

Summary of the Doctoral Dissertation
“Mathematical Modelling of Investment Portfolio Management Strategies.
Theory and Applications within Heston Market Model”

Jarosław Gruszka

This dissertation is a comprehensive analysis of investment portfolio management strategies in discrete time context. It contains numerous results, both theoretical and obtained by mathematical simulations under the Heston market model, which have been supported by real-data evidence. The emphasis was put on making the results both mathematically precise and unambiguous but at the same time — on expressing them in a straightforward way, so that they are possible to be easily reproduced.

The content of this work was split into several chapters, each one focusing on a different aspect of the analysis of portfolios portfolio management strategies. Chapter 1 serves as an introduction. A brief history of the research of portfolio management and the overview of the content of the dissertation have been outlined there.

The theoretical framework presented in Chapter 2 provides a mathematically rigorous way of working with portfolio management strategies. It can be thought of as a foundation, i.e. a system of related concepts providing a common-ground for studying the research area we were focused on in the entire work. This common-ground presents a natural environment for researchers to describe how they create portfolio management strategies and to study their properties. Besides the definitions of the essential terms and ideas used later, in this part of the dissertation provided are proves about some features of known portfolio management strategies. Moreover, new, more sophisticated management strategies are designed and some important properties of them (e.g. self-financing) are also demonstrated.

Chapter 3 focuses on numerical studies over the behaviour of portfolio management strategies defined previously. Assets of various character were synthesised using the Heston model and all the experiments were performed using Monte Carlo methods. Thanks to that, the obtained results are general and can be treated as an “average” behaviour for a wide range of real-life assets. They can be used to better understand the evolution of financial portfolios in general, under various market conditions, for various kinds of assets and various types of investment strategies.

Chapter 4 introduces the estimation procedure of the Heston model to real assets. The procedure uses the advanced statistical tools related to Bayesian inference, namely sampling by Monte Carlo Markov chains and a particle filtering scheme. By using the presented estimation procedure one is able to know more about the properties of assets themselves and hence he or she can be better prepared for what kind of performance can be expected from them in certain investment scenarios by relating those values with the results of the numerical experiments from the previous chapter, which were dependent on them.

Chapter 5, demonstrates that it is possible (within known limitations) to apply the knowledge obtained by means of simulations to the real data and improving investments results that way. It is an empirical evidence of the practical applicability of tools and methods provided in the earlier parts of the work and hence, constitutes a natural way to tie-in all the considerations in this dissertation. It is followed by a short summary and outlook for further research in Chapter 6.

Streszczenie rozprawy doktorskiej pt.
**“Modelowanie Matematyczne Strategii Zarządzania Portfelem Inwestycyjnym.
Teoria i Zastosowania w Ramach Modelu Rynku Hestona”**

Jarosław Gruszka

Niniejsza rozprawa jest kompleksową analizą modelowania strategii zarządzania portfelem inwestycyjnym z czasem dyskretnym. Uzyskane wyniki, zarówno te teoretyczne, jak i otrzymane w za pomocą symulacji komputerowych z użyciem modelu Hestona, zostały poparte eksperymentami na danych rzeczywistych. Położono nacisk na to, aby wszystkie wyniki były matematycznie precyzyjne i jednoznaczne, a jednocześnie — wyrażane w prosty sposób, tak aby były łatwe do zrozumienia i potencjalnego odtworzenia.

Treść tej pracy została podzielona na kilka rozdziałów, z których każdy skupia się na innym aspekcie analizy strategii zarządzania portfelami inwestycyjnymi. Rozdział 1. służy jako wprowadzenie. Zarysowano tam krótką historię badań nad tematyką zarządzania portfelem inwestycyjnym oraz przegląd treści rozprawy.

W Rozdziale 2. zaprezentowane zostają podstawy teoretyczne umożliwiające dalsze rozważania nad strategiami zarządzania portfelem w sposób ścisły matematycznie. Jest to swego rodzaju fundament, zawierający m.in. definicje wszystkich podstawowych terminów i pojęć używanych w dalszej części pracy. Używanie tychże pojęć w sposób konsekwentny dało możliwość ujednoczenia sposobu opisywania strategii zarządzania portfelem oraz wskazało kierunki badań nad ich właściwościami. Oprócz wspomnianych definicji, w tej części rozprawy przedstawiono dowody posiadania przez niektóre znane strategie zarządzania portfelem pewnych pożądanych cech dotyczących ich egzekwowania. Ponadto zaprezentowane zostały nowe, bardziej złożone strategie i udowodnione niektóre ich ważne właściwości (np. zdolność do samofinansowania).

Rozdział 3. koncentruje się na badaniach numerycznych nad zachowaniem zdefiniowanych wcześniej strategii zarządzania portfelem. Aktywa o różnym charakterze zostały zsyntetyzowane za pomocą modelu Hestona, a wszystkie eksperymenty przeprowadzono za pomocą metody Monte Carlo. Dzięki temu uzyskane wyniki mają charakter ogólny i można je traktować jako „uśrednione” zachowanie szerokiego zakresu rzeczywistych aktywów. Wyniki te można wykorzystać do lepszego zrozumienia ogólnych zasad funkcjonowania portfeli inwestycyjnych, w różnych warunkach rynkowych, dla różnych rodzajów aktywów i różnych typów strategii inwestycyjnych.

W Rozdziale 4. zaprezentowana została procedura estymacji modelu Hestona do rzeczywistych danych finansowych. Procedura ta wykorzystuje zaawansowane narzędzia statystyczne bazujące na wnioskowaniu bayesowskim, a mianowicie próbkowanie łańcuchami Monte Carlo Markowa oraz metodę filtrowania cząstek. Korzystając z przedstawionej procedury estymacji, można dowiedzieć się więcej o właściwościach samych aktywów, a tym samym uzyskać informację na temat tego, jakich wyników można się po nich spodziewać w określonych scenariuszach inwestycyjnych, odnosząc uzyskane wartości parametrów do zależnych od nich wyników numerycznych zaprezentowanych w poprzednim rozdziale.

Rozdział 5. pokazuje, że możliwe jest (przy znanych ograniczeniach) zastosowanie wiedzy uzyskanej za pomocą symulacji do rzeczywistych danych i uzyskanie w ten sposób lepszych wyników inwestycyjnych. Jest to empiryczny dowód praktycznej przydatności narzędzi i metod przedstawionych we wcześniejszych częściach pracy, a tym samym stanowi naturalny sposób powiązania wszystkich rozważań niniejszej rozprawy. W ostatnim, szóstym rozdziale znajduje się krótkie podsumowanie i zarys możliwych kierunków dalszych badań w tematyce strategii zarządzania portfelami inwestycyjnymi.