

WYDZIAŁ MATEMATYKI**KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa przedmiotu w języku polskim: **Wstęp do układów dynamicznych**
 Nazwa przedmiotu w języku angielskim: **Introduction to Dynamical Systems**
 Kierunek studiów: **Matematyka**
 Specjalność:
 Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**
 Rodzaj przedmiotu: **Wybieralny**
 Kod przedmiotu:
 Grupa kursów: **TAK**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	30	30			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	75	50			
Forma zaliczenia	zaliczenie na ocenę				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	3	2			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		2			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia (BU)	1,3	1,3			

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

Podstawy algebry, topologii, teorii miary i analizy funkcjonalnej.

CELE PRZEDMIOTU

C1 Poznanie najważniejszych typów układów dynamicznych
 C2 Zdobywanie wiedzy na temat różnych własności pozwalających na rozróżnienie układów dynamicznych, w sensie izomorfizmu bądź sprzężenia
 C3 Zapoznanie z różnymi aspektami zjawiska powracania i z konsekwencjami twierdzeń ergodycznych
 C4 Zdobywanie podstawowej wiedzy o topologicznych układach dynamicznych i ich własnościach
 C5 Poznanie pojęcia entropii teorii-miarowej i entropii topologicznej, związków pomiędzy tymi pojęciami i ich interpretacjami.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ

Z zakresu wiedzy:

PEU_W01 znajomość fundamentalnych modeli układów dynamicznych (obroty, przesunięcia, układy symboliczne)
 PEU_W02 zrozumienie roli układów dynamicznych w badaniu ewolucji zjawisk opisywanych przez modele matematyczne; zrozumienie pojęcia izomorfizmu i sprzężenia topologicznego

PEU_W03 znajomość twierdzenia Poincaré o powracaniu oraz podstawowych twierdzeń ergodycznych
 PEU_W04 dobre zrozumienie znaczenia pojęć takich jak ergodyczność, mieszanie, słabe mieszanie, tranzytywność, minimalność,
 PEU_W05 znajomość definicji entropii oraz entropii topologicznej; zrozumienie znaczenia tych wielkości.

Z zakresu umiejętności:

PEU_U01 znajomość podstawowych własności układów dynamicznych, umiejętność stosowania ich do zagadnień identyfikacji (bądź rozróżniania) układów, umiejętność stosowania pojęcia faktora miarowego i topologicznego
 PEU_U02 umiejętność sprawdzania własności spektralnych, ergodyczności bądź mieszania w odpowiednich klasach układów dynamicznych
 PEU_U03 umiejętność stosowania twierdzenia ergodycznego
 PEU_U04 umiejętność badania podstawowych własności topologicznych układów dynamicznych, takich jak tranzytywność, minimalność czy mieszanie
 PEU_U05 znajomość pojęcia entropii i umiejętność wyznaczania entropii teorii-miarowej bądź topologicznej układu (dla odpowiednich klas układów)
 PEU_U06 umiejętność interpretowania entropii w zagadnieniach kodowania układów, w zagadnieniach powracania i w elementarnej teorii informacji

Z zakresu kompetencji społecznych:

PEU_K01 umiejętność wyszukiwania i korzystania z literatury naukowej do kursu oraz samodzielnego zdobywania wiedzy
 PEU_K02 zdolność precyzyjnego formułowania pytań
 PEU_K03 zrozumienie i docenienie znaczenie uczciwości intelektualnej, kształtowanie postawy uczciwości

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - wykład		Liczba godzin
Wy1	Ogólne pojęcie układu dynamicznego. Układy dynamiczne teorii-miarowe, topologiczne oraz gładkie. Czas ciągły i czas dyskretny. Sprzężenie topologiczne, izomorfizm. Przykłady: obrót wymierny i niewymierny, pełny shift, podshifty. Twierdzenie Poincaré.	3
Wy2	Dynamika topologiczna a miarowa: Twierdzenie Bogoliubowa-Kryłowa, modele topologiczne układów miarowych. Zbiór miar niezmienniczych.	2
Wy3	Pojęcie ergodyczności. Ekstremalność miar ergodycznych. Ergodyczność obrotu i shiftu z miarą Bernoulliego.	3
Wy4	Twierdzenie ergodyczne Birkhoffa. Zastosowania, punkty generyczne. Charakteryzacja monoergodyczności.	4
Wy5	Elementy dynamiki topologicznej: Zbiory niezmiennicze, orbita domknięta, tranzytywność, minimalność. Przykłady: obrót niewymierny, układ symboliczny Thue-Morse'a, pełny shift, obroty grup zwartych.	4
Wy6	Granice wsteczne, odometry, różne reprezentacje odometrów.	4
Wy7	Elementy teorii spektralnej układów dynamicznych. Wartości i funkcje własne (topologiczne i mierzalne). Pojęcie mieszania i słabego mieszania, informacja o warunkach równoważnych.	4

Wy8	Układ Chacona (reprezentacja topologiczna). Minimalność, słabe mieszanie oraz brak mieszania.	2
Wy9	Informacja o pojęciu entropii jako niezmiennika izomorfizmu oraz entropii topologicznej jako niezmiennika sprzężenia topologicznego. Przykłady układów o zerowej i dodatniej entropii. Zasada wariacyjna (bez dowodu).	4
Suma godzin		30

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1	Elementarne układy dynamiczne pochodzenia teorio-miarowego i topologicznego.	2
Ćw2	Przykłady ilustrujące zjawisko powracania i ergodyczność.	2
Ćw3	Przykłady ilustrujące twierdzenie ergodyczne i jego zastosowania.	4
Ćw4	Konstrukcje czynników miarowych i topologicznych. Izomorfizm a własności ergodyczne.	4
Ćw5	Przykłady układów tranzytywnych, minimalnych. Zastosowania twierdzenia Bogoliubowa-Kryłowa.	4
Ćw6	Elementy teorii spektralnej: szukanie wartości i funkcji własnych. Unimodularność wartości własnych. Ergodyczność w języku funkcji własnych.	4
Ćw7	Przykłady odometrów, badanie ich własności oraz sprzężenia między odometrami.	2
Ćw8	Zadania związane z układem Chacona. Konsekwencje słabego mieszania.	4
Ćw9	Zastosowania teorii entropii: twierdzenie o czasach powrotu, entropia w teorii informacji; kompresja danych.	4
Suma godzin		30

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE
N1. Wykład problemowy – metoda tradycyjna N2. Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna N3. Konsultacje N4. Praca własna studenta -przygotowanie do ćwiczeń

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ

Oceny (F – formująca (w trakcie semestru), P – podsumowująca (na koniec semestru))	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEU_U01, PEU_U02, PEU_U03, PEU_U04, PEU_U05, PEU_U06 PEU_K02, PEU_K03	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEU_W01, PEU_W02, PEU_W03, PEU_W04, PEU_W05, PEU_U01 PEU_U02, PEU_U03, PEU_U04, PEU_U05, PEU_U06, PEU_K01 PEU_K02, PEU-K03	Zaliczenie na ocenę
$P=0,5 \cdot F1 + 0,5 \cdot F2$		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA
--

<u>LITERATURA PODSTAWOWA:</u>

- | |
|--|
| [1] P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Springer-Verlag, 1982.
[2] K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge University Press, 1983.
[3] T. Downarowicz, Entropy in Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2011. |
|--|

<u>LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:</u>

- | |
|---|
| [1] A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press, 1995. |
|---|

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)
--

Prof. dr hab. Tomasz Downarowicz, dr hab. inż. Jacek Serafin (serafin@pwr.wroc.pl)
