

WYDZIAŁ MATEMATYKI**KARTA PRZEDMIOTU**

Nazwa przedmiotu w języku polskim: **Analiza matematyczna 2**
Nazwa przedmiotu w języku angielskim: **Mathematical Analysis 2**
Kierunek studiów: **Matematyka, Matematyka i Analiza Danych**
Stopień studiów i forma: **I stopień, stacjonarna**
Rodzaj przedmiotu: **obowiązkowy**
Kod przedmiotu:
Grupa kursów: **TAK**

	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium
Liczba godzin zajęć zorganizowanych w Uczelni (ZZU)	60	60			
Liczba godzin całkowitego nakładu pracy studenta (CNPS)	125	100			
Forma zaliczenia	Egzamin				
Dla grupy kursów zaznaczyć kurs końcowy (X)	X				
Liczba punktów ECTS	5	4			
w tym liczba punktów odpowiadająca zajęciom o charakterze praktycznym (P)		4			
w tym liczba punktów ECTS odpowiadająca zajęciom wymagającym bezpośredniego udziału nauczycieli lub innych osób prowadzących zajęcia (BU)	2,7	2,5			

WYMAGANIA WSTĘPNE W ZAKRESIE WIEDZY, UMIEJĘTNOŚCI I KOMPETENCJI SPOŁECZNYCH

Zaliczenie kursu Analiza matematyczna M1 lub jego odpowiednika uznanego w ramach dotychczasowego dorobku akademickiego.

CELE PRZEDMIOTU

- C1 Poznanie konstrukcji i podstawowych własności całki Riemanna.
C2 Opanowanie podstaw teorii szeregów liczbowych.
C3 Opanowanie podstaw teorii całek niewłaściwych.
C4 Zrozumienie zagadnień związanych z ciągami i szeregami funkcyjnymi, szeregami potęgowymi i całkami z parametrem
C5 Poznanie podstaw rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych, w tym jego zastosowań do wyznaczania ekstremalnych wartości funkcji.
C6 Poznanie całek podwójnych i wielokrotnych oraz podstawowych twierdzeń dotyczących tych pojęć.

PRZEDMIOTOWE EFEKTY UCZENIA SIĘ**Z zakresu wiedzy student**

- PEU_W01 zna pojęcia całki Riemanna i jej podstawowe własności,
PEU_W02 zna pojęcie szeregu liczbowego, podstawowe własności tego pojęcia i podstawowe kryteria zbieżności szeregów,
PEU_W03 zna pojęcie całki niewłaściwej i podstawowe kryteria zbieżności całek niewłaściwych,
PEU_W04 zna pojęcia ciągu i szeregu funkcyjnego oraz szeregu potęgowego i ich podstawowe własności, a także podstawowe własności całek z parametrem,
PEU_W05 zna podstawy rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych i jego zastosowania w badaniu ekstremalnych wartości funkcji,
PEU_W06 zna pojęcia całki podwójnej i wielokrotnej oraz podstawowe twierdzenia dotyczące tych pojęć.

Z zakresu umiejętności student

- PEU_U01 potrafi badać zbieżność szeregów przy pomocy podstawowych kryteriów zbieżności,
PEU_U02 potrafi badać zbieżność całek niewłaściwych przy pomocy podstawowych kryteriów zbieżności,
PEU_U03 umie stosować twierdzenia dotyczące całek z parametrem,

PEU_U04 potrafi przekształcać szeregi potęgowe i rozwijać funkcje w szeregi potęgowe,
 PEU_U05 potrafi obliczać pochodne cząstkowe, kierunkowe, gradient funkcji wielu zmiennych i wyznaczać ekstrema funkcji wielu zmiennych,
 PEU_U06 umie obliczać całki podwójne i wielokrotne.

Z zakresu kompetencji społecznych student

PEU_K01 potrafi korzystać z literatury naukowej, w tym docierać do materiałów źródłowych oraz dokonywać ich przeglądu,

PEU_K02 rozumie konieczność systematycznej i samodzielnej pracy nad opanowaniem materiału kursu.

TREŚCI PROGRAMOWE		
Forma zajęć - wykład		Liczba godzin
Wy1	Całka Darboux: przypomnienie definicji i własności. Całka Riemanna: definicja, przykład, równoważność z całką Darboux.	2
Wy2	Całka Riemanna: własności całki Riemanna, własności klasy funkcji całkowlanych w sensie Riemanna, informacja o charakterystyce całkowlanośc w sensie Riemanna przy pomocy zbiorów miary Lebesgue'a zero (bez dowodu).	2
Wy3	Informacja o wzorach na całkowanie przez części i przez podstawienie dla całki Riemanna. Wahanie funkcji, rozkład Jordana funkcji o skończonym wahanu.	2
Wy4	Szeregi: definicje, własności, zbieżność szeregu, warunek konieczny zbieżności szeregu, zbieżność bezwzględna i warunkowa.	2
Wy5	Szeregi: kryterium porównawcze, kryterium ilorazowe, kryterium d'Alemberta, kryterium Cauchy'ego.	2
Wy6	Szeregi: szeregi naprzemienne i kryterium Leibniza, wzór Abela na sumowanie przez części, kryterium Dirichleta i kryterium Abela, informacja o łączności sum nieskończonych, przemienności sum tworzących bezwzględnie zbieżne szeregi i twierdzeniu Riemanna o szeregach warunkowo zbieżnych (bez dowodu).	2
Wy7	Szeregi: Iloczyn Cauchy'ego szeregów, twierdzenie Mertensa (bez dowodu), twierdzenie Abela (bez dowodu). Iloczyny nieskończone: definicja, szeregowe kryterium zbieżności, przykłady.	2
Wy8	Całka niewłaściwa: całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju, własności, zbieżność bezwzględna i warunkowa, kryterium całkowite zbieżności szeregu.	2
Wy9	Całka niewłaściwa: kryterium porównawcze, kryterium ilorazowe, kryterium Abela–Dirichleta, kryterium Abela.	2
Wy10	Całka niewłaściwa: funkcja gamma Eulera, funkcja beta, informacja o transformatach Laplace'a i Fouriera.	2
Wy11	Ciągi i szeregi funkcyjne: zbieżność punktowa i jednostajna, twierdzenie Weierstrassa o zamianie kolejności granic, warunek Cauchy'ego zbieżności jednostajnej ciągu funkcji, kryterium Weierstrassa zbieżności jednostajnej szeregu funkcji.	2
Wy12	Ciągi i szeregi funkcyjne: kryterium Dirichleta jednostajnej zbieżności szeregu funkcji, przykłady szeregów zbieżnych warunkowo/bezwzględnie jednostajnie/niejednostajnie, twierdzenie Diniego (bez dowodu).	2
Wy13	Ciągi i szeregi funkcyjne: zamiana kolejności granicy i pochodnej oraz granicy i całki, twierdzenie Weierstrassa o aproksymacji funkcji ciągłych wielomianami (bez dowodu), przykład funkcji ciągłej nigdzie nieróżniczkowalnej (bez dowodu).	2
Wy14	Szeregi potęgowe: definicja, promień i przedział zbieżności, twierdzenie Cauchy'ego–Hadamarda, różniczkowanie i całkowanie szeregów potęgowych.	2
Wy15	Szeregi potęgowe: operacje arytmetyczne na szeregach potęgowych i złożenie funkcji danych szeregami potęgowymi (bez dowodu), twierdzenie Abela i twierdzenie Taubera (bez dowodu).	2
Wy16	Szeregi potęgowe: funkcje analityczne, twierdzenie o analityczności sumy szeregu potęgowego (bez dowodu), przykład nieanalitycznej funkcji różniczkowalnej dowolnie wiele razy, analityczność funkcji elementarnych (bez dowodu).	2
Wy17	Funkcje wielu zmiennych: definicje, przykłady, wykresy i wykresy poziomicowe, granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych, jednostajna ciągłość.	2

Wy18	Funkcje wielu zmiennych: wielowymiarowe twierdzenie Bolzano–Weierstrassa, zbiory domknięte, zbiory ograniczone, jednostajna ciągłość funkcji ciągłych na zbiorach domkniętych i ograniczonych. Całka z parametrem: definicja, ciągłość całki z parametrem.	2
Wy19	Całka z parametrem: różniczkowanie i całkowanie całki z parametrem, całka niewłaściwa z parametrem, informacja o ciągłości, różniczkowaniu i całkowaniu całek niewłaściwych z parametrem (bez dowodu).	2
Wy20	Całka z parametrem: całki iterowane i zamiana kolejności całkowania, wybrane funkcje specjalne (np. funkcja gamma Eulera, funkcja beta, całki eliptyczne, funkcje Bessela) i inne przykłady.	2
Wy21	Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: pochodne cząstkowe, różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, płaszczyzna styczna, ciągłość funkcji różniczkowalnych, gradient i poziomice funkcji wielu zmiennych, pochodne kierunkowe.	2
Wy22	Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: różniczkowalność funkcji o ciągłych pochodnych cząstkowych, pochodne cząstkowe wyższych rzędów, równość pochodnych mieszanych.	2
Wy23	Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: twierdzenie o osiąganiu kresów, ekstrema lokalne funkcji wielu zmiennych, wnętrze zbioru, warunek konieczny istnienia ekstremum, brzeg zbioru i jego parametryzacja, wyznaczanie wartości największej i najmniejszej ciągłej funkcji wielu zmiennych w regularnym zbiorze domkniętym i ograniczonym.	2
Wy24	Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: wielowymiarowy wzór Taylora drugiego rzędu, informacja o ogólnym wzorze Taylora (bez dowodu), warunek dostateczny istnienia ekstremum funkcji dwóch zmiennych, informacja o przypadku funkcji wielu zmiennych (bez dowodu).	2
Wy25	Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych: pochodna złożenia funkcji wielu zmiennych, twierdzenie o funkcji uwikłanej (bez dowodu), ekstrema warunkowe i ekstrema funkcji uwikłanych, metoda mnożników Lagrange'a (bez dowodu).	2
Wy26	Całka wielokrotna: całka podwójna na prostokącie, całkowność funkcji ciągłych, kryterium całkowności (bez dowodu), związek całki podwójnej i całki iterowanej, całka wielokrotna na kostce i jej związek z całkami iterowanymi.	2
Wy27	Całka wielokrotna: obszary na płaszczyźnie, całka na obszarze, całkowność funkcji ciągłych na obszarach z brzegiem miary Lebesgue'a zero, obszary normalne, związek całki podwójnej i całki iterowanej na obszarze normalnym, obszary wielowymiarowe i całki wielokrotne, przykłady.	2
Wy28	Całka wielokrotna: zamiana zmiennych w całce podwójnej, współrzędne biegunowe, zastosowania całki podwójnej w fizyce, geometrii i mechanice.	2
Wy29	Całka wielokrotna: zamiana zmiennych w całce potrójnej (bez dowodu), współrzędne walcowe, współrzędne sferyczne, przykłady.	2
Wy30	Uzupełnienia i rozszerzenia.	2
Suma godzin		60

TREŚCI PROGRAMOWE

Forma zajęć - ćwiczenia		Liczba godzin
Ćw1– Ćw30	Zadania rachunkowe i problemowe ilustrujące tematy poruszane na wykładzie.	60
Suma godzin		60

STOSOWANE NARZĘDZIA DYDAKTYCZNE

N1 Wykład problemowy – metoda tradycyjna
N2 Ćwiczenia problemowe i rachunkowe – metoda tradycyjna
N3 Konsultacje
N4 Praca własna studenta – przygotowanie do ćwiczeń

OCENA OSIĄGNIĘCIA PRZEDMIOTOWYCH EFEKTÓW UCZENIA SIĘ

Oceny: F – formująca, w trakcie semestru; P – podsumowująca, na koniec semestru	Numer efektu uczenia się	Sposób oceny osiągnięcia efektu uczenia się
F1	PEU_U01–PEU_U06 PEU_K02	odpowiedzi ustne, kartkówki, kolokwia
F2	PEU_W01–PEU_W06 PEU_U01–PEU_U06 PEU_K01, PEU_K02	egzamin
$P=0,5 \cdot F1 + 0,5 \cdot F2$		

LITERATURA PODSTAWOWA I UZUPEŁNIAJĄCA

LITERATURA PODSTAWOWA:

- [1] G. M. Fichtenholz, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, tom I, II i III. PWN, 1978.
- [2] K. Kuratowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, PWN, 1973.
- [3] F. Leja, *Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych*, BM 2, PWN, 2008.
- [4] H. Musielak, J. Musielak, *Analiza matematyczna*, tom I, II, Wyd. Naukowe UAM, 1993.
- [5] R. Rudnicki, *Wykłady z analizy matematycznej*, PWN, 2001.
- [6] M. Zakrzewski, *Markowe wykłady z matematyki. Analiza*, GiS, 2013.

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA:

- [1] A. Birkholc, *Analiza matematyczna, Funkcje wielu zmiennych*, PWN, 2002.
- [2] L. Górniewicz, S. R. Ingarden, *Analiza matematyczna dla fizyków*, Wyd. Naukowe UMK, 2012.
- [3] W. Kołodziej, *Analiza matematyczna*, PWN, 2009.
- [4] W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, PWN, 1982.
- [5] A. Sołtysiak, *Analiza matematyczna. Część 1*, Wyd. Naukowe UAM, 2009.
- [6] J. Banaś, S. Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, WNT, Warszawa 2001.
- [7] B. P. Demidowicz, *Zbiór zadań i ćwiczeń z analizy matematycznej*, cz. 1, 2, 3, Wyd. Naukowa Książka, Lublin, 1992–93.
- [8] W. J. Kaczor, M. T. Nowak, *Zadania z analizy matematycznej. Część 1, liczby rzeczywiste ciągi i szeregi liczbowe*, PWN, 2005
- [9] W. J. Kaczor, M. T. Nowak, *Zadania z analizy matematycznej. Część 3, całkowanie*, PWN, 2012
- [10] W. Kryszicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, cz 1 i 2, PWN, 2013

OPIEKUN PRZEDMIOTU (IMIE, NAZWISKO, ADRES E-MAIL)

Dr hab. Mateusz Kwaśnicki (mateusz.kwasnicki@pwr.edu.pl)