<b>Liczba godzin</b>
Wy1	Definicja metryki i przestrzeni metrycznej. Przykłady przestrzeni metrycznych.	2
Wy2	Kule. Zbiory ograniczone. Zbieżność ciągów w przestrzeniach metrycznych. Warunek Cauchy'ego. Punkty skupienia zbioru (pochodna zbioru).	3
Wy3	Zbiory otwarte i zbiory domknięte. Wnętrze, domknięcie i brzeg zbioru.	2
Wy4	Zbiory gęste i brzegowe. Ośrodkowość. Podprzestrzeń.	2
Wy5	Ciągłość i jednostajna ciągłość odwzorowań. Przestrzeń $C([0,1])$ . Homeomorfizm i izometria. Równoważność metryk.	3
Wy6	Przestrzenie zupełne. Twierdzenie Cantora. Zupełność a homeomorfizmy i izometrie.	3
Wy7	Warunek Lipschitza. Twierdzenie Banacha o odwzorowaniu zwężającym i jego zastosowania.	2
Wy8	Zwartość (ciągowa) w przestrzeniach metrycznych. Warunek Borela-Lebesgue'a. Własności funkcji ciągłych na przestrzeniach zwartych.	4
Wy9	Łuk i łukowa spójność. Składowe łukowej spójności. Ogólna definicja spójności.	2
Wy10	Niezmienniki ciągłości. Rozspajanie	2
Wy11	Kostka Hilberta i zbiór Cantora.	3
Wy12	Kolokwium zaliczeniowe	2
<b>Suma godzin</b>		<b>30</b>

<b>Forma zajęć - ćwiczenia</b>		<b>Liczba godzin</b>
Ćw1	Powtórka z analizy i teorii mnogości: granica ciągu liczbowego, ciągłość funkcji z $\mathbb{R}$ w $\mathbb{R}$ , działania na zbiorach, obraz i przeciwobraz.	2
Ćw2	Przykłady metryk w różnych przestrzeniach, własności metryki.	4
Ćw3	Kule, otoczenia, zbieżność ciągów. Punkty skupienia. Zbiory otwarte i domknięte, wnętrze, brzeg i domknięcie zbioru. Zbiory gęste i brzegowe – własności i przykłady.	6
Ćw4	Odwzorowania ciągłe, jednostajnie ciągłe, homeomorfizmy i izometrie (równoważne definicje, własności, przykłady). Równoważność metryk.	4
Ćw5	Sprawdzanie, które z poznanych własności są zachowywane przez odwzorowania ciągłe i homeomorfizmy lub dziedziczą się na podprzestrzenie.	2
Ćw6	Przestrzenie zupełne. Twierdzenie Banacha i jego zastosowania: obliczanie granic ciągów rekurencyjnych, metoda iteracyjna obliczania pierwiastka	4

Ćw7	Przykłady zbiorów zwartych, zadania dotyczące zwartości i ośrodkowości.	4
Ćw8	Zadania dotyczące spójności i łukowej spójności, szczególnie w $R^n$ .	2
Ćw9	Własności kostki Hilberta i zbioru Cantora.	2
	<b>Suma godzin</b>	30

<b>STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE</b>	
N1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna.	
N2. Ćwiczenia problemowe – metoda tradycyjna (realizacja list zadań).	
N3. Konsultacje.	

### OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F <sub>1</sub>	PEU_U01, PEU_U02 PEU_W01, PEU_W02 PEU_W03, PEU_K01	Odpowiedzi ustne, kartkówki.
F <sub>2</sub>	PEU_U01, PEU_U02 PEU_W01, PEU_W02 PEU_W03, PEU_K01	Kolokwium
P = a*F <sub>1</sub> +(1-a)*F <sub>2</sub> (stała a do wyboru przez prowadzącego)		

<b>LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA</b>
<p><b><u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u></b></p> <p>[1] P.Krupski, <i>Wstęp do topologii. Skrypt dla studentów</i>, online: <a href="https://www.math.uni.wroc.pl/sites/default/files/krupski.pdf">https://www.math.uni.wroc.pl/sites/default/files/krupski.pdf</a></p> <p>[2] R. Engelking, K.Sieklucki, <i>Wstęp do topologii</i>, PWN, Warszawa 1986</p> <p>[3] K. Kuratowski, <i>Wstęp do teorii mnogości i topologii</i>, PWN, Warszawa 1980</p> <p>[4] K. Jänich, <i>Topologia</i>, PWN, Warszawa 1984</p> <p><b><u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u></b></p> <p>[5] J. Mioduszewski, <i>Wykłady z topologii. Topologia przestrzeni euklidesowych</i>, Katowice 1994</p> <p>[6] J. Jędrzejewski, W. Wilczyński, <i>Przestrzenie metryczne w zadaniach</i>, Wyd. UŁ, Łódź 2007</p> <p>[7] R. Duda, <i>Wprowadzenie do topologii</i>, PWN, Warszawa, 1984</p> <p>[8] J. Dugundji, <i>Topology</i>, Allyn And Bacon, Inc., Boston 1966</p> <p>[9] R. Engelking, <i>Topologia ogólna</i>, PWN, Warszawa 1989</p> <p><b>OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIĘ, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)</b></p> <p>prof. dr hab. Tomasz Downarowicz (Tomasz.Downarowicz@pwr.wroc.pl) dr hab. Bartosz Frej (Bartosz.Frej@pwr.wroc.pl) prof. dr hab. Paweł Krupski (Pawel.Krupski@pwr.wroc.pl)</p>